

Experiment zur Quetschströmung zwischen zwei Platten im Submillimeterbereich

Experiment on squeeze flow between plates in the submillimeter range

Franz Peters, Sören Kunde

Ruhr-Universität Bochum, Institut für Thermo- u. Fluidodynamik, Universitätsstraße 150, 44801 Bochum

Quetschströmung, Öl-Viskosität, Schmierung
squeeze flow, oil viscosity, lubrication

1 Einleitung

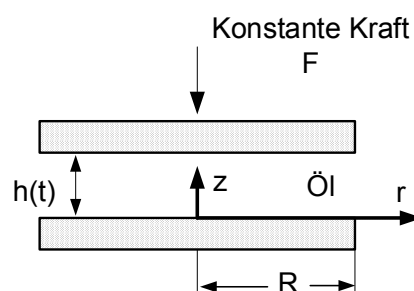


Abb. 1: Koordinaten der Quetschströmung.

Die Annäherung planparalleler Platten mit dazwischen befindlicher Flüssigkeit führt zu einer laminaren, radialen Spaltströmung (squeeze flow), wenn der Plattenabstand $h(t)$ nur klein genug wird. Es bereitet keine Schwierigkeiten die zuständigen Gleichungen bei konstanter Kraft F nach $h(t)$ zu lösen. (Der andere Extremfall konstanter Geschwindigkeit findet in der Literatur ebenfalls Erwähnung [Meeten 2001]). Benutzt man Öl, so befindet man sich auf dem Gebiet der Schmierfilmtheorie, die immer bemüht ist die Existenz eines noch so engen Spaltes nachzuweisen, um metallischen Kontakt auszuschließen. Die Schmierfilmtheorie operiert im Bereich von Hundertstel bis Tausendstel mm. Hier trifft man nicht nur auf die Grenzen der Messtechnik, sondern man stößt auch auf die berechtigte Frage nach der Gültigkeit der Kontinuumsgleichungen der Strömungsmechanik.

Das vorliegende Experiment versucht mit mechanischen Mitteln (nicht optisch) in diesen Bereich hinein zu messen, um die Vorhersagen der Theorie (Kap. 2) zu prüfen.

Im nächsten Kapitel stellen wir die auf unser Experiment angepasste Theorie dar. Kap. 3 widmet sich dann dem Experiment und letztlich zeigen wir in Kap. 4 ein Beispiel von zurzeit vorliegenden Ergebnissen.

2 Theorie

Wir betrachten gleiche, ebene Kreisscheiben des Durchmessers $2R$. Der Einfachheit halber stelle man sich die untere Platte fixiert vor. Die obere Platte wird durch die Kraft F nach unten gedrückt. Ausgehend von $h_0 = h(t=0)$ ist der Abstand $h(t)$ zu ermitteln, wobei Öl mit bekannten Literaturwerten der Dichte und der Viskosität eingesetzt wird. Um die Kontinuitätsgleichung in geeigneter Form zu schreiben, stelle man sich ein Kontrollvolumen der Dicke Δz und des Radius r innerhalb des Spaltes vor. Der Gradient $\partial v / \partial z$ multipliziert mit Δz und πr^2 gibt den Volumenstrom, der das Kontrollvolumen seitlich betritt und bei r wieder verlässt, weshalb

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{2u}{r}. \quad (1)$$

Die allgemeine Gleichung der Kontinuität bei Rotationssymmetrie wird dann

$$\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} = 0. \quad (2)$$

Die mittlere Geschwindigkeit $\bar{u}(r)$ ist proportional zur Plattengeschwindigkeit \dot{h}

$$\frac{\bar{u}(r)}{\dot{h}} = \frac{-r}{2h}. \quad (3)$$

In der Impulsgleichung in r -Richtung vernachlässigen wir die Trägheitsterme und reduzieren die viskosen Terme mit Gl. (2). Es bleibt dann

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \quad (4)$$

Da der Druck nur von r abhängt, bekommt man durch Integration das Geschwindigkeitsprofil

$$u(z) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dr} [z^2 - hz]. \quad (5)$$

Mit der Maximalgeschwindigkeit u_{\max} bei $h/2$ und der mittleren Geschwindigkeit $\bar{u}(r)$ folgt

$$u_{\max} = -\frac{dp}{dr} \frac{h^2}{8\mu}$$
$$\bar{u}(r) = -\frac{dp}{dr} \frac{h^2}{12\mu}. \quad (6)$$

