

## LASEROPTISCHE UND NUMERISCHE UNTERSUCHUNG VON TAYLORWIRBELN

### EXPERIMENTAL LDV MEASUREMENTS AND NUMERICAL RESEARCH ON TAYLOR VORTICES

**Peter Stücker<sup>1</sup>, Matthias Nobis<sup>2</sup>, Marcus Schmidt<sup>1</sup>, Nicoleta Scurtu<sup>3</sup>, Christoph Egbers<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Westsächsische Hochschule Zwickau  
Institut Energiemanagement  
Postfach 20 10 37  
D-08012 Zwickau

<sup>2</sup> Westsächsische Hochschule Zwickau  
Forschungs- und Transferzentrum  
Postfach 20 10 37  
D-08012 Zwickau

<sup>3</sup> Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungslehre  
Brandenburgische Technische Universität  
Siemens-Halske-Ring 16  
D-03046 Cottbus

Hydrodynamisch geschmiertes Radialgleitlager, Schmierspaltströmung; LDA

#### **Abstract**

Zwischen zwei rotierenden Zylindern entstehen, abhängig von den Winkelgeschwindigkeiten der Zylinder zueinander und den geometrischen Gegebenheiten, unterschiedliche Strömungsstrukturen. Grundlegende Untersuchungen dazu führte Taylor bereits 1923 durch. Der Übergang von laminarer Couetteströmung zu laminarer Taylorwirbelströmung wird durch die kritische Reynoldszahl beschrieben. Diese Stabilitätsgrenze wird von der Spaltweite, den beiden Winkelgeschwindigkeiten und der Viskosität des Fluids bestimmt. Bei der Überschreitung dieser Stabilitätsgrenze entstehen im Spalt ringförmige Wirbel über den gesamten Umfang. Die Anzahl dieser sogenannten Taylorwirbel ist in erster Linie abhängig vom Streckungsverhältnis des Systems. Das Streckungsverhältnis ist das Verhältnis von axialer Länge zur mittleren Spaltweite des Systems. Ein großes Streckungsverhältnis charakterisiert somit einen langen, schmalen Spalt zwischen den Zylindern. Da Taylorwirbel im Querschnitt näherungsweise eine kreisförmige Ausdehnung besitzen, entstehen bei großen Streckungsverhältnissen mehr Wirbel im Spalt als bei kleinen.

Eigene experimentelle und numerische Untersuchungen zeigen, dass die Art und Weise, wie die überkritische Reynoldszahl erreicht wird, einen Einfluss auf die Wirbelanzahl hat. Beim kontinuierlichen Anfahren der kritischen Reynoldszahl über eine Rampenfunktion kann sich in Abhängigkeit vom Streckungsverhältnis eine andere Anzahl an Wirbeln ausbilden, als beim Erreichen der selbigen Reynoldszahl über eine Sprungfunktion.

Im vorliegenden Beitrag werden Ergebnisse zu Untersuchungen über die Wirbelanzahl im konzentrischen Zylinderspalt in Abhängigkeit vom zeitlichen Verlauf der Rampenfunktion, des Streckungsverhältnisses und der Spaltweite vorgestellt. Die Wirbelzahl wird experimen-

tell durch eine Analyse von Geschwindigkeitsprofilen bestimmt, die mit einem Laser-Doppler-Anemometer (LDA) gemessen wurden. Die Messergebnisse werden mit numerisch berechneten Profilen verglichen und diskutiert.

## Einleitung

Basis für die vorgestellten Untersuchungsergebnisse sind Grundlagenforschungen in der Zylinderspaltströmung mit rotierendem Innen- und ruhendem Außenzylinder. Bei der Taylor-Couette-Strömung handelt es sich um ein klassisches Strömungsproblem, zu dem bereits zahlreiche Literaturquellen über Untersuchungen mit verschiedensten Ansatzpunkten und Motivationen berichten. Einen guten Überblick bietet z.B. die Arbeit von DiPrima und Swinney 1985. Der Bereich des Übergangs von der Couette-Strömung zur Taylor-Wirbel-Strömung liefert einen interessanten Ansatz für weiterführende Untersuchungen. In der Arbeit von Eagles et al. 1978 wird eine kritische Reynoldszahl definiert, welche von der normierten Spaltweite und Exzentrizität des Systems abhängig ist. Im vorliegenden Fall beträgt die kritische Reynoldszahl  $Re_{krit} = 137$  bei konzentrischer Anordnung des Systems mit einer relativen Spaltweite von  $\psi = 10\%$ . Unterhalb dieser kritischen Reynoldszahl ist laminare Couette-Strömung und oberhalb laminare Taylor-Wirbel-Strömung zu erwarten. Diese Grenze zwischen den beiden Strömungsformen wurde für verschiedene Geometrien sowohl durch numerische als auch experimentelle Untersuchungen bestätigt. Experimentelle Untersuchungen zu Taylorwirbeln in exzentrisch angeordneten Systemen führte Koschmieder 1976 durch.

