

## RESONANTE WIRBELVERDRÄNGUNG IN FILMSTRÖMUNGEN ÜBER GEWELLTE BÖDEN

### RESONANT EDDY SUPPRESSION IN FILM FLOW OVER UNDULATED TOPOGRAPHY

**T. Pollak\***, **C. Heining\***, **A. Wierschem<sup>†</sup>** and **N. Aksel\***

\*Lehrstuhl für technische Mechanik und Strömungsmechanik, Universität Bayreuth, 95440 Bayreuth.

<sup>†</sup>Lehrstuhl für Strömungsmechanik, Universität Erlangen-Nürnberg, Cauerstr. 4, 91058 Nürnberg.

#### Zusammenfassung

Schwerkraftsgetriebene Strömungen dünner Flüssigkeitsfilme stellen ein fundamentales Problem der Hydrodynamik dar. In den letzten Jahrzehnten wurde diesem System eine große Aufmerksamkeit zuteil, sodass es detailliert untersucht worden ist. In den meisten natürlichen und industriellen Systemen fließt die Flüssigkeit allerdings nicht über perfekt glatte Oberflächen.

Im Gegensatz zu einer Flüssigkeit, die eine glatte schiefe Ebene hinabfließt, zeigen Flüssigkeitsfilme über gewellte Böden ein breites Spektrum an Phänomenen. Wird die Amplitude der Bodenwelligkeit hinreichend groß, können in den Mulden Rezirkulationsgebiete entstehen [1]. Darüberhinaus kann wegen der Interaktion der Bodenwelligkeit mit der freien Oberfläche eine Vergrößerung der Amplitude der freien Oberfläche beobachtet werden [2]. Hier soll über eine Interaktion zwischen der resonanten freien Oberfläche und den Rezirkulationsgebieten in den Mulden des gewellten Bodens berichtet werden. Wird die freie Oberfläche resonant, so verringert sich die Größe des auftretenden Wirbels zunächst, bis er schließlich vollständig verschwindet. Nach einer weiteren Erhöhung der Reynoldszahl, steht die freie Oberfläche nicht mehr in Resonanz und ein neuer Wirbel kann sich aufbauen.

Diese experimentellen Ergebnisse zeigen eine qualitative Ähnlichkeit mit numerischen Ergebnissen von Trifonov [3]. Er findet ebenfalls ein Reynoldszahlfenster in dem Rezirkulationsgebiete in einem Flüssigkeitsfilm, der eine senkrechte gewellte Wand hinabfließt, verschwinden.

In dem beschriebenen Reynoldszahlbereich macht es der starke Einfluss der Bodenform auf die Flüssigkeitsoberfläche möglich, durch nur geringfügiges Ändern des Volumenstroms das Strömungsverhalten nicht nur quantitativ, sondern auch qualitativ zu schalten. Dieser Effekt lässt sich nutzen, um Verfahrensprozesse zu kontrollieren und zu optimieren, zudem lassen sich möglicherweise sogar völlig neue Betriebsfenster erschließen.

#### Einleitung

Viskose Filmströmungen entlang gewellter oder rauher Oberflächen findet man sowohl in zahlreichen natürlichen Systemen, wie auch bei einer Vielzahl technischer Anwendungen, wie zum Beispiel bei Lawinen, Lavaströmungen, Benetzungsverfahren, Wärmetauschern und viele weiteren. Daher hat diese Strömungskonfiguration in den letzten Jahren zunehmend an Interesse gewonnen. Ist die Oberfläche des Substrates zunächst glatt und die Reynoldszahl hinreichend

klein, so stellt sich eine parabolische Geschwindigkeitsverteilung in der Schichtenströmung ein. Wird die Reynoldszahl über einen kritischen Wert erhöht, wird die Strömung instabil, so dass sich kinematische Oberflächenwellen ausbilden, die zu einem komplizierten dynamischen System führen. Fließt die Flüssigkeit unterhalb der kritischen Reynoldszahl über einen hinreichend stark gewellten Boden, bilden sich in den Mulden Wirbelstrukturen aus, die normalerweise mit zunehmender Filmdicke bis zu einer asymptotischen Größe wachsen [4]. Außerdem kann Resonanz durch Interaktion der Bodenwelligkeit der Flüssigkeitsoberfläche die Amplitude der Kappilar-Schwerewellen deutlich verstärken [2, 5, 6, 7].

Diese und ähnliche Wirbelstrukturen anderer Systeme spielen meist eine überaus wichtige Rolle für beispielsweise den Reibungswiderstand, Mischprozesse und Wärme- und Massentransportprozesse. Daher ist es von großem Interesse zu verstehen, wann und wie solche Wirbelstrukturen entstehen. Wirbelunterdrückung und das Verzögern der Wirbelentstehung wurde daher in den letzten Jahrzehnten sehr aktiv untersucht. Dabei hat man sich hauptsächlich darauf konzentriert die Form der umströmten Körper zu optimieren, um Turbulenz zu verzögern und den Reibungswiderstand aktiv oder passiv zu minimieren.

