Identifikation von Dissipationselementen in einer turbulenten Kanalströmung mit gewellter Wand bei geringen Reynoldszahlen

Experimental investigation of a turbulent channel flow with a waved boundary at low Reynolds numbers using the dissipation element method

A. Rubbert, M. Klaas, W. Schröder a.rubbert@aia.rwth-aachen.de

Zusammenfassung

Um turbulente Strukturen besser identifizieren zu können, wurde die Methode der Dissipationselemente nach Wang und Peters [12] auf eine turbulente Kanalströmung mit einer welligen Wand angewendet. Dabei wurde insbesondere der Einfluss des Druckgradienten untersucht, der der Strömung durch eine sinusförmige Wandkontur aufgeprägt wurde. Das dreidimensionale Geschwindigkeitsfeld wurde mittels tomographischer Particle-Image Velocimetry in vier Messvolumina entlang einer Wellenlänge der Wandkontur ermittelt. Dabei konnte der Einfluss der lokalen Beschleunigung der Strömung auf die auftretenden Dissipationselemente gezeigt werden.

Einleitung

Turbulenz kann bis heute aufgrund des Auftretens von Strukturen in einem breiten Längenskalenbereich nur durch äußerst aufwändige DNS-Rechnungen vollständig aufgelöst werden, was für viele Anwendungsfälle nicht praktikabel ist. Um dennoch die Auswirkungen der Turbulenz für technisch relevante Strömungsfälle simulieren zu können, werden meist statistische Annahmen für die lokalen, kleinskaligen Fluktuationen und deren höhere Momente gemacht [5]. Die unterschiedlichen Turbulenzmodelle sind in ihrer Anwendbarkeit allerdings häufig eingeschränkt und können nicht als allgemeine Lösung verstanden werden. Oftmals ist es nötig, Modellparameter an das gegebene Problem anzupassen.

Ein möglicher Ansatz um Turbulenz als geometrische Strukturen anstatt als lokale Schwankung zu betrachten, wurde durch Wang und Peters [12] entwickelt. Die vorgeschlagene Methode unterteilt ein fluktuierendes Skalarfeld wie beispielsweise die Absolutgeschwindigkeit oder die turbulente kinetische Energie in einzelne monotone Strukturen, die als Dissipationselemente bezeichnet werden. Jedes Element ist definiert als die Menge aller Gradiententrajektorien, die von einem bestimmten lokalen Maximum zu einem lokalen Minimum im betrachteten Skalarfeld verlaufen. Da der Gradient eines Skalarfeldes an jedem Punkt der Strömung eindeutig definiert ist, können die Trajektorien sich nicht überschneiden. Somit kann diese Methode als Unterteilungsvorschrift für instantane Strömungsfelder angesehen werden, die eine Menge raumfüllender, monotoner Strukturen ergibt.

Durch numerische Simulationen einfacher Scher- und Kanalströmungen [13] auf Basis einer DNS wurde ermittelt, dass solche Elemente typischerweise eine längliche Geometrie mit einer Länge im Bereich der Taylorlänge und einem Durchmesser von einigen Kolmogorovlängen aufweisen. Für die statistische Längenverteilung wurde eine Modellfunktion hergeleitet. Der Zusammenhang zwischen der Elementlänge und der skalaren Differenz über ein Element entsprach der Kolmogorov-Skalierung. Zudem wiesen experimentelle Untersuchungen einer turbulenten Kanalströmung durch Schäfer et al. [10] eine gute Übereinstimmung mit DNS- Ergebnissen bezüglich der Längenverteilung und Orientierung der Elemente auf. Numerische Untersuchungen und theoretische Betrachtungen wurden durch Aldudak und Oberlack [1] durchgeführt. Basierend auf Symmetrien der Navier-Stokes Gleichungen konnte eine Skalierungsvorschrift für die Elementlänge in Abhängigkeit vom Wandabstand hergeleitet werden. Für die Wahrscheinlichkeitsdichte der Elementlänge ergibt sich aufgrund dieser Betrachtung eine logarithmische Normalverteilung.

