

Methoden zur Schätzung der Kreuzkorrelationsfunktion und des Kreuzleistungsdichtespektrums aus zufällig abgetasteten LDA-Daten

Methods to estimate the cross-correlation and cross-spectral density for randomly sampled LDV data

H. Nobach

Max-Planck-Institut für Dynamik und Selbstorganisation, Am Faßberg 17, 37077 Göttingen

LDA, stochastische Abtastung, Kreuzkorrelation, Leistungsdichtespektrum, Turbulenz

LDV, stochastic sampling, cross-correlation, spectral density, turbulence

Zusammenfassung

Zur Schätzung der Autokorrelation und des Autoleistungsdichtespektrums aus unregelmäßig abgetasteten Laser-Doppler-Datensätzen sind Verfahren bekannt, die sich den drei Verarbeitungsprinzipien, der Slotkorrelation, der direkten Spektralschätzung und der Interpolation mit Filterkorrektur zuordnen lassen. Entsprechende Verfahren für die Bestimmung der Kreuzkorrelation und des Kreuzleistungsdichtespektrums aus zwei unregelmäßig abgetasteten Laser-Doppler-Datensätzen werden vorgestellt. Die entwickelten Schätzprozeduren basierend auf den drei Verfahrensklassen sind prinzipiell geeignet, Kreuzkorrelationsfunktionen und Kreuzleistungsdichtespektren aus zweikanaligen LDA-Messungen zu bestimmen. Aufgrund der fehlenden individuellen Gewichtung der Messwerte ist die Interpolation dahingehend eingeschränkt, dass die Korrektur der Korrelation von Messrate und Messwert bei niedrigen Datendichten ineffizient wird. Außerdem ist die Bestimmung der Korrekturkoeffizienten gegen die dynamischen Fehler des Interpolationsverfahrens sehr aufwändig, falls abhängige und unabhängige Messereignisse gemischt auftreten. Für die direkte Spektralschätzung sind speziell angepasste Methoden sowohl für koinzidente als auch für unabhängige Abtastung der beiden Messkanäle vorhanden. Bei gemischten unabhängigen und abhängigen Messungen unterdrückt die Quantisierung der Ankunftszeiten lang anhaltende Oszillationen sowohl in den primären Spektren als auch in der Korrelationsfunktion. Die unterschiedliche Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von abhängigen und unabhängigen Kreuzprodukten ruft bisher nicht korrigierbare systematische Fehler hervor. Die Slotkorrelation konnte durch Einführung individueller Exponenten der Gewichtungsfaktoren auch für diesen Fall angepasst werden, sodass mit der Slotkorrelation ein verlässliches Verfahren zur Bestimmung der Kreuzkorrelation und des Kreuzleistungsdichtespektrums sowohl für koinzidente, für unabhängige als auch für gemischte unabhängige und abhängige Abtastung inklusive einer nicht konstanten Verzögerungszeit zwischen den abhängigen Messungen zur Verfügung steht.

Einführung

Für die Bestimmung der Korrelationsfunktion oder der spektralen Leistungsdichte aus unregelmäßig abgetasteten Laser-Doppler-Datensätzen werden Schätzverfahren benötigt, die die gegebenen Eigenschaften der Daten berücksichtigen, nämlich die stochastische Abtastung der Geschwindigkeitsdaten an zufälligen Abtastzeitpunkten, das Rauschen der einzelnen Messwerte und die Korrelation der momentanen Messrate mit der Geschwindigkeit. Im Fall der Bestimmung der Autokorrelation und der Autoleistungsdichte aus einzelnen Laser-Doppler-Datensätzen gab und gibt es viele Untersuchungen und Entwicklungen geeigneter Verarbeitungsverfahren, nämlich der Slotkorrelation [3, 6, 10, 11, 14, 15, 20, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 29], die die Korrelationsfunktion (Korrelogramm)

direkt aus den vorhandenen Daten bestimmt, die direkte Schätzung des Leistungsdichtespektrums (Periodogramm) aus den vorhandenen Daten [3, 4, 7, 8, 9, 16, 17, 30] sowie die Interpolation der Daten zu einem kontinuierlichen Signal, anschließender gleichmäßiger Wiederabtastung und der Signalverarbeitung mit Methoden der regelmäßigen Abtastung zu Korrelationsfunktionen und Spektren, einschließlich der Korrektur systematischer, dynamischer Fehler [2, 12, 21, 26] und Rauschentfernung [18, 21].

Viel weniger Wissen existiert über diese Verfahren zur Bestimmung von Kreuzkorrelationsfunktionen und Kreuzleistungsdichtespektren aus zwei verschiedenen Laser-Doppler-Datensätzen. Bisher wurden folgende Untersuchungen durchgeführt.