Der Druckgradient lässt sich durch Gleichsetzen der beiden mittleren Geschwindigkeiten aus Gl. (3) u. (6) schreiben

$$\frac{dp}{dr} = \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} r. \quad (7)$$

Da \dot{h} und h nicht von r abhängen, liefert die Integration den Druck selbst

$$p(r) = \frac{3\mu\dot{h}}{h^3}r^2 + \text{const.} \quad (8)$$

Am Rand bei $r=R$ soll der atmosphärische Druck vorliegen, womit

$$p(r) - p_{\text{atm}} = \frac{3\mu\dot{h}}{h^3}(r^2 - R^2). \quad (9)$$

Die Integration des Drucks über die obere Platte liefert die gesamte Kraft

$$F = -\frac{3\pi\mu R^4}{2} \frac{\dot{h}}{h^3}. \quad (10)$$

Hier wurde der atmosphärische Anteil wieder herausgerechnet, da er auf beiden Seiten der Platte vorliegt. Die Gleichung kann transformiert werden in

$$\frac{d(h^{-2})}{dt} = \alpha \quad (11)$$

mit der Konstanten

$$\alpha = \frac{4F}{3\pi\mu R^4}. \quad (12)$$

Die Lösung der Gleichung ist

$$h = \frac{1}{\sqrt{\alpha t + \frac{1}{h_0^2}}}. \quad (13)$$

Eine sehr wichtige, immanente Eigenschaft dieser Lösung ist die Tatsache, dass der Term $\alpha \cdot t$ den Term $\frac{1}{h_0^2}$ für große Zeiten überwiegt, also

$$\alpha t \gg \frac{1}{h_0^2} \rightarrow h = \frac{1}{\sqrt{\alpha t}}. \quad (14)$$

Dies bedeutet, dass die Strömung von der Anfangshöhe unabhängig wird. In unseren Messungen trifft das zu.

3 Experiment

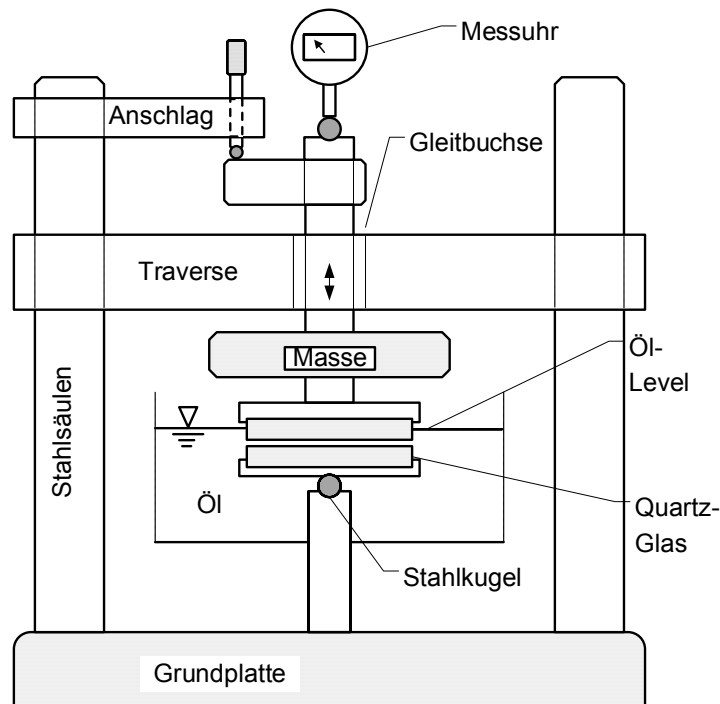


Abb. 2: Das Wesentliche des Aufbaus.

3.1 Aufbau:

Die wesentlichen Elemente des experimentellen Aufbaus erscheinen in Abb. 2. Selbstverständlich erfordern Messungen im μm Bereich ein sehr steifes Gerüst aus Stahlsäulen und Traversen, dessen Beschreibung sich hier erübrigt. Der Kern der Konstruktion ist die Befestigung und Führung der Platten. Die untere Platte sitzt in einer Trägerfassung, die wiederum frei beweglich auf einer Kugel ruht. Die obere ist fest mit einer geführten Stange verbunden, die ausgehend von einem fein einstellbaren Anschlag absinkt. Dabei befinden sich beide Platten, wie gezeigt, im Ölbad. Der Sinn der Konstruktion erschließt sich, wenn man die Parallelität der Platten durch eine Zwangsführung zu gewährleisten versucht. Das nämlich ist mit maßvollen Mitteln unmöglich, während die bewegliche Platte sich bei Annäherung von selbst parallelisiert.

