

A posteriori Partikelpositionsdetektion in der digitalen holographischen Particle Image Velocimetry

A posteriori particle position detection in digital holographic particle image velocimetry

C. Heßeling, T. Homeyer, J. Peinke und G. Gülker

Forwind – Zentrum für Windenergieforschung, Institut für Physik, Universität Oldenburg, Oldenburg, Deutschland

Holographie, Particle Image Velocimetry, Partikeldetektion, Lagrange Trajektorien
Holography, Particle Image Velocimetry, particle detection, Lagrangian trajectories

Zusammenfassung

In der digitalen holographischen Particle Image Velocimetry (DHPIV) wird die Bewegung eines Fluids über die Verfolgung von Tracerpartikeln indirekt vermessen. In einem in-line Aufbau wird die Vorwärtsstreuung des Laserlichts an Partikeln genutzt. Dieses kann mit dem nicht-gestreuten Lichtanteil überlagert werden und das entstehende Interferenzmuster wird als digitales Hologramm aufgezeichnet. Aus diesem Interferenzmuster können die komplexen Lichtfelder rekonstruiert werden. Zur Detektion von Partikelpositionen wird schließlich nach ihren Charakteristika im komplexen Lichtfeld gesucht. [Heß13]. Die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen, unterstützt durch Simulationen, zeigen, dass eine deutliche Abhängigkeit dieser Eigenschaften von der transversalen Position eines Partikels relativ zum Kamerasensor besteht. Das Wissen um diese Abhängigkeit wird in einem neuen Algorithmus zur Positionsdetektion verwendet. Schließlich werden Trajektorien gezeigt, die aus den rekonstruierten Positionen verfolgt werden konnten.

Einleitung

In der klassischen Particle Image Velocimetry (PIV) werden einer zu untersuchenden Fluidströmung Streupartikel zugesetzt, diese mit Laserpulsen beleuchtet und aus den aufgenommenen Streufeldern wird die Bewegung des Fluids rekonstruiert. Hierbei werden in einer Ebene zwei Geschwindigkeitskomponenten vermessen (2D2C). Die Erweiterung auf tomographische PIV [Elsigna] ermöglicht auch 3D3C-Messungen. Diese Methode ist mit einem aufwändigen und kostenintensiven Einsatz mehrerer Kameras verbunden, wobei die Genauigkeit der Justage ihrer Relativpositionen und -winkel entscheidend für die Genauigkeit der detektierten Partikelfelder ist. In der in-line DHPIV wird lediglich eine Kamera genutzt, um digitale Hologramme aufzuzeichnen, aus denen die Partikelbewegung in 3D3C gewonnen wird. Es werden Interferenzmuster aufgezeichnet, die aus Überlagerung einer Objektwelle, d.h. dem an den Teilchen gestreuten Laserlicht, und einer Referenzwelle, d.h. einem nicht-gestreuten Lichtanteil, entstehen. Die in-line Holographie bietet den Vorteil, dass die starke Vorwärtsstreuung an den Partikeln als Objektwelle genutzt werden kann, so dass im Vergleich zur PIV keine leistungsstarken Pulslaser notwendig sind, sondern Dauerstrichlaser

eine hinreichende Leistung liefern. So limitiert die Kamera die zeitliche Auflösung und nicht die Laserpulsrate.

Trotz dieser Vorzüge der DHPIV, hat sie sich noch nicht als Standardmesstechnik mit der Verbreitung wie klassische PIV durchgesetzt. Sowohl die Überlagerung mehrerer interferierender Strukturen als auch die durch die im Vergleich zu Fotoplatten, wie sie in der analogen Holographie genutzt werden, geringe Auflösung und Ausdehnung der Sensorfläche, bringen neue Einschränkungen mit sich. So bedingt dies eine Fokustiefe im Bereich von Millimetern in den rekonstruierten Intensitätsfeldern und die Möglichkeit von konstruktiver Interferenz mehrerer Objektwellen, die zu Intensitätsmaxima an rekonstruierten Positionen führt, an denen sich keine Partikel befinden. Allerdings ermöglicht die digitale Holographie neben der höheren zeitlichen Auflösung auch einen deutlich einfacheren Zugang zur Phaseninformation der vermessenen Objektwellen. Das Ziel der hier vorgestellten Arbeit war die Nutzung der Phaseninformation zur besseren Partikelpositionsdetektion und -Validierung. Hierzu konnten wir bereits im letzten Jahr den Ansatz eines neuen Algorithmus präsentieren, der auf der dreidimensionalen Korrelation von Intensitäts- und Phaseninformation der rekonstruierten Objektwelle mit einem Referenzfeld beruht, wobei das Referenzfeld so erzeugt worden war, dass es die von Partikeln erwarteten Eigenschaften besaß [Heß13]. Zusätzlich hat sich in dieser Arbeit herausgestellt, dass eine deutliche Abhängigkeit des Lichtfeldes, das um eine Partikelposition rekonstruiert wird, von der ursprünglichen Partikelposition relativ zum Kamerasensor besteht. Diese Abhängigkeit ist weniger bekannt, da sich viele Arbeiten wie [Yang, Zhang] zur Analyse von holographisch aufgezeichneten Partikelstreufeldern auf Partikel nahe oder auf der optischen Achse konzentrieren. Diese Abhängigkeit wurde sowohl in optischen Messungen festgestellt als durch numerische Simulationen bestätigt. Die numerisch simulierten komplexen Lichtfelder um Partikelpositionen werden nun in einen Detektions- und Validierungsalgorithmus integriert. Schließlich werden so detektierte Positionen mit einem Verfolgungsalgorithmus zu Trajektorien verbunden.

