

Unsicherheit der LDA-Profilrekonstruktion

uncertainty evaluation for LDA flow profile reconstruction

J. Steinbock, M. Juling, T. Lederer

AG Neue Verfahren der Wärmemengenmessung

Physikalisch-Technische Bundesanstalt - Institut Berlin, Abbestr. 2-12, 10587 Berlin

Rückführung, LDA, Volumenstrom, Normal, Messunsicherheit, Profilrekonstruktion
traceability, LDA, volume flow, normal, measurement uncertainty, flow profile reconstruction

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wird dargestellt, wie durch Monte-Carlo-Simulationen die Unsicherheit für die Integration unvollständig gemessener LDA-Profile bestimmt werden kann.

Einleitung

Die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) in Berlin, Abteilung Wärme und Vakuum, baut eine neue Durchflussprüfanlage für Wasser, die den Temperaturbereich von 3 bis 230°C abdecken soll. Der projektierte Arbeitsbereich liegt zwischen 20 und 200 m³/h bei einer maximalen Anschlussnennweite von DN 150. Speziell im Temperaturbereich über 100°C soll die Anlage für Forschungs- und Entwicklungsprojekte im Zusammenhang mit Arbeiten zur Effizienzsteigerung von Kraftwerken eingesetzt werden. In diesem Temperaturbereich ist eine klassische, auf volumetrischen oder gravimetrischen Verfahren basierende metrologische Rückführung nicht realisierbar. Stattdessen kommt ein laseroptisches Normal für die Bestimmung des Referenzdurchflusses zum Einsatz. Basis des Normals ist die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA), ein primäres Geschwindigkeitsmessverfahren.

Der optische Zugang (Abb.1) für das Hochtemperatur-Durchfluss-Normal ist als Venturi-Kontur ausgeführt, wodurch das Strömungsfeld bei geringem Druckverlust homogenisiert wird. Der mechanische Aufbau ist zweiteilig realisiert: Der Druckabschluss wird über Metallverschmolzene Glasscheiben (Metaglas) in einer kommerziell erhältlichen Schauglasarmatur sichergestellt. Die metrologisch relevante hydraulische Venturi-Innenkontur ist als druckentlastetes Insert ausgeführt. Auf diese Weise lässt sich kostengünstig eine Messkammer realisieren, die sowohl den metrologischen Anforderungen als auch den Sicherheitsanforderungen einer industriellen Umgebung gerecht wird. Die Messebene befindet sich in einem innenkalibrierten Präzisionsglasrohr mit einer Durchmesserabweichung kleiner als 0,03 mm. Für die Bestimmung des Referenzdurchflusses wird die axiale Komponente des Strömungsfeldes mittels eines 2D-1-Komponenten-LDA abgetastet und integriert.

In Analysen zur Messunsicherheit von Durchflüssen auf Basis einer punktförmigen Abtastung des Querschnittes (Netzmessungen) wird vorausgesetzt, dass an allen vorher definierten Messorten auch tatsächlich eine Geschwindigkeitsmessung stattgefunden hat. Für Stausonden mag diese Annahme noch zutreffend sein, für optische Messverfahren nicht unbedingt: Bedingt durch optische Effekte oder Verunreinigungen im optischen Zugang können Bereiche auftreten, in denen keine LDA-Signale aufgezeichnet werden können, beziehungsweise die erreichbare Datenrate / Signalstärke zu gering ist, siehe Abb. 2 .