## Schematisches Modell

In der Abb. 1 sind die wichtigsten geometrischen Kenngrößen des Systems dargestellt. In den Gleichungen 1 bis 6 werden charakteristische Parameter definiert.

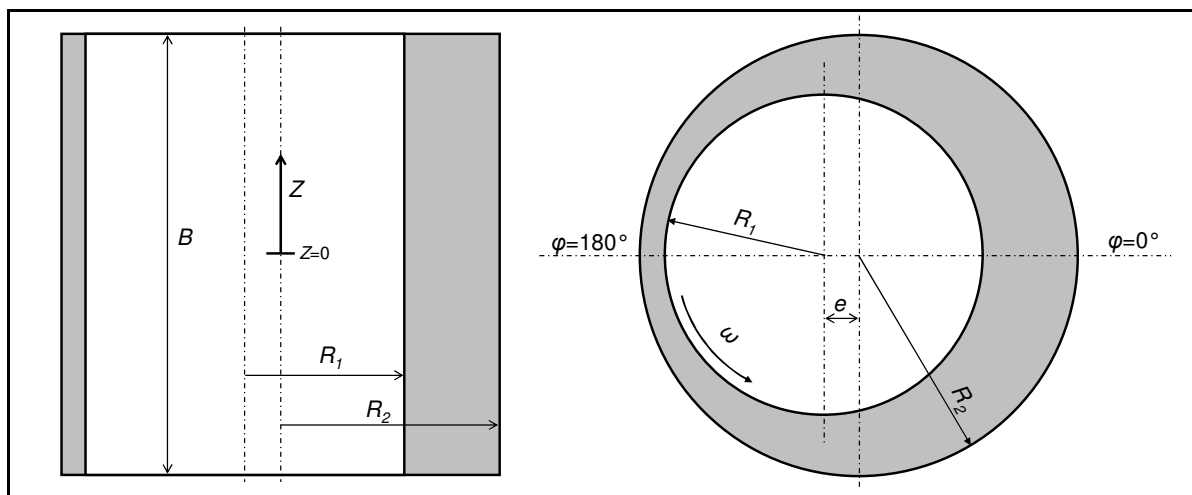


Abb. 1: Geometrische Kenngrößen

$$H_0 = R_2 - R_1 \quad (1)$$

$$\psi = \frac{H_0}{R_1} \quad (2)$$

$$\Gamma = \frac{B}{H_0} \quad (3)$$

$$U_1 = \omega \cdot R_1 \quad (4)$$

$$Re = \frac{H_0 \cdot R_1 \cdot \omega}{\nu} \quad (5)$$

$$\varepsilon = \frac{e}{H_0} \quad (6)$$

## Experimenteller Aufbau

Der Zylinderspaltapparat ist gekennzeichnet durch einen fest stehenden Außenzylinder, der bei Bedarf gegenüber dem Innenzylinder in exzentrischer Stellung positioniert werden kann. Zum Einstellen der Exzentrizität dienen die radial angebrachten Messschrauben. Den zentralen Mittelpunkt des Systems bildet die Antriebswelle, auf die der Innenzylinder (in Abb. 2 nicht dargestellt) aufgesteckt werden kann. Um verschiedene Spaltweiten und Streckungsverhältnisse zu realisieren, stehen unterschiedlich große Innenzylinder zum Einbau zur Verfügung.