Während die Längenverteilung der Elemente sich als unabhängig von der Reynoldszahl erwiesen hat, sind andere Einflüsse auf die statistischen Eigenschaften solcher Elemente bisher nicht detailliert untersucht worden. Anhand der Resultate von Aldudak und Oberlack zeigte sich jedoch, dass die statistischen Eigenschaften der Elemente von lokalen Gegebenheit in der Strömung abhängen können, deren Auswirkung untersucht werden muss. Um den Einfluss eines Druckgradienten auf die Eigenschaften der Dissipationselemente zu analysieren, werden im Rahmen dieser Arbeit Messungen mittels zweidimensionaler sowie tomographischer Partice-Image Velocimetry in einer Kanalströmung durchgeführt, bei der durch eine sinusförmige Kontur einer Seitenwand der Strömung ein Druckgradient aufgeprägt wurde. Als zu Grunde liegender Skalar wurde die Absolutgeschwindigkeit der Strömung gewählt, um eine Vergleichbarkeit mit der verwandten Stromliniensegmentmethode zu gewährleisten.

Die aktuelle Untersuchung konzentriert sich auf statistische Eigenschaften wie die Längenverteilung und skalare Differenzen entlang der Elemente in durch Druckgradienten beschleunigten Strömungen und deren Abhängigkeit von großskaligen, mittleren, lokalen Eigenschaften der Strömung.



Versuchsaufbau

Alle Experimente wurden in einem Windkanal Eiffeler Bauart am Aerodynamischen Institut der RWTH Aachen durchgeführt. Der Kanal wird durch ein Gebläse betrieben, das Anströmgeschwindigkeiten in der Messstrecke von deutlich über 20 m/s erzeugt. Stromab des Gebläses passiert die Strömung eine Beruhigungskammer, die mit Honigwaben und Sieben ausgestattet ist, um homogene Einströmbedingungen zu gewährleisten. Durch eine Düse mit einem Kontraktionsverhältnis von 8:1 erreicht die Strömung den Kanal mit einem Querschnitt von 100 x 2000 mm² (Breite x Höhe). Durch auf die Wände aufgeklebte Transitionsstreifen wird eine turbulente Strömung erzeugt. Die Strömung durchläuft eine Einlaufstrecke mit einer Länge von 9 m bevor sie die Messstrecke erreicht. Dort bildet sich ein stationäres, vollständig turbulentes Geschwindigkeitsprofil aus, welches Simulationsergebnissen von Niederschulte [6] für glatte Kanalströmungen entspricht. Die Messstrecke besitzt eine Länge von 2.5 m. Eine Seite der Messstrecke ist auf einer Länge von 1.5 m mit einer sinusförmigen Kontur mit einer Wellenlänge von $\lambda = 100$ mm und einer Amplitude von a = 2.5 mm ausgestattet. Dabei reichen

die Wellenkämme 5 mm in den Kanal hinein, so dass das Wellental auf der Position der ehemals glatten Wand liegt. Das letzte Stück der Messstrecke besitzt auf beiden Seiten wieder eine glatte Wand. Der Kanal ist in Abbildung 1 schematisch dargestellt.

Die exakte Position der tomographischen Messvolumina wurde auf Basis von Referenzmessungen mit Hilfe der 2D/2C-PIV festgelegt. Hierfür wurde eine PCO Edge mit einer Auflösung von 2560 x 2180 px² und einem Makro-Objektiv mit 180 mm Brennweite verwendet. Die Referenzebene lag horizontal auf halber Kanalhöhe im Bereich zwischen dem 13. Und 14. Wellenkamm, so dass der Geschwindigkeitsgradient normal zur Messebene minimal war. Entlang der Kanalbreite wurde ein Bereich von der welligen Wandkontur bis 20 mm vor der glatten Kanalwand erfasst, was 80% der gesamten Kanalbreite entspricht. Zur Ausleuchtung der Ebene wurde ein Nd:YAG Laser vom Typ Quanta Ray PIV 400-10 verwendet, der Doppelpulse bei 10 Hz und einer Wellenlänge von 532 nm mit einer Pulsenergie von 400 mJ bereitstellt. Um die Mittelwerte und Schwankungsgrößen möglichst exakt zu erfassen, wurden 5000 Samples aufgenommen. Die Auflösung betrug 0.64 x 0.64 mm², während der Vektorabstand durch ein doppeltes Oversampling bei 0.32 mm lag.