Folgende Zutaten des Aufbaus sind entscheidend für den Messerfolg. Die Verschiebung der oberen Platte wird mit einer digitalen Messuhr der Firma *Mahr* gemessen (*Extramess 2000*). Die Uhr arbeitet nach dem induktiven Prinzip. Sie löst $0,2 \mu\text{m}$ auf bei einer Messunsicherheit von $\pm 0,3 \mu\text{m}$. Der Messbereich ist $0,8 \text{ mm}$. Die Uhr wird über einen USB-Port im Sekundentakt ausgelesen. Der Messweg lässt sich in Excel als Zeitfunktion darstellen, womit die Rohdaten zur Auswertung vorliegen.

Die Platten sind aus Quarzglas, wie sie für optische Aufbauten Verwendung finden (z.B. *Edmund Optics*). Sie haben einen Durchmesser von 49 mm bei einer Dicke von 4 mm . Die Planität beträgt $\lambda/4$ (Lichtwellenlänge λ). Ausgehend von sichtbarem Licht muss man also mit etwa einem Zehntel μm rechnen. Die Oberflächengüte von Quarz ist deutlich besser als sie auf Stahl durch Schleifen und Läppen erreicht werden könnte.

3.2 Durchführung:

Die Glasplatten werden zunächst mit Aceton vorgereinigt. Anschließend wird mit optischen Papier und Aceton nachgereinigt, wie z.B. bei der Reinigung von Laserspiegeln. Schließlich werden die Oberflächen im Gegenlicht auf Partikel kontrolliert. Sehr sorgfältige Vorarbeit ist notwendig, weil z.B. Fusseln einige μm ausmachen können. Nach der Reinigung werden die Platten zunächst ohne Öl zusammengeführt, um den Nullpunkt zu setzen. Der Luftspalt liegt vernachlässigbar unter einem Zehntel μm . Anschließend wird die obere Platte an den oberen Anschlag geführt (h_0). Der verschiebbare Ölbehälter wird soweit angehoben, dass der Spalt sich mit Öl füllt. Durch Loslassen der Führungsstange beginnt die Messung. Daten werden 10min lang im Sekundentakt aufgezeichnet. Die Temperatur des Öls wird registriert.

4 Ergebnisse

Wir zeigen Ergebnisse, die mit einem Referenzöl gewonnen wurden. Das Öl stammt aus einer speziell für Vergleichsmessungen in der Getriebeforschung (Forschungsvereinigung Antriebsforschung FVA [FVA Heft 660]) hergestellten Charge. Daten der kinematischen Viskosität ν des Öls (in mm^2/s) als Funktion der Temperatur T (in K) haben wir mit folgender Gleichung angepasst

$$\log(\nu) = \frac{4 \cdot 10^8}{T^{3,277}}. \quad (15)$$

Bei 23 °C ergibt sich z.B. 1526,1 mm^2/s . Die Dichte ist zwischen -10°C und 120°C linear verteilt nach (T hier in °C)

$$\rho(T) = 911,6 - 0,636 \cdot T. \quad (16)$$

Die wirkende Kraft F ergibt sich aus den eingesetzten Massen in diesem Fall zu 6,5 N. Der Faktor α beläuft sich dann auf $\alpha=6,39 \cdot 10^6 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$. Die Messungen starten bei $\frac{1}{h_0^2} = 12,3 \cdot 10^6 \text{ m}^{-2}$ entsprechend einem h_0 von 300 μm . Mit diesen Werten hat der erste Wert den zweiten schon nach 2 s eingeholt.

Das folgende Diagramm in Abb. 3 zeigt die Mittelung von 4 Messungen im Vergleich zur Theorie. Die Kurve beginnt real bei 300 μm , aufgetragen wird erst ab 150 μm . Der Grund ist, dass das Auslösen der Bewegung Schwankungen unterworfen ist, die theoretisch nicht nachvollzogen werden können. Vorteilhafterweise spielt dies durch die Dominanz des $\alpha \cdot t$ - Terms keine Rolle.