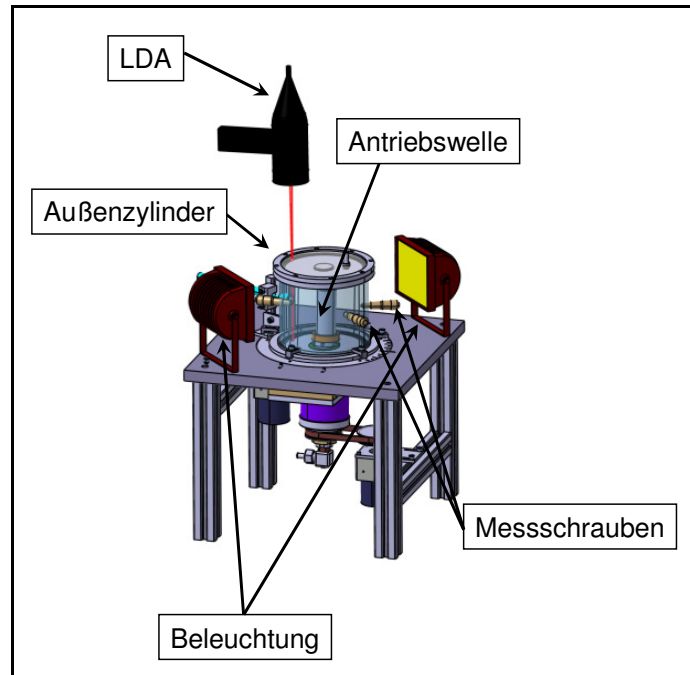


Abb. 2: Zylinderspaltapparat

Die Antriebswelle mit montiertem Innenzylinder wird wahlweise mit einem Schrittmotor oder einem Drehstrommotor mit vorgeschaltetem Frequenzumrichter in Rotation versetzt. Die seitlich angebrachte Beleuchtung wird für Visualisierungsversuche zum Einsatz gebracht. Die Verwendung einer Hochgeschwindigkeitskamera erfordert, bedingt durch die geringen Verschlusszeiten der Kamera, eine helle Ausleuchtung. Die Montage der Strahler in unmittelbarer Nähe zum Außenzylinder bewirkt einen Wärmeeintrag in das System und beeinflusst somit die Viskosität des Fluids im Zylinderspalt. Im Folgenden wird näher erläutert, für welche Untersuchungen die Erwärmung des Systems relevant ist.

### Untersuchung der Anzahl an Taylorwirbeln in Abhängigkeit der Anfahrrampe

Ausgehend von den sog. Eckmann-Wirbeln, die sich an den axialen festen Spaltenden des Systems bilden, wird die Taylor-Wirbel-Bildung über die gesamte axiale Länge angeregt. Bei unterkritischen Reynoldszahlen sind also nur Wirbel an den Systemgrenzen zu verzeichnen. Mit größer werdender Reynoldszahl, füllt sich der Spalt mit immer mehr Wirbelpaaren, bis auch in der axialen Mitte des Systems ein Wirbel zu verzeichnen ist. Es stellt sich dabei ein stationärer Strömungszustand ein. Auch bei weiterer Reynoldszahlerhöhung bleibt die Strömung bis zu einer festen Grenze stabil, wonach dann die Taylor-Wirbel beginnen, wellenartige Bewegungen zu vollführen.

Wie viele Wirbel im System Platz finden, ist in erster Linie von den geometrischen Gegebenheiten abhängig. Abb. 3 zeigt beispielhaft ein Geschwindigkeitsprofil der Umfangskomponente über die axiale Spaltlänge.

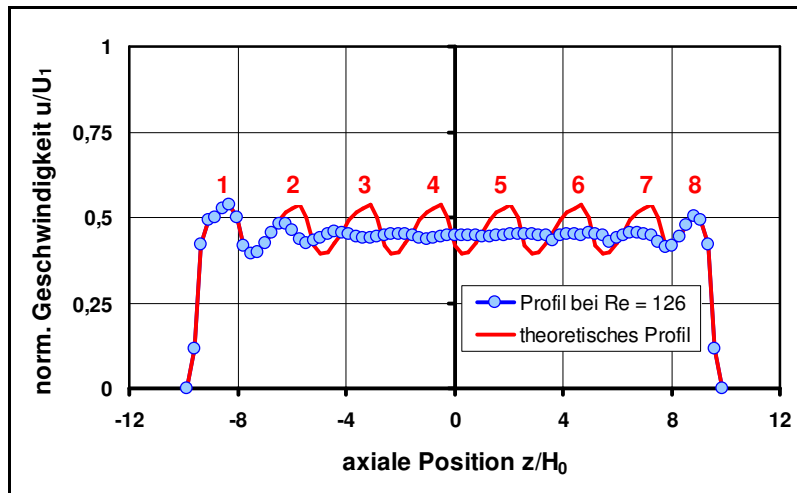


Abb. 3: Geschwindigkeitsprofil bei  $\Gamma = 19,7$  und  $Re = 126$

Das Profil wurde bei einer Reynoldszahl von  $Re = 126$ , also im unterkritischen Bereich aufgenommen. In Richtung der axialen Mitte des Systems sind keine Wirbel zu verzeichnen. Die Schwingungen im Profil am oberen und unteren Systemrand sind ein Indiz für das Vorhandensein von Eckmann-Wirbeln. Würden alle bei größeren Reynoldszahlen noch entstehenden Wirbel die gleiche axiale Ausdehnung wie die Eckmann-Wirbel besitzen, dann entstünden acht Wirbelpaare im Zylinderspalt (vgl. theoretisches Profil in Abb. 3).

Das Experiment und die numerische Simulation bei einer Reynoldszahl von  $Re = 147$  (vgl. Abb. 4) zeigen jedoch, dass sich bei vollständig ausgebildeten Taylorwirbeln eine größere Anzahl an Wirbelpaaren im Spalt ausbildet. Es entstehen 10 Wirbelpaare. Der rechte Teil in Abb. 4 zeigt eine Aufnahme des dazugehörigen Visualisierungsversuches mit Aluminiumpartikeln.