- In [13] ist die Möglichkeit der Schätzung der Kreuzkorrelationsfunktion durch die Slotkorrelation erwähnt. Dabei wurde weder auf die Gewichtung der Daten, die lokale Normierung oder Fuzzy-Slotting eingegangen, noch wurden Untersuchungen über abhängige und unabhängige Messereignisse in den Datenkanälen durchgeführt. Bei der Autokorrelationsschätzung sind Gewichtungsalgorithmen bekannt [3], einschließlich der Vorwärts-Rückwärts-Ankunftszeitgewichtung, wenn Aufenthaltszeiten der Teilchen im Messvolumen nicht verfügbar sind [14, 15], die lokale Normierung und Fuzzy-Slotting [20, 27, 28, 29]. Falls der Geschwindigkeitsmittelwert für jeden Datenblock bestimmt und von den Daten abgezogen wird und der Datensatz oder bei entsprechender Unterteilung die Datenblöcke zu kurz sind und systematische Fehler durch zu geringe Abschätzung der Geschwindigkeitsvarianz auftreten, gibt es auch eine Bessel-Korrektur der Korrelationsfunktion [16, 17].
- Die Anwendung der Interpolationsverfahren zur Kreuzkorrelations- und Kreuzspektraldichteschätzung wurde in [5] und [13] untersucht. In beiden Fällen wurden aber nur Spezialfälle der Abtastungen untersucht, nämlich die völlig unabhängige Abtastung der Datenkanäle oder die gemeinsame Abtastung in [5]. Die Möglichkeit einer gewissen Zeitverzögerung von abhängigen Messungen zwischen den Messkanälen wurde in [13] erwähnt. Die dort angegebenen Verfahren funktionieren aber nur für ein Gemisch aus unabhängigen und koinzidenten Messungen, was nur dann der Fall ist, wenn die beiden Messvolumen des Laser-Doppler-Systems überlappen. Die automatische Gewichtung der Daten durch die längeren Haltezeiten der Interpolation bei geringer momentaner Datenrate können den statistischen Fehler durch die Korrelation der momentanen Datenrate mit der Geschwindigkeit verringern, aber nur bei hohen Datenraten ist dieses Gewichtungsverfahren ausreichend. Andere Gewichtungsverfahren wurden bisher für das Interpolationsverfahren nicht entwickelt. Weder die lokale Normierung noch Fuzzy-Slotting, ursprünglich für die Slotkorrelation entwickelt, wurden auf das Interpolationsverfahren angewendet. Eine Bessel-Korrektur für die Kreuzkorrelationsfunktion gegen den systematischen Fehler der Varianz- und Kreuzkovarianzschätzung stand zum Zeitpunkt der Entwicklung der Interpolationsverfahren zur Kreuzkorrelations- und Kreuzspektraldichteschätzung nicht zur Verfügung.
- Die direkte Spektralschätzung wurde bisher nur zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion und des Autoleistungsdichtespektrums erfolgreich eingesetzt, inklusive individueller Datengewichtung [4, 8, 9, 30] oder der Vorwärts-Rückwärts-Ankunftszeitgewichtung und Bessel-Korrektur [16], lokaler Normierung und Fuzzy-Ankunftszeitquantisierung [17]. Zur Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktionen und Kreuzleistungsdichtespektren wurde die direkte Spektralschätzung bisher nicht eingesetzt.

Leider ist die Anpassung der Verfahren zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion und des Autoleistungsdichtespektrums an den Fall der zweikanaligen Messung bei unregelmäßiger Abtastung nicht so einfach wie für die äquidistante Abtastung. Während bei der äquidistanten Abtastung nur einer der beiden identischen Datensätze für die Bestimmung der Autokorrelationsfunktion oder des Autoleistungsdichtespektrums durch einen zweiten Datensatz zu ersetzen ist, müssen bei der Verarbeitung von Laser-Doppler-Daten neben der immer vorhandenen unregelmäßigen Abtastung und der Korrelation der momentanen Messrate mit der Geschwindigkeit auch das gemischte Auftreten von unabhängigen und abhängigen Messereignissen in den zwei Datenkanälen berücksichtigt werden [13].