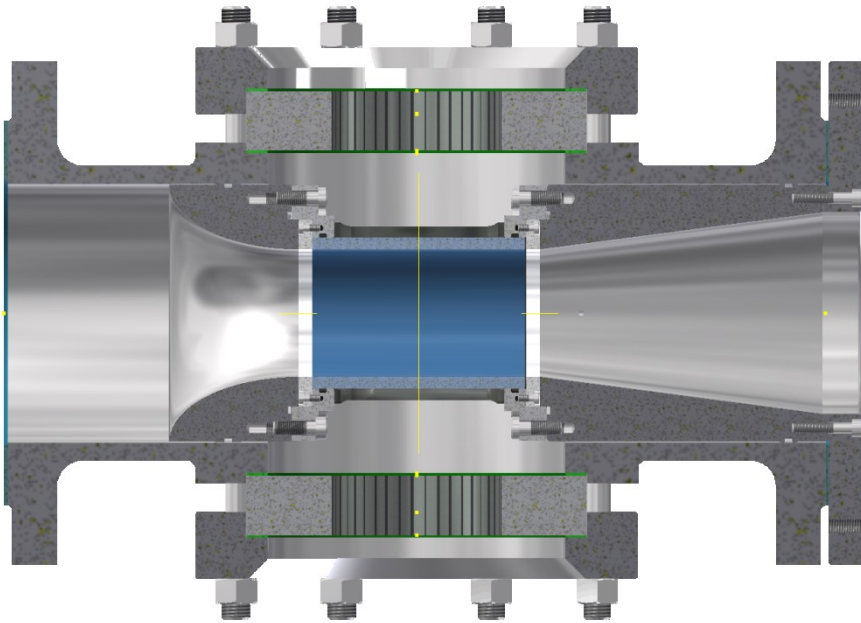


Abb. 1: optischer Zugang mit Venturi Kontur

Für die Integration ist es vorteilhaft wenn das Strömungsprofil geschlossen darstellbar ist. Daher muss vor der Integration einer solchen mit Fehlstellen behafteten Profil-Messung eine Rekonstruktion des Geschwindigkeitsfeldes durchgeführt werden. Wird auf die Rekonstruktion verzichtet, so wird in der Regel der Volumenstrom unterschätzt. Die dadurch entstehende Abweichung des integrierten Durchflusses ist für ein Normalmessverfahren nicht akzeptabel.

Nachfolgend wird zunächst eine Methodik zur Rekonstruktion eines mit Fehlstellen behafteten Geschwindigkeitsprofils vorgestellt. Anschließend wird ein Monte-Carlo Verfahren beschrieben, mit der sich die Unsicherheit der Rekonstruktion für die Messung bestimmen lässt. Ziel dieses Beitrages ist es die Unsicherheit einer Profil-Rekonstruktion auf die Integration von Netzmessungen zu bestimmen.

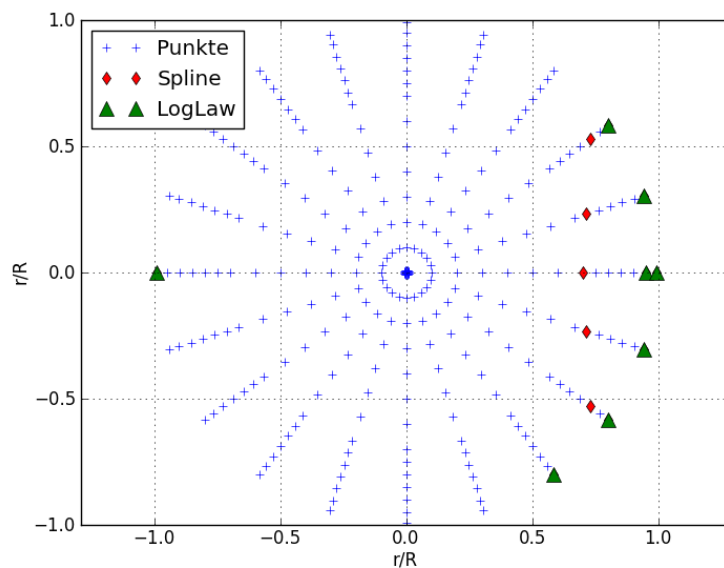


Abb. 2: Fehlstellen im Messgitter

Rekonstruktion des Geschwindigkeitsfelds

Die einfachste Möglichkeit zur Schließung des Profils stellt die lineare Interpolation dar. Leider wird eine solche Linearisierung nicht der Charakteristik einer Rohrströmung gerecht, es findet eine Unterschätzung des Volumenstroms statt. Aus diesem Grund wird eine kubisch multivariate Spline-Interpolation auf Basis des Clough-Tocher-Verfahrens verwendet, siehe auch Jones et al. 2001. Diese Interpolationsmethodik ist hervorragend geeignet für die unregelmäßige Stützstellenanordnung, die sich durch die immer unterschiedlichen Fehlstellen ergibt.