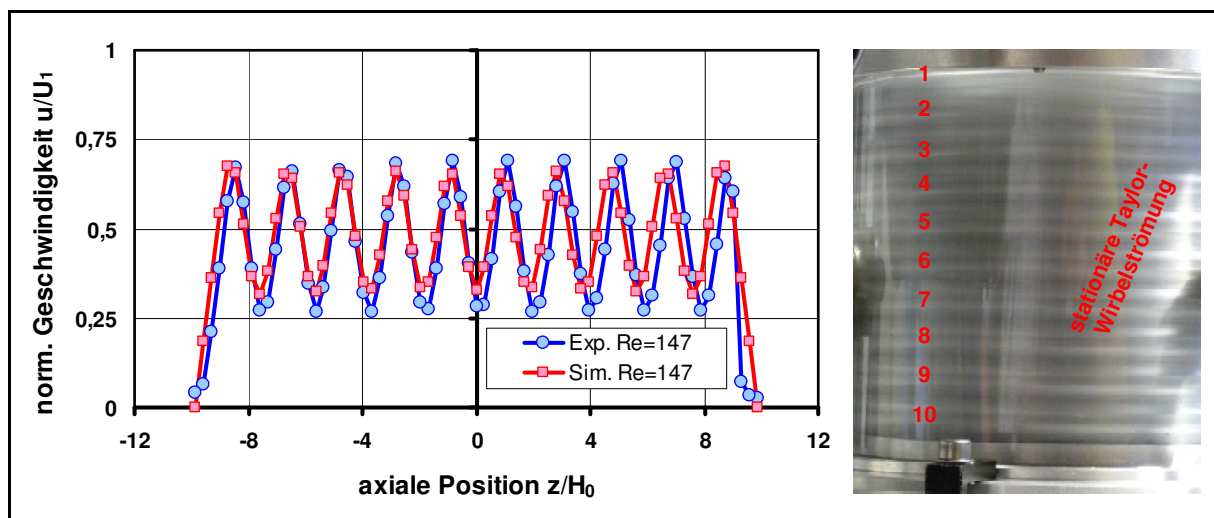


Abb. 4: Experimentelle und numerische Ergebnisse bei  $\Gamma = 19,7$  und  $Re = 147$

Vor allem bei den experimentellen Versuchen fällt auf, dass zu Beginn die Eckmann-Wirbel im Querschnitt durch eine ovale Form charakterisiert sind. Die Wirbel haben in axialer Richtung eine größere Ausdehnung als in radialer Richtung. Durch die Bildung weiterer Wirbelpaare in Richtung der axialen Mitte des Systems, werden die Eckmann-Wirbel in axialer Richtung kleiner und nehmen im Querschnitt eine annähernd kreisrunde Form ein. Die zuletzt in der Mitte entstehenden Wirbel drängen die weiter außen liegenden Wirbel zurück. Ist das gesamte System mit Taylorwirbeln gefüllt, so sind alle Wirbel etwa gleich groß und beinahe kreisrund im Querschnitt. Da sich die Taylor-Wirbel im Querschnitt einer Kreisform an-

nähern, ist bei dem untersuchten System mit einem Streckungsverhältnis von  $\Gamma = 19,7$  eine Anzahl von 20 Wirbel, also zehn Wirbelpaare zu erwarten.