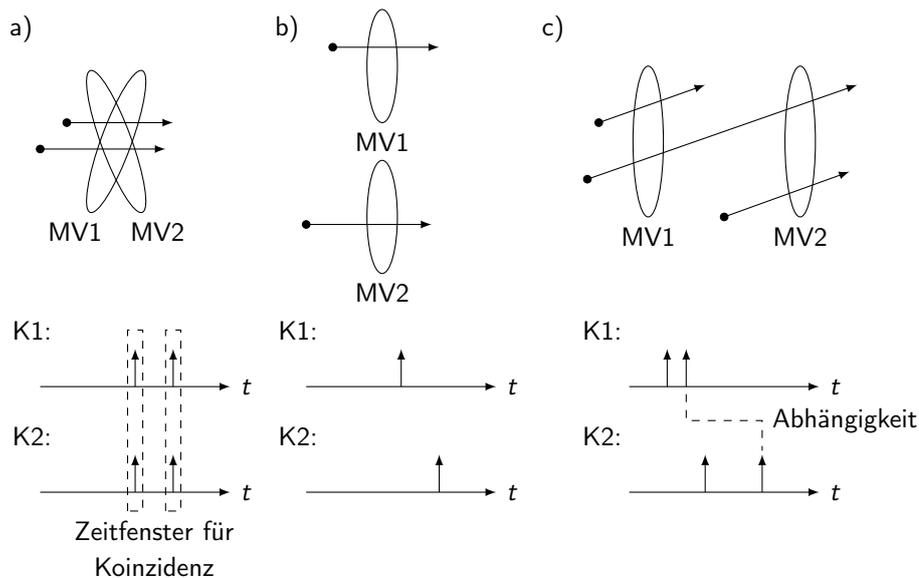


Abbildung 1: Fundamentale Abtastfälle von zweikanaligen (K1 und K2) Laser-Doppler-Daten für unterschiedliche Anordnungen der Messvolumen (MV1 und MV2): a) koinzidente Messungen; b) unabhängige Messungen; c) gemischte unabhängige und abhängige Messungen mit schwankender Verzögerungszeit zwischen den Kanälen

Abhängige und unabhängige Messereignisse

Zweikanalige Daten von Mehrkomponenten- oder Mehrpunkt-LDA-Anordnungen können je nach ihrer Konfiguration unterschiedliche Abtastungen mit unterschiedlichen systematischen Fehlern erzeugen. Die folgenden, grundlegenden Abtastprozesse müssen unterschieden werden (Abb. 1).

- Koinzidente Messungen, z. B. von Zweikomponentenanordnungen: Die beiden Messkanäle werden gemeinsam abgetastet. Es kommt zu identischen Abtastzeiten und identischer Messwertzahl in den Kanälen. Diese Abtastung entspricht in ihren statistischen Eigenschaften der einkanaligen Messung, nur dass für jeden Abtastzeitpunkt zwei Messwerte vorliegen. Die Messwertverarbeitung, die statistischen Fehler und deren Korrekturen sind ähnlich wie für die einkanalige Messung.
- Unabhängige Messungen, z. B. bei transversalen Zweipunktmessungen: Die Abtastung der beiden Messkanäle, und zwar sowohl die Anzahl der Messwerte als auch die Abtastzeiten, ist völlig unabhängig. Die systematischen Fehler und deren Korrekturen unterscheiden sich von der koinzidenten Abtastung.
- Gemischte unabhängige und abhängige Messereignisse, z. B. bei unabhängiger Messwertaufnahme in Zweikomponentenanordnungen (free-running mode) oder in longitudinalen Zweipunktmessungen: Es treten sowohl unabhängige Messereignisse von Teilchen, die nur eines der Messvolumen passieren, als auch abhängige Messereignisse von Teilchen, die beide Messvolumen passieren, auf. Die abhängigen Messereignisse, die in beiden Messkanälen registriert werden, sind dann Teilmengen der Messreihen der beiden Messkanäle. Die Messzeiten der abhängigen Messereignisse können eine Zeitverzögerung aufweisen, die zudem mit der sich zeitlich verändernden Geschwindigkeit schwanken kann.

Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktion und des Kreuzleistungsdichtespektrums

Entsprechend den in der Einleitung aufgelisteten sowie aus der Bestimmung der Autokorrelationsfunktion und der entsprechenden Autospektren bekannten Verfahrensklassen werden hier Verarbeitungsmethoden für die Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktion und des Kreuzleistungsdichtespektrums aus

zwei LDA-Datensätzen vorgestellt. Dabei wird speziell auf die Unterschiede bei der Verarbeitung von zwei Datensätzen eingegangen, die durch die drei Fälle der Abtastcharakteristik entstehen, nämlich die koinzidente Abtastung, die unabhängige Abtastung und die gemischte Abtastung mit unabhängigen und abhängigen Messungen inklusive der Möglichkeit einer eventuell schwankenden Verzögerung der abhängigen Messereignisse zwischen den beiden Kanälen, wie sie bei der Bestimmung der Autokorrelation und des Autospektrums nicht auftreten. Praktische Realisierungen der hier verwendeten Schätzverfahren sind als Python-Programme frei unter [1] erhältlich. Details zu den Verfahren sind ebenfalls unter [1] zu finden als auch in einem zusammenfassenden Konferenzbeitrag [19].