Naturgemäß lässt sich die Interpolation nur ausführen, wenn sich die Fehlstelle im inneren des Messgitters befindet. Ist die Fehlstelle dagegen am Rand des Messgitters angeordnet so wird der fehlende Punkt durch die Log-Regel gemäß der VDI 2640 rekonstruiert. Basis hierfür ist die empirisch begründete Annahme, dass die Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit v vom dimensionslosen Wandabstand r/R über einen weiten Bereich durch eine logarithmische Funktion (siehe Formel 1) angenähert werden kann. Als Stützpunkte werden in diesem Fall die nächsten zwei in Richtung der Rohrmitte liegenden Nachbar-Punkte gewählt.

$$v\left(\frac{r}{R}\right) = A + B \cdot \lg\left(1 - \frac{r}{R}\right) + C \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

Formel 1- logarithmisches Wandgesetz, aus Fiedler 1992

Integration des Geschwindigkeitsfeldes

Das rekonstruierte Profil wird in einzelne Messpfade l -radien aufgeteilt. Die Messpfade werden einzeln unter Berücksichtigung der Guldinschen' Regel integriert. Jeder Messradius trägt dabei mit einem gleich großen Anteil zum Gesamtdurchfluss bei. Dieses Vorgehen kann angewandt werden wenn genügend Messpfade zur Verfügung stehen. Die Streuung der Pfad-Volumenströme untereinander ist ein Maß für die Ungleichförmigkeit der Strömung. Umso größer die Abweichung der einzelnen Pfad-Volumenströme zueinander, desto mehr Messpfade sollten in den Querschnitt gelegt werden.

Vorgehensweise zur Bestimmung der Unsicherheit der Rekonstruktion

Ein analytisches Strömungs-Profil wird ausgewählt, mit dem die Strömungssituation in der Messebene approximiert wird. Im Folgenden wird beispielhaft eine analytische Formulierung nach Gersten 2005 verwendet. Sie ist gültig für vollausgebildete turbulente Rohrströmungen in einem runden Querschnitt bei Reynoldszahlen zwischen 4×10^3 und 1×10^7 . Je nach Strömungsmedium, Ausbildungszustand und Einbausituation kann jedoch eine andere Formulierung (Log-, Exp-, Tanh-Ansatz u.v.a.m.) geeigneter sein, um die Modellströmung zu verwirklichen. Auf dem Messgitter wird, unter Einhaltung der wesentlichen fluidmechanischen Ähnlichkeits-Parameter, der analytische Profilverlauf ohne Fehlstellen erzeugt. Durch Integration dieses vollständigen Profils wird der Referenzdurchfluss für die Bestimmung der Rekonstruktion bestimmt. Asymmetrische Strömungszustände können auch auf Basis einer interpolierten Messung erstellt werden.

Es wird eine Fehlstellen-Analyse für das gemessene Geschwindigkeitsprofil durchgeführt. Dazu werden entsprechend der Validitätskriterien Burstanzahl, Datenrate, Standardabweichung und statistischer Unsicherheit für jede radiale Position im Messgitter die „Ausfallwahrscheinlichkeit“ sowie die Gesamtzahl der „Totpunkte“ festgestellt. Der Quotient aus Fehlstellen und Messpunktanzahl wird im Folgenden Fehlstellenverhältnis genannt.

Ablauf eines Monte-Carlo Versuchs

Das analytische Referenzprofil wird künstlich mit Fehlstellen beaufschlagt. Die Positionen der Fehlstellen sind in jedem Monte-Carlo-Versuch verschieden, die radiale Verteilung und die Ausfallwahrscheinlichkeit der Fehlstellen entspricht der des gemessenen Profils. Nun wird das künstliche Profil durch die oben genannte Spline-Interpolation beziehungsweise die Log-Regel wieder geschlossen. Die Integration eines auf diese Weise vervollständigten Profils beendet einen Monte-Carlo-Versuch mit dem Durchfluss als Ergebnis.

Auswertung der Monte-Carlo-Versuche

Für ein gemessenes Profil mit einem definierten Fehlstellenverhältnis werden wiederholt Monte-Carlo-Versuche durchgeführt. Aus der Standardabweichung der integrierten Monte-Carlo-Durchflüsse ergibt sich der Unsicherheitsbeitrag der Rekonstruktion für den Volumenstrom, siehe dazu auch Abbildung 4.