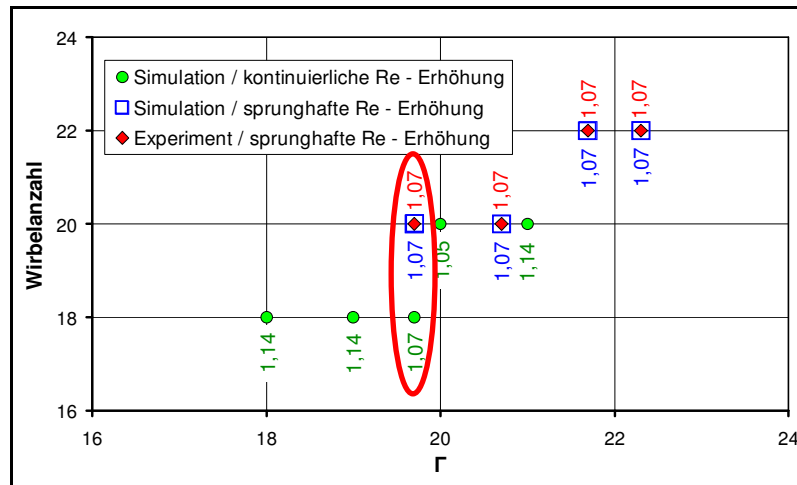


Abb. 5: Ergebnisüberblick über bisherige Untersuchungen

In Abb. 5 sind Ergebnisse vergangener Untersuchungen von Scurtu et al. 2008 und Vaczi 2008 zusammengefasst. Es ist die im betrachteten System entstandene Wirbelanzahl über das Streckungsverhältnis  $\Gamma$  aufgetragen. Zu jedem Betriebspunkt ist das Verhältnis aus eingestellter Reynoldszahl zu kritischer Reynoldszahl angegeben. Bei allen gezeigten Ergebnissen ist dieses Verhältnis größer als eins. Folglich befindet sich das System im überkritischen Bereich und alle Wirbel sind vollständig ausgebildet. Sämtliche Messungen aus dem Experiment (rote Marker) können mit Ergebnissen aus der numerischen Strömungssimulation bestätigt werden. Speziell bei einem Streckungsverhältnis von  $\Gamma = 19,7$  können jedoch mittels zweier Herangehensweisen zwei unterschiedliche Ergebnisse mit Hilfe der numerischen Simulation erzielt werden.

Zum einen ist es möglich, dem numerischen Modell die entsprechenden Randbedingungen vorzugeben und die Rechnung ohne die Vorgabe von einem stationär ausgebildeten Strömungsfeld zu starten. Dabei gilt ab dem ersten Berechnungsschritt die entsprechend eingestellte Reynoldszahl. Nach einer ausreichenden Anzahl an Iterationsschritten stellt sich ein stationäres Ergebnis mit 20 ausgebildeten Wirbeln ein (vgl. Abb. 4).

Zum anderen besteht die Möglichkeit dem System zum Beginn der Rechnung kleinere unterkritische Reynoldszahlen als Randbedingung aufzuprägen. Es bildet sich, wie auch im Experiment, eine laminare Couette-Strömung aus. In folgenden Rechnungen wird die Reynoldszahl immer wieder schrittweise bis auf den Zielwert von  $Re = 147$  erhöht. Dabei wird jeder Rechnung das vollständig ausgebildete Geschwindigkeitsvektorfeld der jeweils vorangegangenen Rechnung als Initialbedingung vorgegeben. In der Praxis würde dieser Vorgang einem allmählichen Hochlauf der Drehzahl des Spaltapparates bis zur letztendlich einzustellenden Reynoldszahl entsprechen. Wie Abb. 5 zeigt, (grüner Marker) kommt es bei Anwendung dieser Vorgehensweise zur Ausbildung von lediglich 18 Taylor-Wirbeln (vgl. Abb. 7).

Diese gewonnenen Erkenntnisse aus der numerischen Simulation sind Anlass für weitere experimentelle Versuche. Neben den LDA Messungen dienen Visualisierungsversuche mit Aluminiumpartikeln als Vorversuche. Es lässt vermuten, dass sich in einem System, in dem laut Streckungsverhältnis 10 Wirbelpaare zu erwarten sind, mit unterschiedlichen Anfahrampen unterschiedliche Wirbelanzahlen erzeugen lassen. Der bestehende Prüfstands Aufbau, mit einem Schrittmotor als Antrieb für den Innenzylinder, ließ keine allmähliche Drehzahlerhöhung zu. Durch den Umbau auf einen Antrieb mit Drehstrommotor und vorgeschaltetem Frequenzumrichter lassen sich beliebig steile Rampen für die Änderung der Innenzylinderdrehzahl und somit Reynoldszahl definieren.

Der Einsatz des frequenzgesteuerten Drehstrommotors konnte jedoch keine Unterschiede hinsichtlich der Wirbelanzahl gegenüber dem Einsatz eines Schrittmotors liefern. Der Übergang von der Couette-Strömung zur Taylor-Wirbel-Strömung erfolgt unabhängig von der eingestellten Rampe immer gleichermaßen und die Anzahl der entstanden Wirbel bei voll ausgebildeter Taylor-Wirbel-Strömung beträgt immer 20. Eine Drehzahlmessung gibt Aufschluss darüber, dass es sich bei der Rampenfunktion nicht um eine kontinuierliche, sondern um eine treppenartige Drehzahlerhöhung handelt (vgl. Abb. 6). Wie die Vergrößerung in Abb. 6 veranschaulicht, entspricht jeder Sprung in der Drehzahlerhöhung einem Sprung in der Reynoldszahl von ca. 2,5. Da der Übergang zur vollständig ausgebildeten Taylor-Wirbel-Strömung in einem sehr kleinen Reynoldszahlbereich geschieht, reagiert das System bei einer treppenartigen Drehzahlerhöhung identisch einer Drehzahlerhöhung mit Sprungfunktion mittels Schrittmotor. Für die Untersuchung genau jenes Betriebspunktes, an dem gerade alle Taylor-Wirbel sich vollständig ausgebildet haben, ist es notwendig, eine wirklich kontinuierliche Reynoldszahlerhöhung sicherzustellen.