Der optische Aufbau

Abbildung 1 zeigt eine Skizze des verwendeten Messaufbaus. Ein gereinigter, aufgeweiteter und kollimierter Nd:YAG-Dauerstrichlaser mit einer Ausgangsleistung von maximal 150mW beleuchtet eine Glasküvette mit einer quadratischen Grundfläche von 5cm×5cm. Diese Glas-

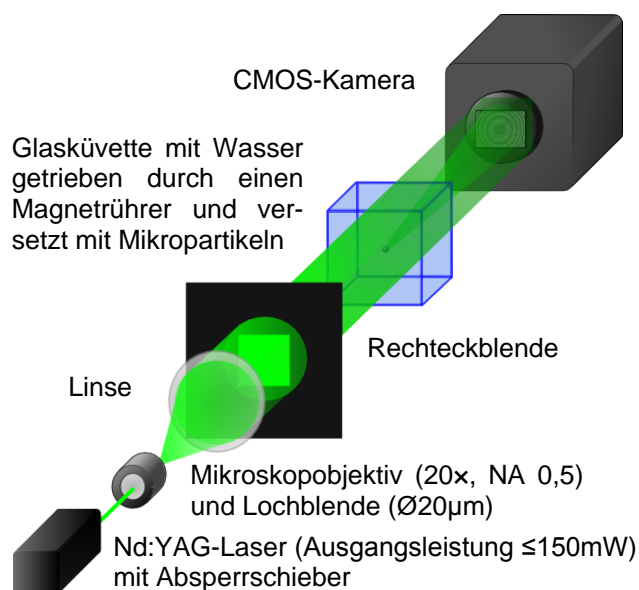


Abb. 1: Aufbau zur holographischen Aufnahme einer Flüssigkeitsströmung mit Hilfe von Mikropartikeln

küvette ist mit Wasser gefüllt, das mit Polystyrenpartikeln des Durchmessers $(8,69\pm 0,12)\mu\text{m}$ versetzt ist. Ein Magnetrührer induziert eine Strömung in der Küvette. Bevor das Laserlicht auf die Küvette trifft, werden die Seiten durch eine Rechteckblende abgeschirmt, um störende Reflexe an Seiten und Boden der Küvette und der Wasseroberfläche zu vermeiden. Das an den Partikeln gestreute Licht, die Objektwellen, wird mit dem nicht gestreuten Lichtanteil, der Referenzwelle, auf dem Kamerasensor überlagert. So können Hologramme mit 1024×1024 Pixeln und einer Bildrate von mehr als 600Hz aufgezeichnet werden. Der Pixelabstand des Kamerasensors $d_{pp} = 12\mu\text{m}$ begrenzt die auf-

lösbarer Raumfrequenz nach Nyquist auf maximal $\frac{1}{2 \cdot d_{pp}}$. Des Weiteren wird die auf den Sensor treffende Raumfrequenz des Hologramms durch die Ausdehnung des Sensors begrenzt. Je weiter der Sensor vom Streupartikel entfernt ist, desto geringer ist die maximale Raumfrequenz des Signals, das auf den Sensor trifft. Daher wirkt der Sensor als Tiefpass, so dass für kein auf der optischen Achse befindliches Partikel eine Raumfrequenz auf den Sensor trifft, die die maximal zulässige Frequenz überschreitet. Eine genauere Analyse dieses Zusammenhangs findet sich in [Zhang]. Für das hier verwendete System folgt so ein einzuhaltender Mindestabstand von etwa 28cm. Aus der sich so ergebenden numerischen Apertur folgt mit $\frac{\lambda}{\Omega^2}$ [Hinsch] eine Fokustiefe der Intensität von circa einem Millimeter, wobei λ die Lichtwellenlänge und Ω den Winkel bezeichnet, mit dem das Licht des Signals aufgezeichnet wird.