Anhand eines dynamischen Abbruchkriteriums, beschrieben in Wübbeler et al. 2010, wird die Anzahl der durchzuführenden Versuche festgelegt. Auf diese Weise kann viel Rechenzeit gespart werden, da der Rekonstruktions-Algorithmus numerisch aufwendig ist. Die Berechnung für die statistisch benötigte Versuchsanzahl erfolgt in einer Losgröße von zehn, bei ebensovielen Startversuchen. Die Mindestanforderung an das Monte-Carlo-Ergebnis ist ein Konfidenzniveau von 0,95 bei einer numerischen Toleranz von 0,005 (zwei signifikante Nachkommastellen). Für die aus den Messungen ermittelten Fehlstellenverhältnisse wurden zwischen 960 und 34000 Monte-Carlo-Profile benötigt, um der Abbruchbedingung zu genügen.

Durch eine Variation des Verhältnisses von Fehlstellen zu Messpunktzahl wird ein empirischer Zusammenhang zwischen der Fehlstellenanzahl und der Unsicherheit der Rekonstruktion ermittelt. Dazu werden unter Beibehaltung der radialen Verteilung Geschwindigkeitsprofile mit einer von der Messung abweichenden Fehlstellenanzahl erzeugt. Für jedes Fehlstellenverhältnis muss wieder das oben genannte Qualitätskriterium erfüllt werden. Anschließend werden die ermittelten Monte-Carlo-Unsicherheiten über dem Fehlstellenverhältnis aufgetragen und mittels Regression eine analytische Ausgleichsfunktion bestimmt, siehe Abbildung 3. Auf diese Weise ist es möglich für eine ähnlich geartete Messung, die ein anderes Fehlstellenverhältnis aufweist, die Unsicherheit der Rekonstruktion anzugeben. Besondere Bedeutung erhält die Methode wenn sich die Qualität des optischen Zugangs im Laufe der (Wiederhol-) Messungen durch Ablagerungen verschlechtert, was im industriellen Umfeld nicht auszuschließen ist.