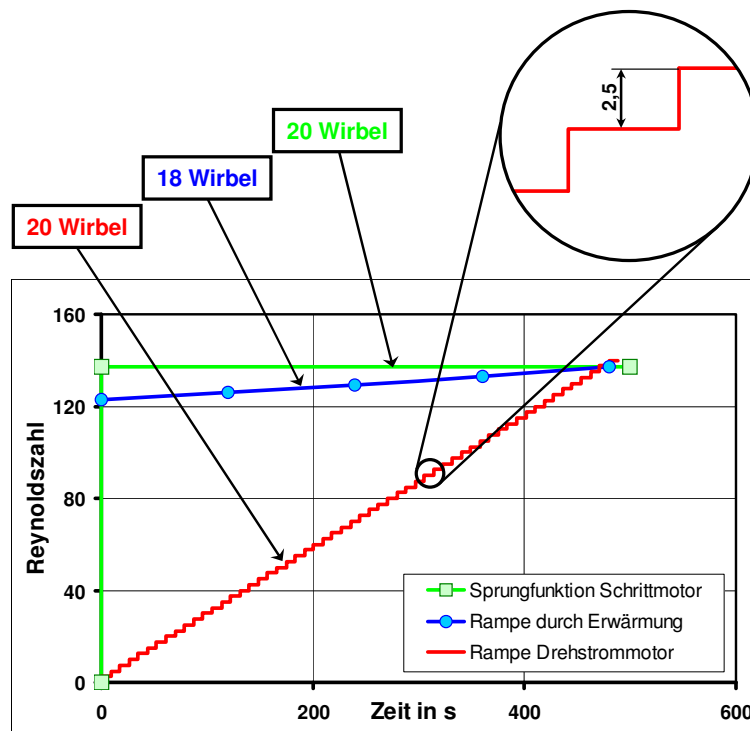


Abb. 6: Sprunghafte und kontinuierliche Reynoldszahlerhöhung

Das verwendete Silikonöl im Zylinderspalt weist einen temperaturabhängigen Viskositätsverlauf auf. Aus der Erwärmung des Silikonöls resultieren eine kleiner werdende Viskosität und damit eine größer werdende Reynoldszahl. Der Prozess des Erwärmens, bei konstant gehaltener Drehzahl, ist in jedem Fall ein kontinuierlicher Vorgang ohne eventuelle Sprünge in der Reynoldszahl.

Vor der Erwärmung wurde mit entsprechender Drehzahl eine unterkritische Reynoldszahl eingestellt, bei der jedoch die Eckmann-Wirbel bereits ausgebildet sind. Mit Hilfe der Erwärmung konnte die Reynoldszahl von  $Re = 123$  auf eine überkritische Reynoldszahl von  $Re = 147$  über einen Zeitraum von acht Minuten angehoben werden. In Abb. 7 ist ein gemessenes Geschwindigkeitsprofil bei einer durch langsame Erwärmung eingestellte Reynoldszahl von  $Re = 147$  zu sehen.

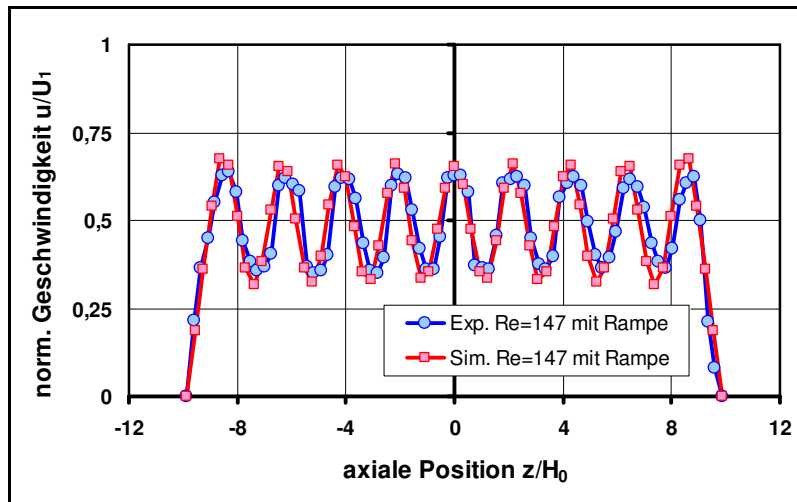


Abb. 7: Experimentelles und numerisches Geschwindigkeitsprofil bei  $\Gamma = 19,7$  und  $Re = 147$  nach kontinuierlicher Anfahrrampe