Rekonstruktion der komplexen Ebenen der Objektwellen

Die Hologrammdata werden zunächst numerisch gefiltert, um ausschließlich die bewegten Interferenzstrukturen zu extrahieren. Genauer hierzu findet sich in [Heß13] und eine Demonstration in der holographischen Mikroskopie in [Ooms]. Die dreidimensionale Rekonstruktion der komplexen Amplitudenebenen wird mit dem gebräuchlichen Faltungsansatz [Kreis] in der Fresnel-Approximation [Goodman] durchgeführt. Zur Verringerung des Rechenaufwands und Umsetzung als Graphikkartenberechnung wird außerdem das Faltungstheorem der Fouriertransformation angewandt. So ergibt sich die komplexe Amplitudenebene im Abstand z zum Kamerasensor als

$$A(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[H(x, y)] \cdot \mathcal{F}[K(x, y, z)]\} \quad (1.1)$$

mit dem Kern

$$K(x, y, z) = \frac{1}{i\lambda z} \cdot \exp\left[\frac{i\pi((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)}{\lambda \cdot z}\right], \quad (1.2)$$

wobei der Phasenterm $\exp(ikz)$ vernachlässigt wird. (x_0, y_0) bezeichnet die numerisch festgelegte Position der nullten Beugungsordnung und (x, y) die Koordinaten im Hologramm in Pixeln ausgehend vom Pixel in der linken oberen Ecke mit den Indizes (1;1). Auf diese Weise wird das komplexe Lichtfeld dreidimensional in einzelne Ebenen unterteilt rekonstruiert. Der Kamerasensor ist mit einem Schutzfenster versehen. Sowohl dieses Schutzfenster als auch der Durchgang des Objektlichts durch mehrere weitere Schichten unterschiedlicher Brechungsindizes, wirkt sich auf die rekonstruierte Tiefe z aus, so dass die Teilchen näher erscheinen als sie tatsächlich im Volumen vorhanden sind. Dies wurde bereits in [Heß12, 13] diskutiert und die dort beschriebene entsprechend veränderte Rekonstruktion hier nicht angewandt, denn so können simulierte und experimentell aufgenommene Hologramme auf dieselbe Weise rekonstruiert werden. Im Folgenden bezeichnet daher die Koordinate z den rekonstruierten Abstand zwischen Partikelposition und Kamerasensor ohne Berücksichtigung von Brechungsindexänderungen im Strahlengang. Es wird vielmehr auf die Auswirkung der transversalen Partikelposition auf das komplexe Lichtfeld eingegangen.

Einfluss der transversalen Partikelposition auf das rekonstruierte komplexe Lichtfeld

Aus den numerisch gefilterten Hologrammen einer Zeitserie werden wie oben beschrieben komplexe Lichtfelder rekonstruiert. Es finden sich Phasen- und Intensitätsstrukturen wie sie in Abbildung 2 in Form von zwei Schnittebenen entlang der optischen Achse zu sehen sind. Die auf den Ordinaten angegebenen Werte sind Koordinaten in Pixel, wobei das geometrische Zentrum des Hologramms bei (512,5;512,5) Pixel liegt. Die modulierte Phase zeigt eine sehr symmetrische Struktur eines sich zusammenziehenden Kegels, der nach Vorzeichen-

umkehr wieder auseinanderläuft. In der Umgebung des Kegels zeigt sie demgegenüber eine unregelmäßigere Struktur. Die auf maximalen Kontrast normierte Intensität ist wie erwartet längs der Tiefenkoordinate z elongiert. Dass es sich hierbei um die von Partikeln zu erwartende Struktur handelt, wird durch numerische Simulationen und eine Messung eines Partikels auf einer Glasscheibe von [Yang] unterstützt. Die von uns durchgeführten Messungen zeigen aber auch Strukturen wie in Abbildung 3. Hier ist dieselbe Darstellung für ein weiteres detektiertes Partikel gezeigt, das sich deutlich näher am oberen Rand des entsprechenden aufgenommenen Hologramms befindet, wobei es horizontal noch immer nahe am Zentrum des Hologramms liegt. Deutlich ist ein Unterschied zur Symmetrie in Abbildung 2 zu erkennen. Insbesondere die yz -Schnittebene in Abbildung 3 zeigt eine Verzerrung sowohl des Phasenkegels als auch des Intensitätsverlaufs. Schon an diesen zwei Beispielen ist zu erkennen, dass, wenn im Objektfeld beide Strukturen durch Partikelstreuung verursacht wurden, es sinnvoll ist bei der Detektion durch Korrelationen mit Referenzmustern, nicht in allen Positionen dieselbe Intensitäts- und Phasenstrukturen als Referenzvolumina zu nutzen.