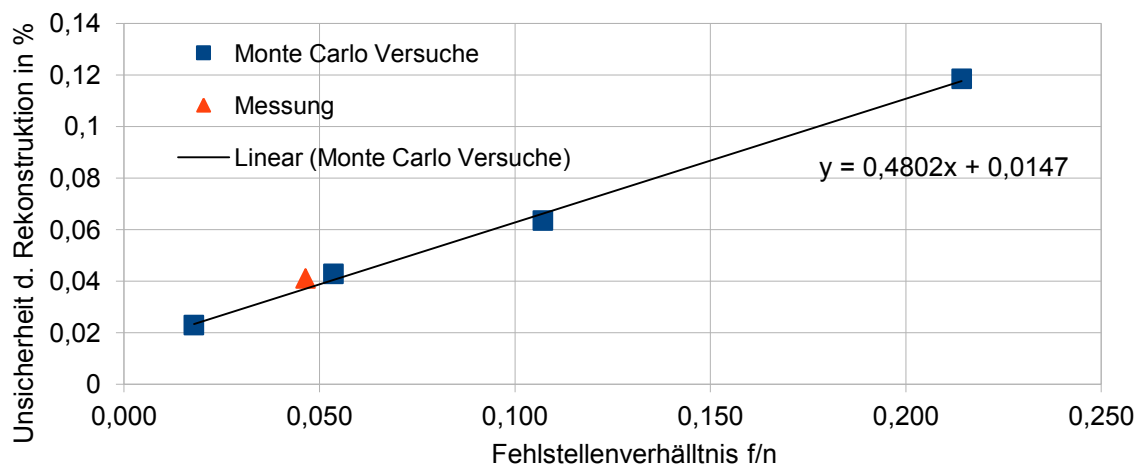


Abb. 3: Unsicherheit der Rekonstruktion für verschiedene Fehlstellenverhältnisse

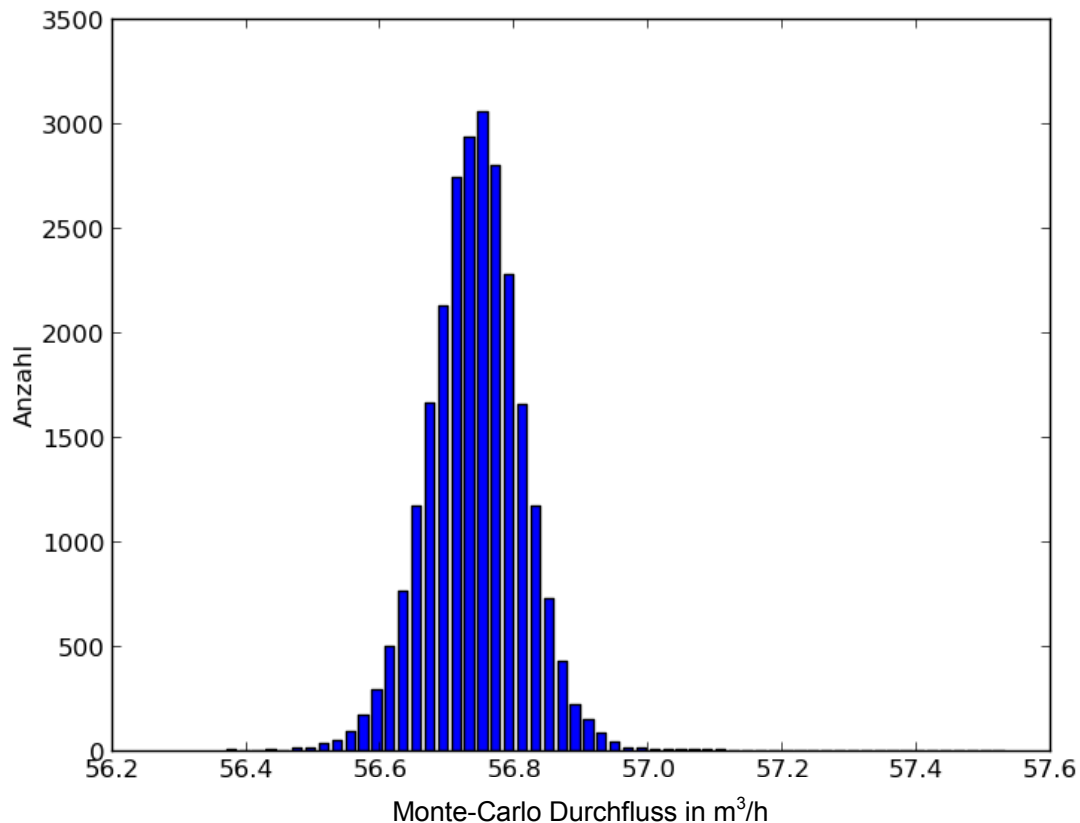


Abb. 4 : Ergebnis der integrierten Monte-Carlo Versuche für ein Fehlstellenverhältnis

Auswirkung der Rekonstruktion auf die Integration / Ergebnis

Exemplarisch werden vier Messungen bei Reynoldszahlen zwischen $1,2e^4$ und $7,25e^5$ ausgewertet. Die Fehlstellenverhältnisse liegen zwischen 0,03 und 0,18. Für die Bestimmung des Volumenstroms in einer Normalmessung werden Fehlstellenverhältnisse kleiner als 0,05 erwartet. Wenn auf die Rekonstruktion verzichtet wird, so wird der Volumenstrom abhängig vom Messgitter und der Reynoldszahl bei der Integration deutlich unterschätzt. Dies muss, sofern es nicht korrigiert wird, als Unsicherheit gewertet werden. Die Anwendung des oben beschriebenen Rekonstruktionsalgorithmus ermöglicht es diese Unsicherheit auf etwa 0.1 % zu reduzieren (siehe Tabelle 1).

Tabelle 1: Unsicherheit der Profilrekonstruktion für vier Messungen

Profil	Reynoldszahl	ΔQ in %	f/n	U(k=2) in %
1	12000	-4,78	0,179	0,225
2	44000	-1,77	0,100	0,101
3	182000	-1,06	0,029	0,036
4	752000	-0,61	0,032	0,032

Anzumerken ist, dass die verwendeten Test-Profile ursprünglich nicht dazu aufgenommen wurden um den Durchfluss zu bestimmen, sondern nur der Strömungsvisualisierung dienen. Dieses Ergebnis sollte für andere nahezu ausgebildete Strömungszustände und ähnliche Fehlstellenverhältnisse übertragbar sein. Der Faktor zwischen Fehlstellenverhältnis und der Unsicherheit der Rekonstruktion sinkt mit steigender Reynoldszahl, vergleiche dazu Abb. 5. Die Anwendung der Rekonstruktion ist insbesondere notwendig wenn Messunsicherheiten kleiner als 1 % für den integrierten Durchfluss erreicht werden sollen.