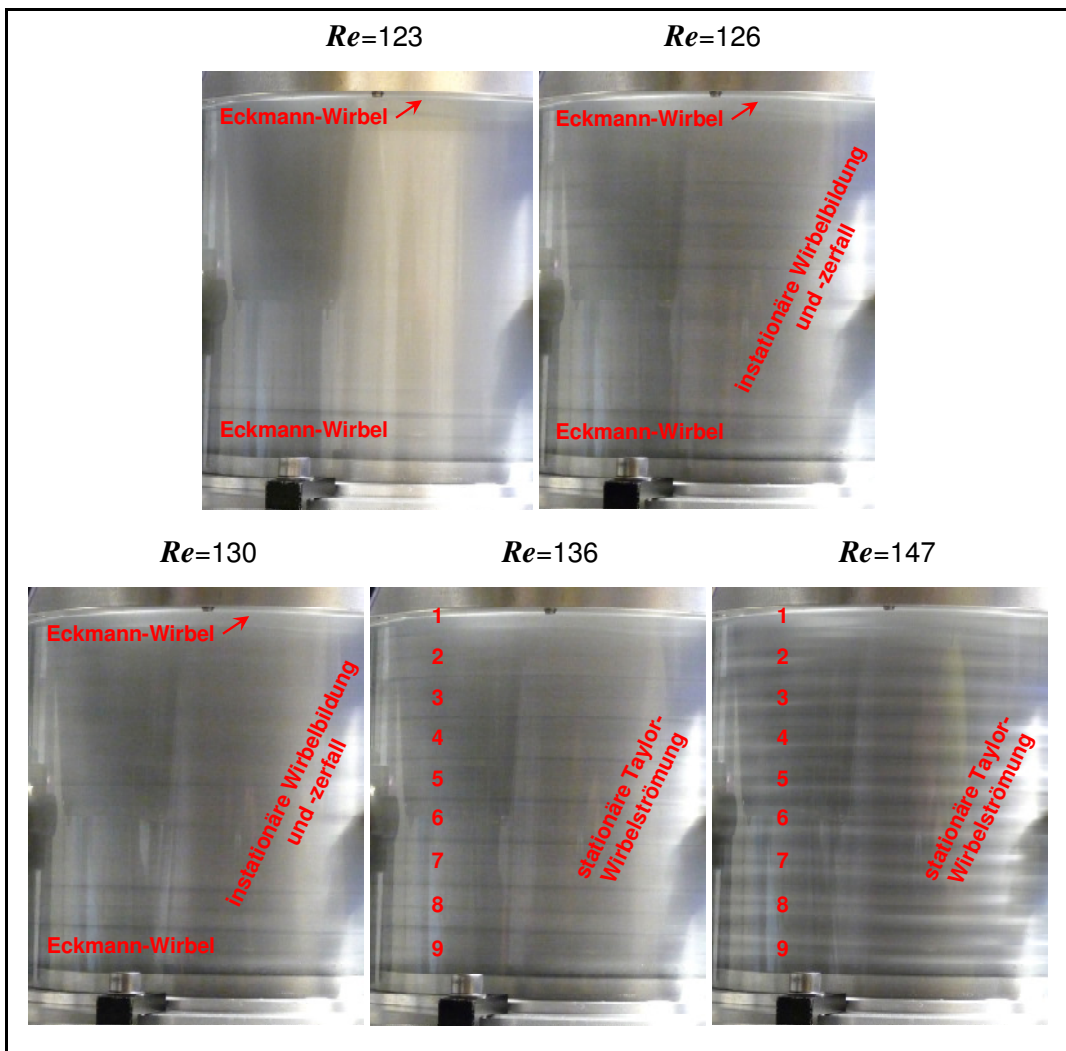


Abb. 8: Visualisierungsversuche bei kontinuierlicher Erhöhung der Reynoldszahl in einem System mit einem Streckungsverhältnis von  $\Gamma = 19,7$

Wie die Aufnahmen der Visualisierungsversuche in Abb. 8 zeigen, bildet sich ab einer Reynoldszahl von  $Re = 126$  im Zylinderspalt eine instationäre Strömung aus. Im Raum zwischen den beiden Eckmann-Wirbeln kommt es zum ständigen Entstehen und Zerfallen von Wirbel-



paaren. Erst ab einer Reynoldszahl von  $Re = 136$  stellt sich eine stationäre Taylor-Wirbelströmung ein. Dabei bilden sich jedoch, im Gegensatz zu allen anderen Experimenten, lediglich neun Wirbelpaare aus. Gegenüber einer weiteren Erhöhung der Reynoldszahl ( $Re = 147$  und höher) verhält sich das System stabil. Die entstandene Anzahl an Wirbelpaaren bleibt weiterhin konstant.