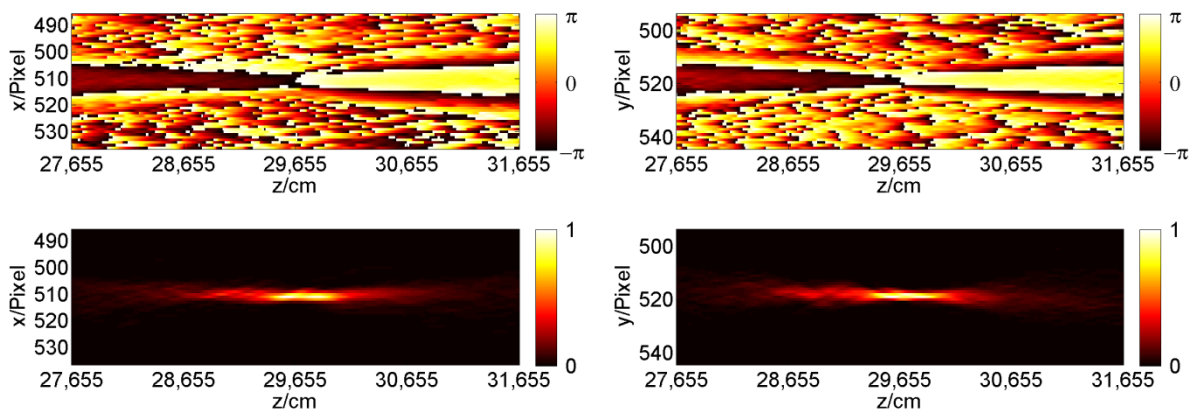


Abb. 2: xz - und yz -Schnittebenen durch die modulierte Phasen- (oben) und die normierte Intensitätsverteilung (unten) um eine detektierte Partikelposition nahe der nullten Beugungsordnung.

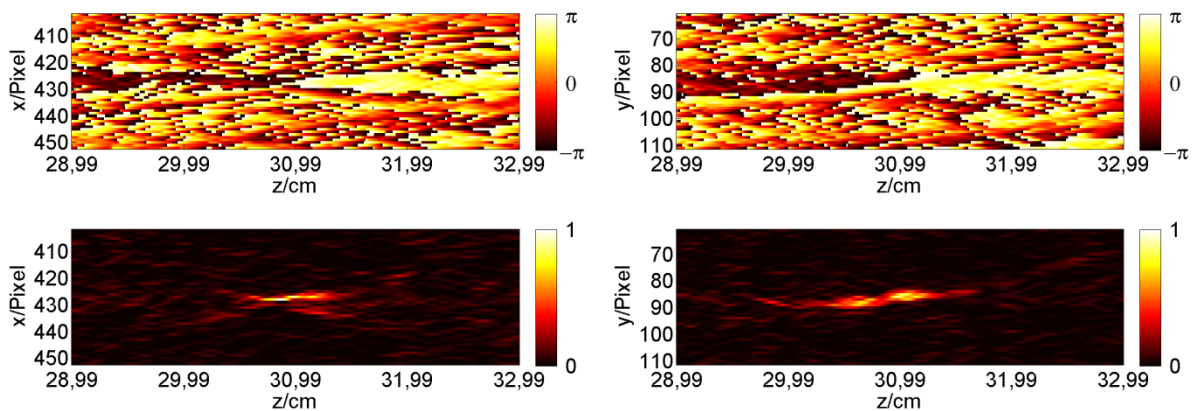


Abb. 3: xz - und yz -Schnittebenen durch die modulierte Phasen- (oben) und die normierte Intensitätsverteilung (unten) um eine detektierte Partikelposition nahe dem oberen Rand des Hologramms.

Zur Überprüfung, ob es sich auch bei dem rekonstruierten Wellenfeld in Abbildung 3 um eine Struktur handeln kann, die durch ein Streupartikel hervorgerufen wurde, wurden numerische Simulationen eingesetzt. Es gilt auszuschließen, dass die Veränderungen der Symmetrie durch Fehljustagen im Aufbau, wie das zur Kamerasensoroberfläche leicht verkippte Schutzglas der Kamera, verursacht werden. Hierzu wird ein Hologramm für ein Partikel, das sich transversal im Zentrum des Hologramms im Abstand von 30cm zum Kamerachip befindet,

simuliert. Schließlich werden die Wellenfelder aus diesem Hologramm analog zur Rekonstruktion der optisch aufgenommenen Hologramme rekonstruiert.

Analog zu den Simulationen von [Yang] und dem Babinet'schen Prinzip, wird die Objektwelle als Superposition einer von einer Lochblende gebeugten Welle mit einer ebenen Welle simuliert. Die Überlagerung mit einer ebenen Referenzwelle ergibt so die komplexe Welle wie sie nach Fortpflanzung um 30cm bei konstantem Brechungsindex entsteht. Die Simulation wird auf einer Matrix der Größe 24576x24576 Pixel durchgeführt, so dass die Pixelabstände 0,5 μ m, also etwa der Laserwellenlänge des Experiments, entsprechen. Die Simulation wird den experimentellen Bedingungen angepasst. Daher wird der Durchmesser der Lochblende in dieser Auflösung dem Teilchendurchmesser gleichgesetzt und nach Berechnung des Wellenfelds nach der Fresnel-Kirchhoff'schen Beugungstheorie in der Hologrammebene wird die Auflösung des Intensitätsfelds auf die Pixelauflösung der Kamera reduziert. Die zentrale Kreisscheibe dieses Hologramms wird an die zu simulierende transversale, das heißt an die xy -Position, verschoben und wie die experimentell aufgenommenen Hologramme rekonstruiert.