Wir finden eine sehr gute Übereinstimmung in einem langen Zeitbereich bis 10min. Die Temperatur liegt zwischen 24,7-24,9 °C. Die Messungen enden zwischen 15,4 und 16,6 μm . Bei der Durchführung des Experiments gibt es wegen der hohen Ansprüche (Messungen im μm -Bereich!) zahlreiche Fehlermöglichkeiten, die durch sorgfältige Wiederholungen ausgeschlossen wurden. Unsicher auf einige Prozent ist die Viskosität selbst, da sich die Modellierung Gl. (15) auf nur wenige Messwerte stützt.

Es wäre durchaus möglich dieses Experiment zur Bestimmung der Viskosität zu nutzen. Man hätte dann eine Messung in der Nähe wirklicher Lagerspalte und nicht im Millimeterbereich wie bei Rotationsviskosimetern.

Die gute Übereinstimmung weist die Gültigkeit der Gleichungen nach. Das Öl verhält sich zumindest in dem beobachteten Bereich (bei nachrechenbarer Wandschubspannung) newtonisch

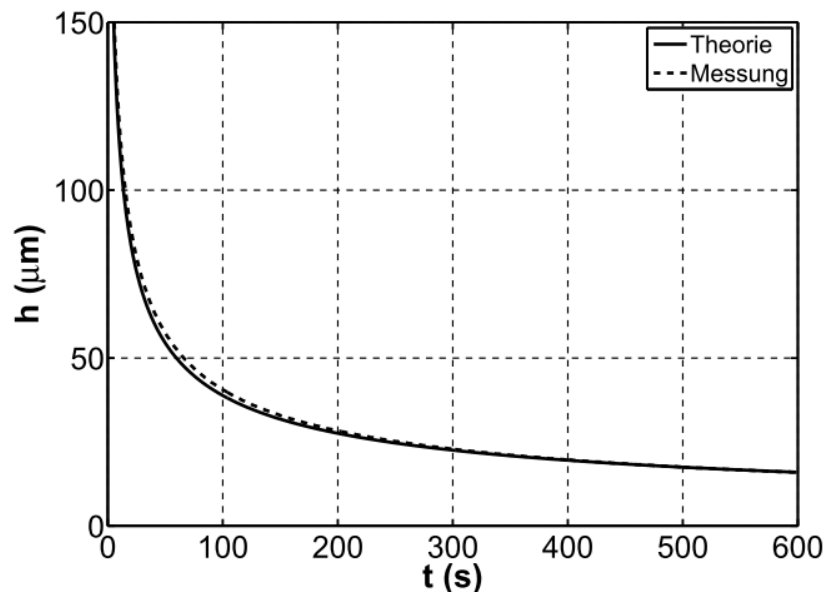


Abb. 3: Aus 4 Versuchen gemittelte Messung im Vergleich zur Theorie.

Nach der Bestätigung der Richtigkeit der Theorie lassen sich interessante Voraussagen zu realen Situationen geben. Wenn man z.B. berechnen möchte, wann bei der Annäherung zweier Flächen in einer Maschine ein kritisches Maß h unterschritten wird, so hat man die Zeit vorzugeben und das α entsprechend zu berechnen. In α kann man dann Kraft, Fläche und Viskosität kombinieren. Z.B. würden sich bei 1000 N und einem Radius von 10 mm bei obigem Öl 10 µm schon nach wenigen Zehntel-Sekunden einstellen, 1 µm aber erst nach etwa 10 s.

5 Zusammenfassung

Es wurde eine Quetschströmung zwischen zwei Platten im µm-Bereich realisiert. Die Annäherung der Platten über der Zeit konnte zuverlässig gemessen werden. Mit einem Referenzöl ergab sich eine erfolgreiche Bestätigung der laminaren Theorie. Im inversen Verfahren könnten künftig Viskositäten selbst bestimmt werden, u.a. auch von nicht-newtonischen Fluiden.

6 Referenzen

Meeten, G. H., 2001: "Squeeze flow between plane and spherical surfaces", *Rheol Acta*, 40: 279-288, doi: 10.1007/s003970000134

FVA Heft 660: Referenzölkatalog. Eine Veröffentlichung der Forschungsvereinigung Antriebstechnik. (2007)