Slotkorrelation

Im Gegensatz zur Bestimmung der Autokorrelationsfunktion und des Autospektrums, kann das Rauschen in den beiden Messkanälen als unabhängig angesehen werden. Bei der Auswertung von abhängigen Messereignissen kommt es deshalb durch überlagertes Rauschen zu keinem zusätzlichen systematischen Fehler. Im Prinzip kann damit die Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktion sowohl aus den unabhängigen als auch aus den abhängigen Messereignissen erfolgen. Leider haben abhängige und unabhängige Messereignisse unterschiedliche Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens, wodurch die Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktion aus einem Gemisch von abhängigen und unabhängigen Messereignissen zu systematischen Fehlern führt. Darüber hinaus wird auch die Gewichtung bei gemischten Messereignissen problematisch, weil für unabhängige Messereignisse mit ihren individuellen Gewichten $w_{1,i}$ und $w_{2,j}$ das Produkt mit $w_{1,i}w_{2,j}$ zu gewichten ist, was aus der Verbundwahrscheinlichkeit unabhängiger Ereignisse abzuleiten ist, während das Produkt abhängiger Messereignisse ein anderes Gewicht erhalten muss, das der Wahrscheinlichkeit eines gemeinsamen Messereignisses entspricht, z. B. $\sqrt{w_{1,i}w_{2,j}}$.

Eine korrekte Schätzung der Kreuzkorrelationsfunktion mittels der Slotkorrelation ist möglich, falls die abhängigen Messereignisse eindeutig bestimmt werden und bei der Bestimmung der Kreuzkorrelationsfunktion nicht gewertet werden. Diese Identifikation der abhängigen Messereignisse ist sowohl für koinzidente Messungen als auch für unabhängige Messungen einfach zu realisieren. Während bei der koinzidenten Messung alle Messwertpaare abhängig sind und von der Summe aller Kreuzprodukte subtrahiert werden können, wie es auch bei der Bestimmung der Autokorrelationsfunktion mittels der Slotkorrelation gemacht wird, treten bei unabhängiger Messung gar keine abhängigen Messwertpaare auf, die zu entfernen wären. In beiden Fällen können speziell angepasste Verarbeitungsmethoden mit bzw. ohne die Entfernung der abhängigen Kreuzprodukte zu Schätzungen der Kreuzkorrelationsfunktion ohne systematische Fehler führen.

Für gemischte unabhängige und abhängige Messereignisse wäre dagegen eine individuelle Identifikation der abhängigen Messereignisse nötig, wofür es bisher keine verlässlichen Algorithmen gibt. Stattdessen wurde in [19] ein Verfahren vorgestellt, bei dem die Gewichte in den unterschiedlichen Intervallen der Zeitverzögerung unterschiedliche Exponenten $\gamma(\tau_k)$ erhalten, wobei der Anteil der abhängigen Kreuzprodukte unter allen Kreuzprodukten dieses Intervalls einfließt.

$$R(\tau_k) = \frac{\sum_{i=0}^{N_1-1} \sum_{j=0}^{N_2-1} b_k(t_{2,j} - t_{1,i})(w_{1,i}w_{2,j})^{\gamma(\tau_k)} u_{1,i}u_{2,j}}{\sum_{i=0}^{N_1-1} \sum_{j=0}^{N_2-1} b_k(t_{2,j} - t_{1,i})(w_{1,i}w_{2,j})^{\gamma(\tau_k)}}$$

Auf diese Weise ist es möglich, auch für das gemischte Auftreten unabhängiger und abhängiger Messereignisse die Kreuzkorrelationsfunktion und mittels der diskreten Fourier-Transformation auch das Kreuzleistungsdichtespektrum ohne systematische Fehler zu bestimmen. Details zu diesem Verfahren sind sowohl unter [1] als auch in [19] zu finden.

Interpolation

Beim Interpolationsverfahren werden die unregelmäßig abgetasteten Zeitreihen der beiden Messkanäle mittels einer Interpolation in kontinuierliche Signale überführt, die anschließend äquidistant mit einem wählbaren Abtastintervall Δt abgetastet werden. Die nun gleichmäßig abgetasteten Daten werden mit