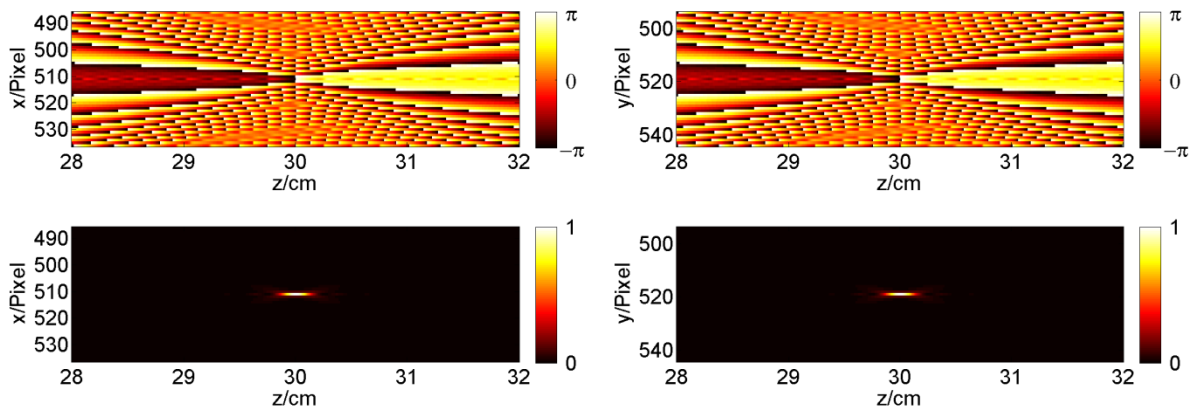


Abb. 4: xz - und yz -Schnittebenen durch die modulierte Phasen- (oben) und die normierte Intensitätsverteilung (unten) um eine detektierte Partikelposition nahe der nullten Beugungsordnung.

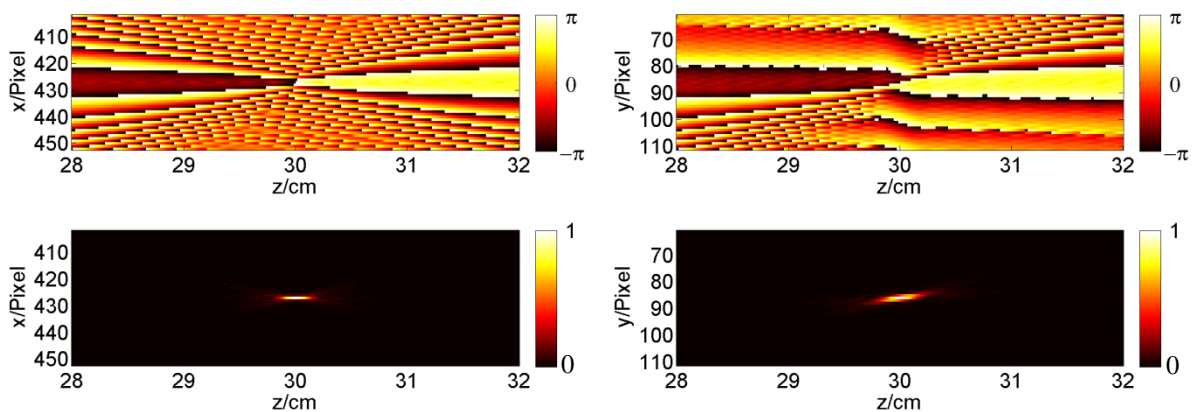


Abb. 5: xz - und yz -Schnittebenen durch die modulierte Phasen- (oben) und die normierte Intensitätsverteilung (unten) um eine detektierte Partikelposition nahe dem oberen Rand des Hologramms.