Abb. 2: Aufbau für die TomoPIV-Messungen (links) und Lage der Messvolumina sowie der Referenzebene innerhalb der Welle (rechts)

Die tomographischen PIV-Messungen (3D/3C) erfolgten mit vier PCO Edges mit Zeiss Makro-Objektiven mit 100 mm Brennweite und Scheimpflug-Adaptern. Die Kameras wurden in zwei Ebenen vor einem Kanalfenster in der Kanalwand angeordnet. Die Betrachtungswinkel um die senkrechte und waagerechte Achse betrugen jeweils ±20°. Die Ausleuchtung der 15 x 15 x 8 mm³ großen Messvolumina wurde ebenfalls mit dem Quanta Ray PIV 400-10 realisiert. Für die 3D/3C-Messungen wurde der Strahl aufgeweitet und durch eine Blendenvorrichtung mit einem dem Messvolumen entsprechenden Querschnitt in den Kanal geleitet. Basierend auf den 2D/2C-Ergebnissen wurden vier Volumina entlang der Sinuskontur ausgewählt, die jeweils den Wellenkamm (Crest, C), die fallende Flanke (Expansion Slope, ES), das Wellental (Trough, T) oder die steigende Flanke (Tapering Slope, TS) repräsentieren. Dabei wurden stark fluktuierende Bereiche in direkter Wandnähe gemieden. Die Mittelpunkte der Volumina finden sich in Tabelle 1. Der schematische Aufbau der tomographischen PIV-Messungen, die Lage der Volumina entlang der Welle sowie den Bildausschnitt der Aufnahmen für die 2D/2C-Messungen sind in Abbildung 2 dargestellt.

Volumen	С	ES	Т	TS	
Х	-45	-17.5	10	35	
Y	34	34.5	35	34.5	

Tabelle 1: Koordinaten der Mittelpunkte der ausgewählten Messvolumina bei den tomographischen PIV-Messungen

Zur Analyse der tomographischen PIV-Messungen wurde ein mehrstufiger MinLOS-SMART-Algorithmus zur Volumenrekonstruktion angewendet, der mit dem Ansatz von Atkinson und Soria [2] vergleichbar ist. Anschließend wurden die Geschwindigkeiten durch eine mehrstufige direkte Kreuzkorrelation ermittelt, wodurch eine Auflösung von 0.55 mm erreicht werden konnte. Durch vierfaches Oversampling betrug der Vektorabstand 0.14 mm. Es wurden 150 Samples pro Volumen ausgewertet.

Experimentelle Ergebnisse

Untersucht wurden zwei Fälle bei unterschiedlichen Reynoldszahlen. Fall 1 ist dient dabei zur Untersuchung des Strömungsverhalten bei niedrigen Reynoldszahlen mit Re = 6 200, was einer Anströmgeschwindigkeit von 2 m/s entspricht. Fall 2 mit Re = 16 300 dient zum Vergleich, um Unterschiede bei steigenden Reynoldszahlen zu identifizieren. Die wesentlichen Kennzahlen der untersuchten Strömung finden sich in Tabelle 2. Die auf der Schubspannungsgeschwindigkeit basierende Reynoldszahl Re_T verwendet dabei für alle Messpositionen die Schubspannungsgeschwindigkeit an der glatten Kanalwand, um Mehrdeutigkeit bezüglich der Position der gegebenen Werte innerhalb der Welle zu vermeiden.

			Fall 1			Fall 2				
Reynoldszahl basierend auf der Anströmgeschwindigkeit*	[-]	$Re_{Bulk} = rac{U h/2}{v}$	6 200			16 300				
Grenzschichtreynoldszahlb*	[-]	$Re_{ au} \approx 0.09 Re_{Bulk}^{0.88}$	194				458			
Toulorlänged	[mm]	$\lambda = \sqrt{5 \frac{\langle v'^2 \rangle}{\langle \omega^2 \rangle}}$	С	ES	Т	TS	С	ES	Т	TS
rayionange			2.1	2.7	2.0	2.6	2.0	1.5	1.5	0.9
Taylorbasierte Reynoldszahl ^b	[-]	$Re_{\lambda} = \frac{\sqrt{\langle v'^2 \rangle} \lambda}{v}$	С	ES	Т	TS	С	ES	Т	TS
			34	48	33	51	79	62	66	44
	[-]	$Re_L = \frac{3}{20} Re_{\lambda}^2$	С	ES	Т	TS	С	ES	Т	TS
			173	345	164	395	936	577	653	290
Integrales Längenmaß ^b	[mm]	$L = \frac{Re_L \nu}{\sqrt{k}}$	С	ES	Т	TS	С	ES	Т	TS
			10.6	19.1	9.7	22.5	23.3	14.0	14.7	5.7
Kolmogorovlänge ^b	[mm]	$\eta = Re_L^{-\frac{3}{4}}L$	С	ES	Т	TS	С	ES	Т	TS
			0.22	0.24	0.21	0.25	0.14	0.12	0.11	0.08