Standardverfahren zur Kreuzkorrelationsfunktion und zum Kreuzleistungsdichtespektrum verarbeitet. Diese statistischen Kennfunktionen weisen gegenüber dem beobachteten Prozess systematische, genauer dynamische Fehler auf. In [13] wurde eine entsprechende Korrektur für zweikanalige Messungen sowohl für koinzidente als auch für unabhängige Abtastung vorgestellt. Die Korrektur wurde in [19] auf die Sample-an-Hold-Interpolation eingeschränkt dafür aber auf gemischte abhängige und unabhängige Abtastung inklusive einer, evtl. sogar schwankenden Verzögerungszeit zwischen den Kanälen erweitert. Prinzipiell können auch Interpolationsvorschriften höherer Ordnung berücksichtigt werden. Der sehr geringe Gewinn an Genauigkeit rechtfertigt aber den sehr viel größeren Rechenaufwand nicht. Die Korrektur des dynamischen Fehlers bei der Sample-and-Hold-Interpolation führt bei koinzidenter oder unabhängiger Abtastung der beiden Kanäle zu expliziten, sehr einfach zu bestimmenden Korrekturkoeffizienten, sodass es auch für das Interpolationsverfahren speziell angepasste Verarbeitungsmethoden für diese beiden Fälle der Abtastung gibt. Numerisch wesentlich aufwändiger ist der Fall gemischter unabhängiger und abhängiger Messereignisse. Unter [1] als auch in [19] ist eine Herleitung der Korrektur für diesen Fall dargestellt. Dabei wird ebenfalls die Möglichkeit einer nicht konstanten Verzögerungszeit zwischen den abhängigen Messereignissen in den beiden Kanälen berücksichtigt. Dazu wird neben den mittleren Abtastraten für unabhängige Messereignisse getrennt für die beiden Kanäle auch die mittlere Abtastrate für abhängige Messereignisse in beiden Kanälen, und zwar individuell für jede mögliche Zeitverschiebung der zu berechnenden Korrelationsfunktion, abgeschätzt. Damit werden die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von unabhängigen und abhängigen Messereignissen bereits Teil der hergeleiteten Koeffizientenmatrix für die Korrektur des dynamischen Fehlers, im Gegensatz zur Slotkorrelation zuvor und der unten dargestellten direkten Spektralschätzung, wo das gemischte Auftreten von unabhängigen und abhängigen Messereignissen zu Problemen führt, die nur für die Slotkorrelation nachträglich durch die angepassten Exponenten der Gewichtungsfaktoren zu korrigieren sind.

Da das Rauschen der beiden Messkanäle unabhängig voneinander ist, sind dadurch keine zusätzlichen systematischen Fehler der Korrelationsfunktion oder des Spektrums zu erwarten. Eine Korrektur des Rauscheinflusses, wie sie im Fall der Bestimmung der Autokorrelationsfunktion und des Autospektrums notwendig ist, wird für die Kreuzkorrelationsfunktion und das Kreuzleistungsdichtespektrum nicht benötigt. Leider gibt es für das Interpolationsverfahren noch keine Möglichkeit, individuelle Gewichtungsfaktoren, z. B. die Aufenthaltszeiten der gemessenen Teilchen, für die einzelnen Messwerte zu verwenden. Stattdessen erfolgt eine verfahrensinhärente Ankunftszeitgewichtung, weil Signalabschnitte mit geringerer mittlerer Abtastrate durch die Interpolation größerer Messwertlücken länger gehalten werden als kleinere Lücken bei höheren mittleren Abtastraten. Diese Art der Gewichtung ist aber nur bei ausreichend großen Abtastraten wirksam genug, während bei üblichen mittleren Datenraten von ein bis zwei Messwerten pro integralem Zeitmaß mit entsprechend großen statistischen Fehlern zu rechnen ist.

Direkte Spektralschätzung

Bei der direkten Spektralschätzung werden die aufgenommenen Daten direkt in ein Spektrum überführt. Für den Fall der Autokorrelation und des Autospektrums wurden mehrere Korrekturen von Fehlereinflüssen durch die zufällige Abtastung und durch Prozessortotzeiten entwickelt [4, 16], wobei das Spektrum der gewichteten Geschwindigkeiten mit dem Spektrum der Folge der Gewichte entfaltet wird, was vorteilhafter Weise mittels der inversen Fourier-Transformation im Korrelationsbereich als einfache Normierung erfolgt. Außerdem wurden bei der Bestimmung der primären Spektren wie bereits bei der Slotkorrelation die Selbstprodukte aus den Summen entfernt, um Probleme durch die unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten von Selbst- und Kreuzprodukten zu vermeiden. Ähnlich ist das Vorgehen bei der Bestimmung der Kreuzkorrelation und des Kreuzleistungsdichtespektrums. Auch hier müssen die abhängigen Messereignisse aus den Summen entfernt werden, was wiederum für koinzidente Messungen und für unabhängige Messungen leicht zu realisieren ist. Bei koinzidenten Messungen sind alle Messwerte abhängig und bei unabhängigen Messungen sind keine abhängigen Messwertpaare zu entfernen.