Für die beiden in den Abbildungen 2 und 3 dargestellten rekonstruierten Partikelpositionen ergeben sich so die simulierten Felder in den Abbildungen 4 und 5. Die Berechnung musste aufgrund der Matrixgröße des simulierten Hologramms zum Teil in einfacher Genauigkeit ausgeführt werden. Die leichte Fluktuation der Phasenwerte längs der optischen Achse wird auf numerische Fehler zurückgeführt. Mit Ausnahme dieser Fluktuation geben sowohl Pha-

sen- als auch Intensitätsfeld sehr gut den Charakter beider detektierten Partikelpositionen wieder. Man erkennt deutlich ein Intensitätsmaximum in der Position des Partikels, das wie im Experiment verzerrt wird. Auch die Phasenkegel sind in Abbildung 4 wie in Abbildung 2 nahezu symmetrisch, wobei sie in Abbildung 5 wie in Abbildung 3 für ein Partikel näher am Rand des Kamerasensors deutlich verzerrt erscheinen. Dies bestätigt die Annahme, dass es sich auch bei dem Wellenfeld in Abbildung 3 um ein durch ein Streupartikel verursachtes Feld handelt. Ein Algorithmus, der nach Partikeln sucht, muss also auch auf derartige Strukturen empfindlich sein. Zusätzlich zur Abhängigkeit des rekonstruierten Lichtfeldes von der transversalen Position auf dem Kamerasensor, wurde auch deutlich, dass die Relativposition eines Partikels zum Pixelgitter des Sensors die rekonstruierten Wellenfelder beeinflusst. Zu diesem Zweck wurden Partikel simuliert, die auf einem Steg zwischen zwei Pixeln, einer Mitte von vier Pixeln oder, wie in den hier gezeigten Beispielen im Zentrum eines Pixels liegen. Hier ergeben sich unter anderem Unterschiede darin, auf wieviele Pixel sich ein Intensitätsmaximum verteilt. Einige gemeinsame Eigenschaften der zu suchenden Positionen sind ebenfalls zu erkennen. So ist in der Umgebung eines Partikels eine hohe Intensität zu erkennen und die Phasenwerte fluktuieren deutlich weniger im Bereich der Achse parallel zur optischen Achse, die durch die xy -Position des Partikels verläuft.

Partikeldetektion mit 3D Korrelation

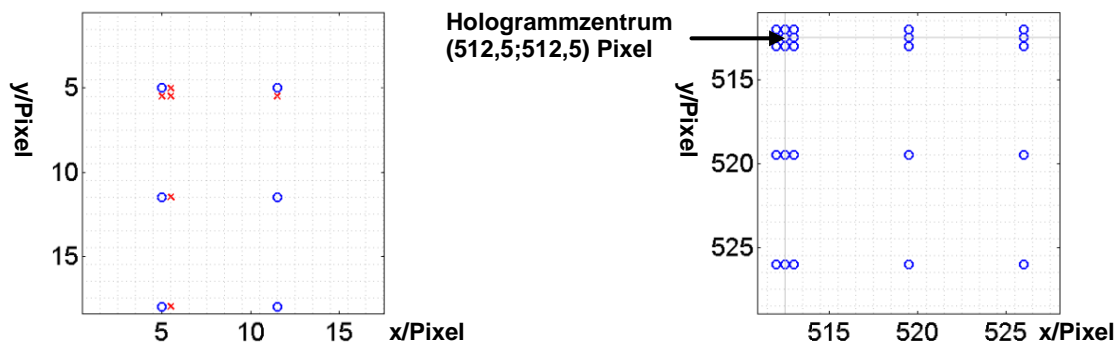


Abb. 6: Stützstellenpositionen zur Vorberechnung der Referenzvolumina.

Zur Anpassung der Referenzvolumina, mit denen die Intensität und die Phase der experimentellen Daten korreliert werden, um die Partikelpositionen zu extrahieren, werden zunächst die xy -Positionen der Partikel approximiert. Hierzu werden die Eigenschaften erhöhter Intensität und minimaler Schwankung der Phasenwerte in der zu suchenden xy -Position genutzt. Es wird der Quotient der Summe der Intensität der rekonstruierten Objektwellenebenen und der Summe der Absolutwerte der Differenzen der Phasenebenen gebildet. Ein in der so berechneten zweidimensionalen Projektion des Volumens gefundenes lokales Maximum approximiert eine xy -Position. An diese Position werden die Referenzvolumina zur Verwendung in der nachfolgenden dreidimensionalen Korrelationsberechnung angepasst. Jedes Referenzvolumen einer Größe von $108\mu\text{m} \times 108\mu\text{m} \times 2450\mu\text{m}$ wird wie die in den Abbildungen 4 und 5 gezeigten Teilchenbilder simuliert. Die Volumina sind zur Vereinfachung der Implementierung rechteckig. Aus jedem Referenzvolumen wird ein zylindrischer Bereich zur Korrelation herangezogen. Zur Verringerung der Rechenzeit werden Referenzvolumina vor Ausführung des Detektionsalgorithmus berechnet und die entsprechenden Volumina geladen. Da eine Berechnung für jedes Pixel, jeden Steg und jedes Pixelkreuz des Hologramms zu aufwändig wäre, werden Referenzvolumina nur für Positionen auf einem Pixelgitter mit Abständen von 5,5 Pixeln zueinander, verteilt über den Kamerasensor, symmetrisch ausgehend vom Sensorzentrum berechnet. Abbildung 6 zeigt zwei Ausschnitte des Kamerapixelgitters, in denen diese Positionen markiert sind. Rechts ist das Gitter ausgehend vom Holo-