Tabelle 2: Kennzahlen der untersuchten Strömung nach

Pumir ^a [8] und Pope ^b [7]. * bezogen auf eine Kanalströmung mit glatten Wänden



Abb 3: Lokale Geschwindigkeitsschwankungen (oben) und Druckgradienten (unten)

Kanalströmungen in Kanälen mit einer gewellten Wand wurden unter anderem bereits von Kuzan et al. [4] untersucht. Bei der Auswahl geeigneter Messvolumina für tomographische Messungen wurden diese Erkenntnisse bezüglich des Ablöseverhaltens der Kanalströmung Wand berücksichtigt. Abbilduna zeiat an der aewellten 3 die lokale Geschwindigkeitsschwankung und den rekonstruierten Druckgradienten [11] zwischen Wellenkamm 13 und 14 sowie die Lage der tomographisch vermessenen Volumina. Der stark fluktuierende Bereich in direkter Wandnähe wurde dabei umgangen, um den Einfluss des Druckgradienten zu untersuchen, ohne dass mögliche Effekte einer beginnenden Ablösung die Ergebnisse überlagern.

Aufgrund des raumfüllenden Charakters der Dissipationselemente ist eine Analyse der Strömung ausschließlich auf Basis der Darstellung der Elemente selbst wenig vorteilhaft. Abbildung 4 zeigt beispielhaft ein in Dissipationselemente unterteiltes instantanes Volumen über dem Wellenkamm für Fall 2. Zusätzlich wird die räumliche Struktur vereinfacht durch jeweils nur eine Verbindungslinie zwischen Anfangs- und Endpunkt pro Element dargestellt. Auf Basis dieser räumlichen Strukturen wurden anschließend für alle untersuchten Reynoldszahlen und Messvolumina Wahrscheinlichkeitsverteilungen und skalare Differenzen berechnet, anhand derer die Struktur des Strömungsfeldes im Messvolumen untersucht werden kann.



Abb. 4: Beispiel eines in Dissipationselemente zerlegten Volumens (links) und dessen räumliche Struktur (rechts)

Um Fehler durch die Auswahl der betrachteten Elemente zu vermeiden, werden nicht alle erkannten Elemente berücksichtigt, da in den Randbereichen des Volumens große und normal zur Wand ausgerichtete Elemente mit einer größeren Wahrscheinlichkeit durch die Grenze des Volumens abgeschnitten und somit nicht erkannt werden können. Um dieses Problem zu umgehen, wurde ein inneres Volumen definiert, welches im Zentrum des ursprünglichen Volumens liegt und zu dessen Rändern einen Abstand von einer mittleren Elementenlänge hat. Für die weitere Auswertung wurden nur solche Elemente berücksichtigt, deren durch $\vec{x}_{Center} = (\vec{x}_{Max} + \vec{x}_{Min})/2$ bestimmte Zentren innerhalb des inneren Volumens lagen. Dadurch wird die Auswahl weitgehend ausrichtungs- und längenunabhängig.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Elementlänge für beide Fälle werden in Abbildung 5 gezeigt. Die Auflösungsgrenze ist durch die senkrechte, gestrichelte Linie dargestellt. Wie von Aldudak und Oberlack prognostiziert [1], ergibt sich annährend eine logarithmische Normalverteilung, wobei μ und σ Parameter für die Lage des Maximums und die Streubreite darstellen und I die Länge der Elemente bezeichnet:

$$PDF(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma l}}e^{-\frac{(\ln l-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Volumina über dem Wellenkamm und im Bereich der fallenden Flanke zeigen für Elementlängen über 1.5 mm für Fall 1 eine gute Übereinstimmung mit der logarithmischen Normalverteilung. Zwischen der Auflösungsgrenze und 1.5 mm sind sie jedoch in Richtung kleinerer Elemente verschoben. Im Wellental und im Bereich der steigenden Flanke zeigt sich eine ähnliche und zudem deutlichere Neigung zu kleineren Elementen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen dieser beiden Volumina passen nur grob zu den entsprechenden Normalverteilungen, die deutlich breiter als für die anderen beiden Volumina ausfallen. Alle Volumina zeigen eine stark abfallende Wahrscheinlichkeit, Elemente mit längen unterhalb der erreichten räumlichen Auflösung zu detektieren.