Für gemischte unabhängige und abhängige Messereignisse wäre dagegen eine individuelle Identifikation

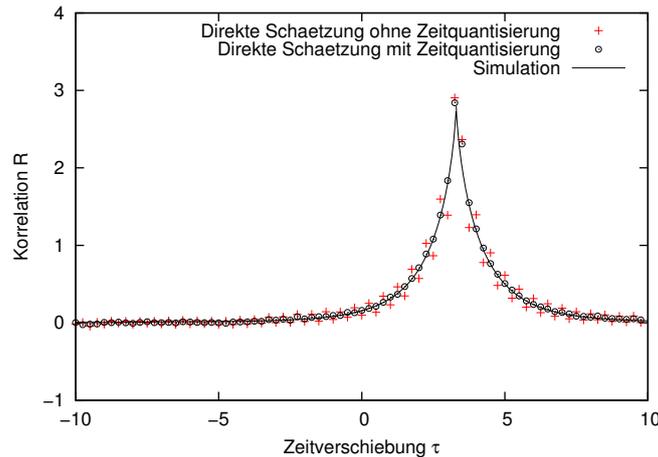


Abbildung 2: Ausgedehnte Oszillationen in den primären Spektren führen bei der direkten Spektralschätzung zu Oszillationen der Kreuzkorrelationsfunktion, die durch eine Quantisierung der Ankunftszeiten unterdrückt werden.

der abhängigen Messereignisse nötig, wofür es bisher keine verlässlichen Algorithmen gibt. Leider wurde bisher auch keine Möglichkeit gefunden, den Ansatz aus der Slotkorrelation zu nutzen, individuelle Exponenten der Gewichtungsfaktoren in Abhängigkeit vom Anteil der abhängigen Kreuzprodukte an allen Kreuzprodukten für eine bestimmte Zeitverschiebung zu definieren. Bei gemischtem Auftreten von unabhängigen und abhängigen Messereignissen ist deshalb mit einem systematischen Fehler der Korrelationsfunktion und des Spektrums bei Verwendung der direkten Spektralschätzung zu rechnen. Bei Verzögerungszeiten zwischen den abhängigen Messereignissen zwischen den Kanälen kommt es zusätzlich zu sehr breitbandigen Oszillationen in den primären Spektren. Wenn nun die dazu passende Periodendauer nicht exakt in das Zeitraster der für die Normierung ermittelten Korrelationsfunktionen passt, kommt es auch in der Korrelationsfunktion zu Oszillationen (Abb. 2), die selbst mit der Normierung nicht vollständig zu unterdrücken sind. Eine wirksame Unterdrückung setzt voraus, dass die Oszillationen mit vollen Perioden in den ermittelten Spektralbereich der primären Spektren passen. Das kann dadurch erreicht werden, dass die Ankunftszeiten auf ganze Zeitschritte der zeitlichen Abtastung der zu ermittelnden Korrelationsfunktion gerundet werden. Weitere systematische Fehler sind durch diese Zeitquantisierung nicht zu erwarten, sodass die direkte Spektralschätzung für die Kreuzkorrelationsfunktion und das Kreuzleistungsdichtespektrum grundsätzlich mit einer Quantisierung der Ankunftszeiten erfolgen kann.

Auch bei der direkten Spektralschätzung sind wegen der Unabhängigkeit des Rauschens in den beiden Messkanälen keine systematischen Fehler zu erwarten, sodass nach der Zeitquantisierung und der Unterdrückung der Oszillationen nur die Mischung von abhängigen und unabhängigen Kreuzprodukten und ihren unterschiedlichen Wahrscheinlichkeiten ihres Auftretens als Quelle von systematischen Fehlern in der Kreuzkorrelationsfunktion und dem Kreuzleistungsdichtespektrum bleibt.

Daten

Zur Validierung der Schätzverfahren wurden sowohl Rechnersimulationen mit einstellbaren statistischen Kenngrößen des Signals und der Abtastung der beiden Kanäle als auch LDA-Zweipunktmessungen ausgewertet. In Abb. 3 sind die Kreuzkorrelationsfunktionen der verschiedenen Verfahren gegenübergestellt. Sowohl bei der Simulation als auch bei der Messung sind keine groben Abweichungen der Verfahren zu erkennen. Bei der Simulation, für die Referenzwerte der Korrelationsfunktion aus der Simulation bekannt sind, lassen sich kleine systematische Fehler des Interpolationsverfahrens erkennen. Da die Aufenthaltszeitgewichtung, wie sie sowohl bei der Slotkorrelation als auch bei der direkten Spektralschätzung verwendet wurde, bei der Interpolation nicht durchgeführt werden kann und stattdessen die inhärent wirkende Ankunftszeitgewichtung, die ihrerseits aber bei der simulierten mittleren