grammzentrum gezeigt und links für die linke obere Ecke des Hologramms. Mit Kreuzen ist markiert, wo am Rand zusätzliche Stützstellen für das Referenzgitter definiert wurden, um hier keine Genauigkeit aufgrund einer geringeren Anzahl an superpositionierbaren Volumina zu verlieren. Diese zusätzlichen Stellen sind notwendig, da das Gitter außerhalb des Hologramms nicht fortgesetzt werden kann. Aus den erzeugten Referenzvolumina werden die vier für jede approximierten Teilchenposition genutzten Referenzvolumina gewichtet superpositioniert. So entsteht für jede Teilchenposition jeweils ein approximiertes Referenzvolumen für ein Partikel zentral in einem Pixel, auf einem horizontalen oder auf einem vertikalen Pixelsteg und einem Pixelkreuz, das dreidimensional mit den experimentellen Daten korreliert wird.

Die dreidimensionale Korrelation wird ohne Fensterung ausgeführt. Es werden, wie in Abbildung 7 skizziert, zusätzliche Ebenen außerhalb der Küvette rekonstruiert (b) und innerhalb dieser Ebenen ein Subvolumen um die xy -Position der zu untersuchenden Partikelposition ausgeschnitten (c) und dieses mit den Referenzvolumina ohne Fensterung korreliert. Hierdurch ergibt sich ein Volumen, in dem nach den globalen Maxima der Korrelationswerte gesucht wird, das um die Hälfte der Ausdehnung der Referenzvolumina zu jeder Seite kleiner ist als das Subvolumen (c,d). So werden für jede approximierten Position vier Volumina mit Korrelationswerten generiert, aus denen die Subpixelposition mit den besten Korrelationswerten ausgewählt wird. Die transversale Positionskorrektur ist hierbei auf 2 Pixel limitiert.

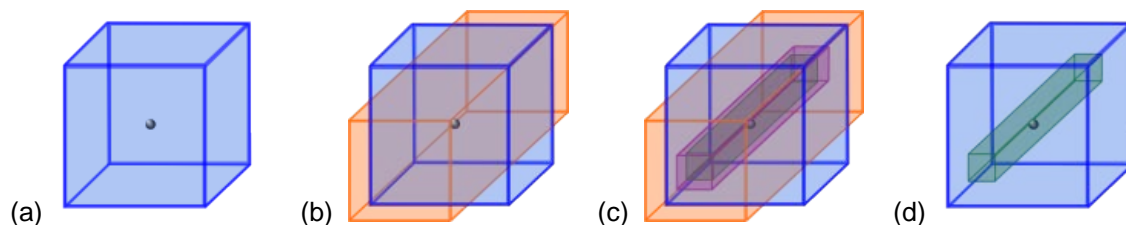


Abb. 7: Rekonstruierte und korrelierte Volumina (ohne Maßstab). (a) Küvette mit gesuchtem Partikel, (b) rekonstruiertes Volumen, (c) im rekonstruierten Volumen für das Partikel definiertes Subvolumen und mit Korrelationswerten erhaltenes Volumen nach Korrelation mit Referenzvolumina, (d) Küvette mit für dieses Partikel ausgewertetem Korrelationsbereich, in dem nach globalen Maxima gesucht wird

Nachdem der Maximalwert des Produkts aus der Intensitäts- und der Phasenkorrelation identifiziert worden ist, werden die detektierten Positionen zusätzlich durch verschiedene Abfragen validiert. Diese beinhalten unter anderem die Überprüfung, ob hinreichend nahe die Sprungstelle der Phase zu finden ist.

Schließlich werden alle Positionen in einem Algorithmus von [Blair] nach [Crocker] verfolgt und die Trajektorien durch Polynome approximiert. Abbildung 8 zeigt Trajektorien, die so aus rekonstruierten Partikelpositionen aus 30 Hologrammen erzeugt wurden. Man kann nicht erwarten, einen durch den Magnetrührer induzierten Strudel zu erkennen, da die Zeitspanne der Serie nur etwa 0,05s beträgt. Zusätzlich ist die Küvette rechteckig. Links sind Trajektorien projiziert auf die xy -Ebene gezeigt. Es sind sinnvolle Trajektorien zu erkennen, die sich trotz der oben dargestellten Abbildungsfehler bis nahe an die Grenzen des Kamerasensors erstrecken, was wir auf den neuen Ansatz der angepassten Referenzvolumina zurückführen. Die Positionen der Partikel wurden ausschließlich mit DHPIV bestimmt. Dennoch folgt eine erste Abschätzung des Fehlers der Lokalisierung der Partikelpositionen anhand der Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung jeder einer Trajektorie zugeordneten Position von der interpolierten Trajektorie. In der xy -Ebene ergibt sich so eine Abweichung von durchschnittlich weniger als $60\mu\text{m}$ und für z -Koordinate von etwa $300\mu\text{m}$. Eine weitere experimentelle Validierung ist geplant.