Abb. 5: Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Elementlängen sowie die angenäherten logarithmischen Normalverteilungen für die vermessenen Volumina (links) und einer Vergleichsmessung bei Re = 16 300 (rechts)

Eine mögliche Erklärung für die Linksneigung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen findet sich in der raumfüllenden Eigenschaft der Dissipationselemente. Elemente mit Längen unterhalb der Auflösung werden nicht nur nicht detektiert, sondern die so entstehenden freien Räume werden entsprechend mit größeren Elementen gefüllt. Es kommt zu einer Verschiebung der Häufigkeit, mit der Elemente einer bestimmten Länge auftreten, von Längen unterhalb der Auflösung der betrachteten Daten zu Längen darüber. Die beobachtete Linksneigung der Wahrscheinlichkeitsverteilung ist diesem Effekt zuzuschreiben. Entsprechend ist dieser Effekt bei Wahrscheinlichkeitsverteilungen mit breiter Streuung, wie in hier im Wellental und an der steigenden Flanke, ausgeprägter.

Im Vergleich mit Fall 2 zeigt sich, dass in beiden Fällen eine ähnliche Lage der Längenverteilungen vorliegt. Die Höhe des Maximums dieser Verteilung variieren jedoch von Volumen zu Volumen. Alle Volumina decken für beide Fälle einen sehr ähnlichen Bereich ab. Zudem haben beide Fälle gemeinsam, dass die schmalste Wahrscheinlichkeitsverteilung im Volumen über der steigenden Flanke vorliegt. Die Volumina im Wellental und über der fallenden Flanke liegen in beiden Fällen dicht beieinander. Unterschiedlich ist die relative Lage der Wahrscheinlichkeitsverteilung für den Wellenkamm. Hier zeigte sich in Fall 1 durch eine Überprüfung der Divergenz des Strömungsfelds allerdings auch die größte Messungenauigkeit. Generell entsprechen die Messungen der Vorhersage von Wang und Peters [13], die Längenverteilung als unabhängig von der Reynoldszahl zu betrachten.

Um den Zusammenhang zwischen der Differenz des zu Grunde liegenden Skalars innerhalb der Elemente und deren Länge darzustellen, ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung in Abhängigkeit von diesen beiden Größen in Abbildung 6 aufgetragen. Die sich ergebenden Verteilungen entsprechen von der Form her den bereits von Schäfer et al. [9] und Wang und Peters [12] gesammelten Daten.



Abb. 6: Wahrscheinlichkeitsverteilungen in Abhängigkeit von der Elementlänge und der skalaren Differenz für Re = 6 200

Die Verteilungen der einzelnen Volumina unterscheiden sich hauptsächlich durch ihre Lage in Bezug auf die skalare Differenz. In Richtung der Elementlänge ist die Lage weitestgehend konstant für alle Volumina. Daher wird im Folgenden die skalare Differenz innerhalb der Elemente in Abhängigkeit von der Elementlänge genauer untersucht.

In den Wahrscheinlichkeitsverteilungen ist die mittlere skalare Differenz durch die schwarze Trendlinie angedeutet. Für Elemente größer ~ 1.7 mm zeigt sich ein linearer Verlauf der Form

$$<\Delta V_{abs} \mid l > \cong A \cdot l + B.$$

In Abbildung 7 sind diese Verläufe aller Volumina für beide Fälle vergleichend dargestellt. Zusätzlich ist eine lineare Approximation der gegebenen Form für diesen Bereich angedeutet. Dabei weisen die Steigungen des linearen Abschnitts ähnliche Werte auf, während der



Abb. 7: Mittlere skalare Differenz in Abhängigkeit von der Elementlänge für Fall 1 (links) und Fall 2 (rechts)

Achsabschnitt für jedes Volumen unterschiedlich ausfällt. Für die höhere Reynoldszahl umfasst das lineare Gebiet alle aufgelösten Skalen. Auch für diese Reynoldszahl sind die Steigungen für jedes Volumen gleich, aber deutlich steiler als für den Fall bei geringer Reynoldszahl. Für den Vergleichfall bei höherer Reynoldszahl ergibt sich zudem eine deutlich höhere Steigung.

Für den Fall 2 lässt sich eine Beziehung für den Achsabschnitt B formulieren. Diese verhalten sich proportional zur mittleren, lokalen, absoluten Beschleunigung in Strömungsrichtung $\overline{|a_{||}|}$. Ein solcher Zusammenhang lässt sich für die Messungen bei niedriger Reynoldszahl nicht nachweisen. Trotzdem folgen auch die Achsabschnitte dieses Falls für die Volumen ES, T und TS der Reihenfolge von $\overline{|a_{||}|}$. Das Volumen C weist einen größeren Achsabschnitt als ES bei einer geringeren Beschleunigung auf. Da in diesem Volumen die größten Divergenzen der Messreihe vorliegen, ist dieses Ergebnis aber nur bedingt zur Herleitung eines Modells geeignet. Steigungen, Achsabschnitte und Beschleunigungen sind in Tabelle 3 zusammengefasst.