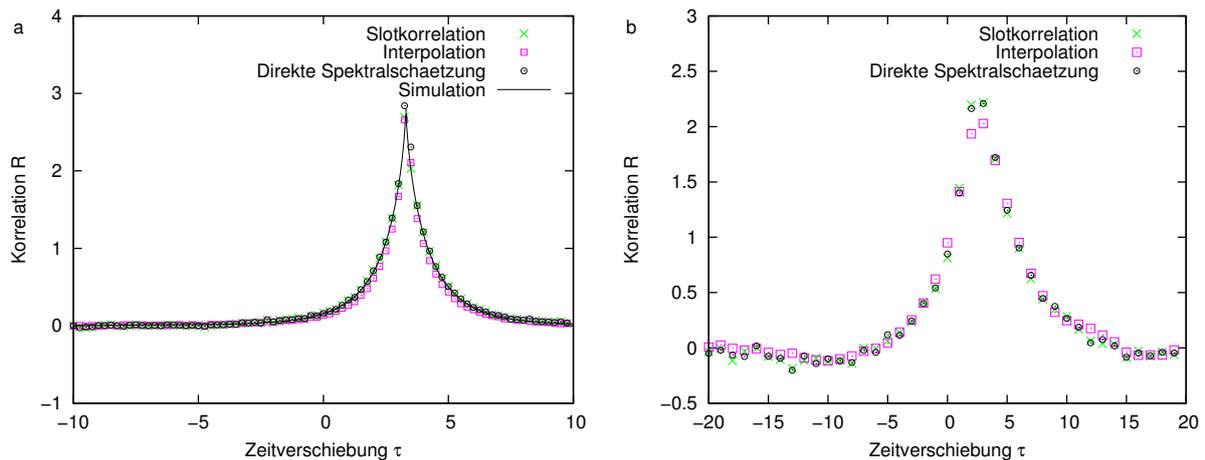


Abbildung 3: Vergleich der Verfahren: a) Simulation, b) Experiment

Datenrate nicht wirksam genug ist, ist hier mit einem verbleibenden statistischen Fehler zu rechnen. Sowohl die Slotkorrelation als auch die direkte Spektralschätzung verwenden die Aufenthaltszeitgewichtung, die auch bei kleinen Datenraten effektiv funktioniert.

Die Kreuzkorrelationsfunktionen der Slotkorrelation und der direkten Spektralschätzung sind sich sehr ähnlich. Es gibt nur nahe der mittleren Verzögerungszeit zwischen den Kanälen kleine, aber signifikante Abweichungen. Die direkte Spektralschätzung zeigt hier im Gegensatz zur Slotkorrelation eine zu große Schätzung der Korrelation, die durch die Mischung von unabhängigen und abhängigen Messereignissen stammt, wobei an diesen Stellen die abhängigen Messereignisse dominieren und für die Abweichung gegenüber den Referenzwerten verantwortlich sind. Mit der Einführung der variablen Exponenten der Gewichtungsfaktoren ist man mit der Slotkorrelation besser in der Lage, diesen Einfluss zu korrigieren. Die Werte der Kreuzkorrelationsfunktion sind entsprechend genauer.

Bei den experimentellen Daten ist ebenfalls eine Dämpfung der Fluktuationen bei der Interpolation zu erkennen, was auch auf die geringe mittlere Datenrate und die damit verbundene ineffiziente Korrektur der Korrelation von mittlerer Datenrate und Messgröße zurückzuführen ist. Die direkte Spektralschätzung und die Slotkorrelation zeigen selbst nahe der mittleren Zeitverzögerung keine Abweichungen voneinander, was ein Indiz dafür ist, dass die Messreihen hauptsächlich aus unabhängigen Messwerten bestehen und nur wenige abhängige Messungen auftreten.

Dankesworte

Die Experimente wurde von Christoph Schneider am Fachgebiet Energie- und Kraftwerkstechnik der Technischen Universität Darmstadt mit der Förderung durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft im Rahmen des SFB 568 durchgeführt.

Literatur

- [1] URL <http://ldvproc.nambis.de/programs/pyLDV.html>.
- [2] R J Adrian and C S Yao. Power spectra of fluid velocities measured by laser Doppler velocimetry. *Exp. in Fluids*, 5:17–28, 1987.
- [3] P Buchhave, W K George, Jr, and J L Lumley. The measurement of turbulence with the laser Doppler anemometer. In *Annual Review of Fluid Mechanics*, volume 11, pages 442–503. Annual Reviews, Inc., Palo Alto, CA, 1979.
- [4] P Buchhave and C M Velte. Reduction of noise and bias in randomly sampled power spectra. *Experiments in Fluids*, 56:79, 2015.
- [5] J Fitzpatrick and L Simon. Estimation of cross-power spectra using sample-and-hold reconstruction of laser Doppler anemometry data. *Exp. in Fluids*, 39:954–965, 2005.
- [6] M Gaster and J B Roberts. Spectral analysis of randomly sampled signals. *J. Inst. Maths. Applics.*, 15:195–216, 1975.