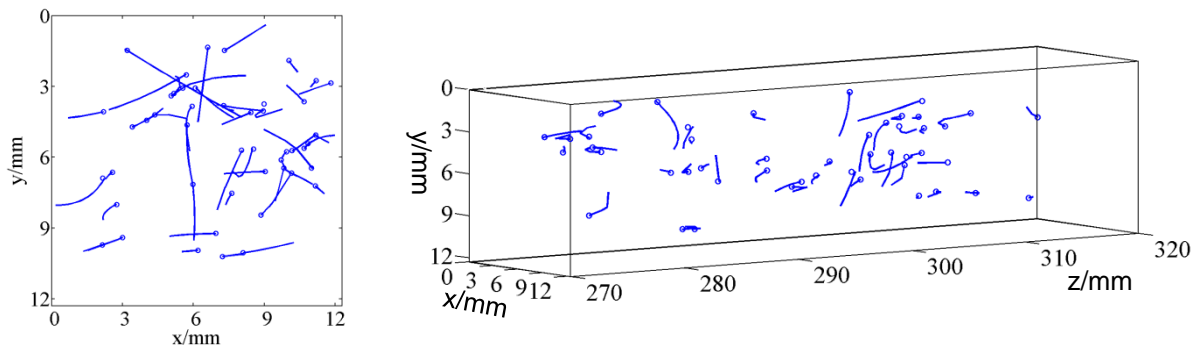


Abb. 8: Trajektorien, die aus mit dem vorgestellten Algorithmus detektierten Partikelpositionen extrahiert wurden.

Dankesworte

Die Autoren bedanken sich bei Ihnen für Ihr Interesse und beim niedersächsischen Ministerium für Wissenschaft und Kultur für die finanzielle Unterstützung.

Literatur

- [Blair] Blair, D., Dufresne, E., The Matlab Particle Tracking Code Repository, <http://physics.georgetown.edu/matlab>.
- [Crocker] Crocker, J.C., Grier, D.G., 1996: "Methods of digital video microscopy for colloidal studies. Journal of Colloid and Interface Science", 179(1), pp. 298 – 310.
- [Elsigna] Elsinga, G.E., Scarano, F., Wieneke, B., van Oudheusden, B.W., 2006: "Tomographic particle image velocimetry", Exp. Fluids 41, pp. 933-947.
- [Goodman] Goodman, J.W., 2005: "Introduction to Fourier Optics", 3rd ed. Ben Roberts.
- [Gire] Gire, J. Denis, L., Fournier, C., Thiébaud, E., Soulez, F., Ducottet, C., 2008: "Digital holography of particles: benefits of the 'inverse problem' approach", Meas. Sci. Technol. 19(7), pp. 074005.
- [Heß12] Heßeling, C., Homeyer, T., Hindriksen, C., Peinke, J., Gülker, G., 2013: „Dreidimensionale Strömungsmessung mittels digitaler Holographie“, Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik 20. Fachtagung 2012, German Association for Laser Anemometry, A. Leder et al.
- [Heß13] Heßeling, C., Homeyer, T., Peinke, J., Gülker, G., 2013: „Digitale Holographie zur zeitaufgelösten, dreidimensionalen Strömungsmessung“, Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik 21. Fachtagung 2013, German Association for Laser Anemometry, A. Leder et al.
- [Hinsch] Hinsch, K.D., 2002: „Holographic particle image velocimetry“, Meas. Sci. Technol. 13, pp. R61:R72
- [deJong] de Jong, J., Meng, H., 2007: "Digital holographic particle validation via complex wave", Appl. Opt. 46(31), pp. 7652–7661.
- [Kreis] Kreis, T. M., 2005: "Handbook of Holographic Interferometry" – "Optical and Digital Methods", Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.
- [Pan] Pan, G., Meng, H., 2003: "Digital holography of particle fields: reconstruction by use of complex amplitude", Appl. Opt. 42(5), pp. 827–33.
- [Ooms] Ooms, T. A., Lindken, R., Westerweel, J., 2009: "Digital holographic microscopy applied to measurement of a flow in a t-shaped micromixer", Exp. Fluids, 47, pp. 941–955.
- [Yang] Yang, W., Kostinski, A. B., Shaw, R. A., 2006: "Phase signature for particle detection with digital in-line holography", Optics Letters 31(10):1399–1401.
- [Zhang] Zhang, Y., Shen, G., Schröder, A., Kompenhans, J., 2006: "Influence of some recording parameters on digital holographic particle image velocimetry", Opt. Eng. 45(7), pp. 075801-10.