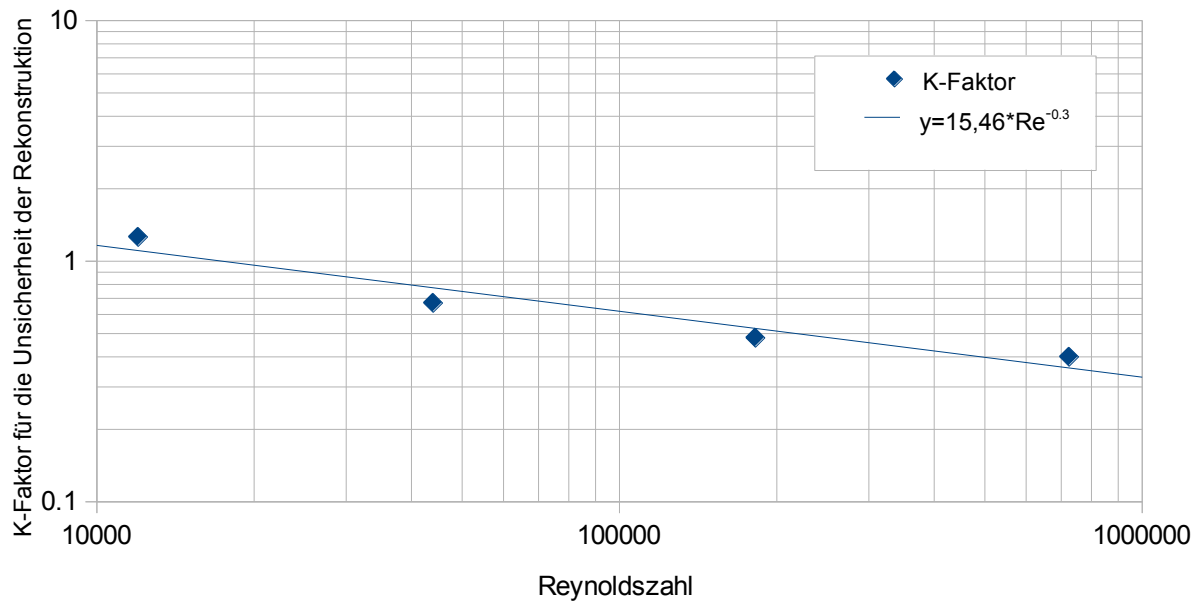


Abb. 5 : Zusammenhang zwischen Reynoldszahl und K-Faktor der Rekonstruktionsunsicherheit

Ausblick

Andere Anwendungsgebiete in denen die vorgestellte Methodik Anwendung finden könnte sind beispielsweise die Gasmengenmessung, die Kalibrierung von Windkanälen, Emissionsmessungen an Kraftwerken oder die Messung von Flüssigerdgas (LNG).

Danksagung

Die hier präsentierten Untersuchungen wurden vom Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (BMWi) im Rahmen des MNPQ-Transfer-Projektes *HT-LDV* („Hochtemperatur-Laser Doppler Volumenstrommesstechnik“) finanziell unterstützt.

Literatur

Fiedler, Otto: 1992 „*Strömungs- und Durchflussmesstechnik*“, R. Oldenburg Verlag München Wien, ISBN 3-486-22119-1

Gersten, Klaus: 2005 „*Fully Developed Turbulent Pipe Flow*“, Buchkapitel in „*Fluid Mechanics of Flow Metering*“, S. 1-22, Springer Verlag Berlin Heidelberg New York, ISBN 3-540-22242-1.

Jones, Eric; Oliphant, Travis; Peterson, Pearu et al.: 2001: „*SciPy: Open Source Scientific Tools for Python*“, <http://www.scipy.org/>, speziell Klassendokumentation für “*scipy.interpolate.griddata*“, <http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.interpolate.griddata.html> (12.06.2014).

VDI/VDE 2640: 1993 „*Netzmessung in Strömungsquerschnitten*“.

Wübbeler, Gerd; Harris, Peter M.; Cox, Maurice G.; Elster, Clemens: 2010 „*A two-stage procedure for determining the number of trials in the application of a Monte Carlo method for uncertainty evaluation*“, in *Metrologia*, Nr. 47, S. 317-324, DOI: 10.1088/0026-1394/47/3/023.