- [7] M Gaster and J B Roberts. The spectral analysis of randomly sampled records by a direct transform. *Proc. R. Soc. Lond. A.*, 354:27–58, 1977.
- [8] W K George. Quantitative measurement with the burst-mode laser Doppler anemometer. *Exp. Therm. and Fluid Sci.*, 1:29–40, 1988.
- [9] W K George, P D Beuther, and J L Lumley. Processing of random signals. pages 757–800, 1978. Proceedings of the dynamic flow conference, Skovlunde, Denmark, (PO Box 121, DK-2740 Skovlunde).
- [10] W T Mayo, Jr. A discussion of the limitations and extensions of power spectrum estimation with burst counter LDV systems. pages 90–104, 1974. Proceedings of the second international workshop on laser velocimetry, (Bull. No. 144), Purdue Univ., West Lafayette, Ind.
- [11] W T Mayo, Jr, M T Shay, and S Ritter. The development of new digital data processing techniques for turbulence measurements with a laser velocimeter, 1974.
- [12] S Moreau, G Plantier, J-C Valière, H Bailliet, and L Simon. Estimation of power spectral density from laser Doppler data via linear interpolation and deconvolution. *Experiments in Fluids*, 50:179–188, 2011.
- [13] E Müller, H Nobach, and C Tropea. A refined reconstruction-based correlation estimator for two-channel, non-coincidence laser Doppler anemometry. *Meas. Sci. and Technology*, 9(3):442–451, 1998.
- [14] H Nobach. Processing of stochastic sampled data in laser Doppler anemometry. In *Proc. 3rd International Workshop on Sampling Theory and Applications, Loen, Norway*, pages 149–154, 1999.
- [15] H Nobach. Local time estimation for the slotted correlation function of randomly sampled LDA data. *Exp. in Fluids*, 32:337–345, 2002.
- [16] H Nobach. Corrections to the direct spectral estimation for laser Doppler data. *Exp. in Fluids*, 56:109, 2015.
- [17] H Nobach. Fuzzy time quantization and local normalization for the direct spectral estimation from laser Doppler velocimetry data. *Exp. in Fluids*, 56:182, 2015.
- [18] H Nobach. A model-free noise removal for the interpolation method of correlation and spectral estimation from laser Doppler data. *Exp. in Fluids*, 56:100, 2015.
- [19] H Nobach. Present methods to estimate the cross-correlation and cross-spectral density for two-channel laser doppler anemometry. In *Proc. 18th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 2016. paper 2.2.2.
- [20] H Nobach, E Müller, and C Tropea. Correlation estimator for two-channel, non-coincidence laser-Doppler-anemometer. In *Proc. 9th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 1998. paper 32.1.
- [21] H Nobach, E Müller, and C Tropea. Efficient estimation of power spectral density from laser Doppler anemometer data. *Experiments in Fluids*, 24:499–509, 1998.
- [22] J B Roberts and D B S Ajmani. Spectral analysis of randomly sampled signals using a correlation-based slotting technique. *IEE Proc.*, 133(2):153–162, 1986.
- [23] P F Scott. Random sampling theory and its application to laser velocimeter turbulent spectral measurements. Technical report, General Electric Co., Corporate Res. and Development, 1974. Report No. 74CRD216, Tech, Info Series.
- [24] P F Scott. *Distortion and Estimation of the Autocorrelation Function and Spectrum of a Randomly Sampled Signal*. PhD thesis, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, 1976.
- [25] M T Shay. *Digital Estimation of Autocovariance Functions and Power Spectra from Randomly Sampled Data Using a Lag Product Technique*. PhD thesis, Texas A&M University, College Station, TX, 1976.
- [26] L Simon and J Fitzpatrick. An improved sample-and-hold reconstruction procedure for estimation of power spectra from LDA data. *Exp. in Fluids*, 37:272–280, 2004.
- [27] M J Tummers, D M Passchier, and P A Aswatha Narayana. LDA measurements of time- and spatial correlation functions in an adverse pressure gradient wake. In *Proc. ASME/JSME Fluids Eng. and Laser Anemometry Conf.*, pages 347–355, Hilton Head Island, South Carolina, USA, 1995. FED-Vol. 229.
- [28] H R E van Maanen, H Nobach, and L H Benedict. Improved estimator for the slotted autocorrelation function of randomly sampled LDA data. *Meas. Sci. Technol.*, 10(1):L4–L7, 1999.
- [29] H R E van Maanen and M J Tummers. Estimation of the autocorrelation function of turbulent velocity fluctuations using the slotting technique with local normalization. In *Proc. 8th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics*, Lisbon, Portugal, 1996. paper 36.4.
- [30] C M Velte, W K George, and P Buchhave. Estimation of burst-mode LDA power spectra. *Exp. in Fluids*, 55:1674, 2014.