	Re 6 200				Re 16 300			
	С	ES	Т	TS	С	ES	Т	TS
Slope A [$\frac{1000}{s}$]	0.1047	0.1045	0.0968	0.1032	0.2094	0.2131	0.2127	0.2360
Offset B $\left[\frac{m}{s}\right]$	-0.024	-0.038	-0.054	-0.020	0.0921	0.1750	0.2479	0.5672
$\overline{a}_{\parallel} \left[\frac{m}{s^2}\right]$	-2.545	-4.255	-0.794	6.782	10.89	-20.05	-29.78	58.55
<u>a</u> ∥ / B	-106.0	-111.9	-14.7	-339.1	118.24	114.57	120.13	103.23

Tabelle 3: Parameter der linearen Approximation

Ausblick

Die vorliegenden Daten entsprechen in vielen Punkten vorherigen Erkenntnissen bei höheren Reynoldszahlen. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Elementlängen erweist sich auch für die aktuelle Studie als weitgehend unabhängig von der Reynoldszahl. In Hinblick auf den Zusammenhang zwischen der skalaren Differenz innerhalb der Elemente und der Elementlänge ist ein aus Messungen bei höherer Reynoldszahl bekannter linearer Verlauf zu beobachten, dessen Steigung eine Funktion der Reynoldszahl ist. Dieser erstreckt sich jedoch nicht über den gesamten auflösbaren Bereich, sondern ist im Gegensatz zu höheren Reynoldszahlen auf große Elemente beschränkt. Der Achsabschnitt der linearen Approximation folgt wie im Vergleichsfall der lokalen Beschleunigung. Die direkte Proportionalität geht jedoch verloren.

Um ein Modell zu entwickeln, das auch bei geringen Reynoldszahlen quantitative Vorhersagen ermöglicht, sind allerdings weitere Messungen bei Reynoldszahlen zwischen dem aktuellen und dem Vergleichsfall notwendig.

Literatur

[1] Aldudak F., Oberlack M. (2010) "Dissipation element analysis in turbulent channel flow." J Fluid Mech 694, 332-351

[2] Atkinson C., Soria J. (2009) "An efficient simultaneous reconstruction technique for tomographic particle image velocimetry." Exp Fluids 47, 553–568

[3] Hudson J.D., Dykhno L., Hanratty T.J. (1996) "Turbulence production in flow over a wavy wall." Exp Fluids 20, 257-265

[4] Kuzan J.D., Hanratty T.J. Adrian, R.J. (1989) "Turbulent flows with incipient separation over solid waves." Exp Fluids 7, 88-98

[5] McDonough J. M. (2007) "Introductory lectures on turbulence - Physics, Mathematics and Modeling"

[6] Niederschulte M.A. (2011) "Turbulent Flow through a Rectangular Channel." PhD Thesis, University of Illinois

[7] Pope S. (2000) "Turbulent flows." Cambridge University Press, Cambridge

[8] Pumir A. (1996) "Turbulence in homogeneous shear flows." Phys Fluids 8, 3112-3127

[9] Schäfer L., Dierksheide U., Klaas M., Schröder W. (2011) "Investigation of dissipation elements in a fully developed turbulent channel flow using tomographic particle-image velocimetry." Phys Fluids 23, 035106

[10] Schäfer L., Göbbert J. H., Schröder W. (2012) "Dissipation element analysis in experimental and numerical shear flow." EJM B/Fluids 38, 85-92

[11] van Oudheusden B.W., Scarano F., Roosenboom E.W.M., Casimiri E.W.F., Souverein L.J. (2007) "Evaluation of integral forces and pressure fields from planar velocimetry data for incompressible and compressible flows." Exp Fluids 43, 153–162

[12] Wang L., Peters N. (2006) "The length-scale distribution function of the distance between extremal points in passive scalar turbulence." J Fluid Mech 554, 457-475

[13] Wang L., Peters N. (2008) "Length-scale distribution functions and conditional means for various fields in turbulence." J Fluid Mech 608, 113-138

[14] Zhang J., Tao B., Katz J. (1997) "Turbulent flow measurement in a square duct with hybrid holographic PIV." Exp Fluids 23, 373-381