### Zusammenfassung und Ausblick

Mithilfe der LDA-Messungen, den Visualisierungsversuchen und der numerischen Strömungssimulation konnte der Vorgang der Entstehung von Taylorwirbeln genau untersucht werden. Aus dem Hochlauf des Spaltapparates über eine kontinuierliche Rampenfunktion resultiert die Ausbildung von weniger Taylor-Wirbeln gegenüber dem Hochlauf über eine Sprungfunktion. Im betrachteten System konnte durch eine langsame Erwärmung die Bildung von 18 Wirbeln anstatt der eigentlich zu erwartenden 20 Wirbel hervorgerufen werden. Wenn eine stationäre Taylor-Wirbel-Strömung einmal vorliegt, bleibt diese stabil und reagiert nicht auf eine weitere Reynoldszahlerhöhung. Bei Systemen mit einem größeren Streckungsverhältnis  $F$  ist ein noch stärkerer Einfluss des Hochlaufs auf die sich einstellende Wirbelanzahl zu erwarten, da bei großen Streckungsverhältnissen generell mehr Wirbel im System Platz finden.

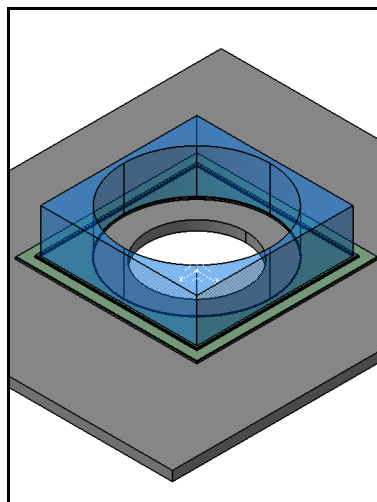


Abb. 9: Zukünftiger Außenzylinder

Für Untersuchungen an der Strömung im Schmierpalt eines Gleitlagers sind für die Zukunft 2D-LDA-Messungen in der Couette-Strömung mit überlagertem Seitenfluss geplant. Dabei soll der Schmierpalt aus radialer Richtung für das LDA zugänglich sein. Zahlreiche 1D-LDA-Messungen aus axialer Richtung wurden von Nobis et al. bereits 2009 durchgeführt. Nach Möglichkeit soll ein Strahlendurchgang durch gekrümmte Oberflächen am Außenzylinder vermieden werden, um schiefe Brechungsvorgänge zu vermeiden. Aus diesem Grund wird ein Außenzylinder, wie er in Abb. 9 zu sehen ist, mit ebenen Außenflächen zu Einsatz kommen. Im Schmierpalt selbst wird eine Flüssigkeit zum Einsatz kommen, die den gleichen Brechungsindex hat, wie das Material des Außenzylinders. Somit kann eine Brechung der Laserstrahlen am Übergang von Acrylglas auf das strömende Fluid verhindert werden.



## Verwendete Formelzeichen

$B$	Lagerbreite
$e$	Exzentrizität
$H_0$	mittlere Spaltweite
$h$	lokale Spaltweite
$R_1$	Radius Innenzylinder
$R_2$	Radius Außenzylinder
$Re$	Reynoldszahl
$Re_{krit}$	kritische Reynoldszahl
$u$	Umfangsgeschwindigkeit
$U_1$	Umfangsgeschwindigkeit des Innenzylinders
$\Gamma$	Streckungsverhältnis
$\psi$	normierte Spaltweite
$\varepsilon$	relative Exzentrizität
$\nu$	kinematische Viskosität
$\varphi$	Winkel
$\omega$	Winkelgeschwindigkeit

## Literatur

Taylor, G.I., 1923: „Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders“ Phil. Trans. Royal Soc. London.

R. C. DiPrima und H. I. Swinney 1985, Instabilities and Transition in Flow Between Two Rotating Cylinders, in Hydrodynamic Instabilities and Transition to Turbulence (Hrsg.: H. I. Swinney und J. P. Gollup), Vol. 45, Springer, New York.

Eagles, P. M., Stuart J. T., DiPrima R. C., 1978: “The Effects of Eccentricity on Torque and Load in Taylor-Vortex Flow” Journal of Fluid Mechanics, Vol. 87, pp. 209-231.

Koschmieder, E. L. 1976: “Taylor vortices between eccentric cylinders” The Physics of Fluids. Vol. 19.

N. Scurtu, P. Stücker, C. Egbers, 2008: “Numerical and experimental study of the flow in an eccentric Couette-Taylor system with small gap” PAMM, Vol. 8, Issue 1, pp 10641 – 10642.

Vaczi, T., 2008: „Konstruktive Überarbeitung eines Zylinderspaltapparates und Untersuchung der exzentrischen Zylinderspaltströmung bei verschiedenen Streckungsverhältnissen“ Diplomarbeit, Westsächsische Hochschule, Zwickau.

Nobis, M., Schmidt M., 2009: „ Experimentelle und numerische Untersuchung der Schmierpaltströmung“ Masterarbeit, Westsächsische Hochschule, Zwickau