Trifonov fand in seiner numerischen Studie einer statischen Filmströmung entlang einer vertikalen gewellten Wand ein Verschwinden der Wirbelstrukturen in einem gewissen Reynoldszahlfenster. Er bemerkte, dass hier möglicherweise eine Koinzidenz von Resonanz, die von Bontozoglou und Papapolymerou [5] beobachtet wurde, und dem Verschwinden der Wirbel vorliegt. Da der beobachtete Effekt jedoch nur bei Reynoldszahlen von ungefähr 130 auftrat, sollte die Strömung stark instabil gewesen sein. Jedoch kann Resonanz auch schon bei deutlich niedrigeren Reynoldszahlen auftreten [2, 7, 8], so dass es uns möglich war den Zusammenhang zwischen dem Verschwinden der Wirbel und dem Auftreten von Resonanz unter stabilen oder schwach instabilen Bedingungen numerisch sowie experimentell zu untersuchen.

## Experimenteller Aufbau

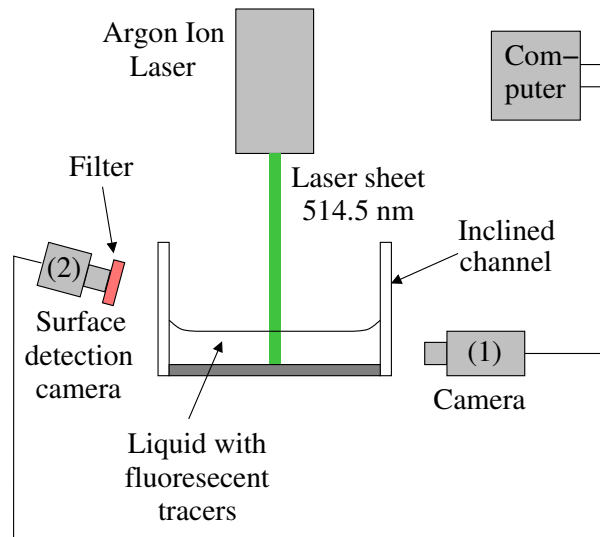
Die Experimente wurden in einem 170 mm breiten Kanal durchgeführt, dessen Aluminium Bodenplatte links und rechts von zwei Plexiglass<sup>®</sup> Seitenwänden begrenzt wurde. Die Bodenplatte bestand aus 50 sinusförmigen Wellen mit einer Amplitude  $a$  von 1 mm und einer Wellenlänge  $\lambda$  von 10 mm. Der Winkel des Kanals ließ sich frei variieren. Alle Experimente wurden zwischen einem Kanalneigungswinkel von  $5^\circ$  und  $14^\circ$  durchgeführt. Sofern nicht anders angegeben beziehen sich die hier dargestellten Ergebnisse auf eine Kanalneigung von  $8^\circ$ .

Als Flüssigkeit wurde *Basildon - BC10cs* Silikonöl verwendet. Bei der Messtemperatur von  $25 \pm 1^\circ\text{C}$  wurden die Materialparameter Dichte, Oberflächenspannung und kinematische Viskosität zu  $0,9243 \text{ g/cm}^3$ ,  $18,87 \text{ mN/m}$  und  $11,6 \text{ mm}^2/\text{s}$  ermittelt.

Die Reynoldszahl wurde aus dem Volumenstrom, der mit einem Durchflussmessgerät gemessen wurde, das zwischen dem Abfluss vom Kanalende und dem Ölvorrattank installiert war, berechnet.

Zur Visualisierung der Strömung wurde das Öl mit fluoreszierenden Tracerpartikeln *Red Fluorescent Tracer Microspheres* von *Duke Scientific Corp.* versetzt. Diese hatten einen durchschnittlichen Durchmesser von  $7 \mu\text{m}$  und eine Dichte von  $1,05 \text{ g/cm}^3$ . Die resultierende Sedimentationsgeschwindigkeit ist mehrere Größenordnungen kleiner, als alle anderen charakteristischen Geschwindigkeiten des untersuchten Systems.

Abbildung 1 zeigt den verwendeten Messaufbau zur Bestimmung der Bahnlinien der Tracerpartikel in den Mulden der Strömung und zur Detektion der Flüssigkeitsoberfläche. Zur Visualisierung der Wirbelstrukturen wurde ein dünner Laserlichtschnitt senkrecht zum Boden über



**Abbildung 1:** Experimenteller Aufbau. Die Größe der Wirbelstrukturen wurde bestimmt, indem mit Kamera (1) die Bahnlinien der Tracer Partikel rekonstruiert wurden. Die leicht geneigte Kamera (2) visualisiert die Flüssigkeitsoberfläche.

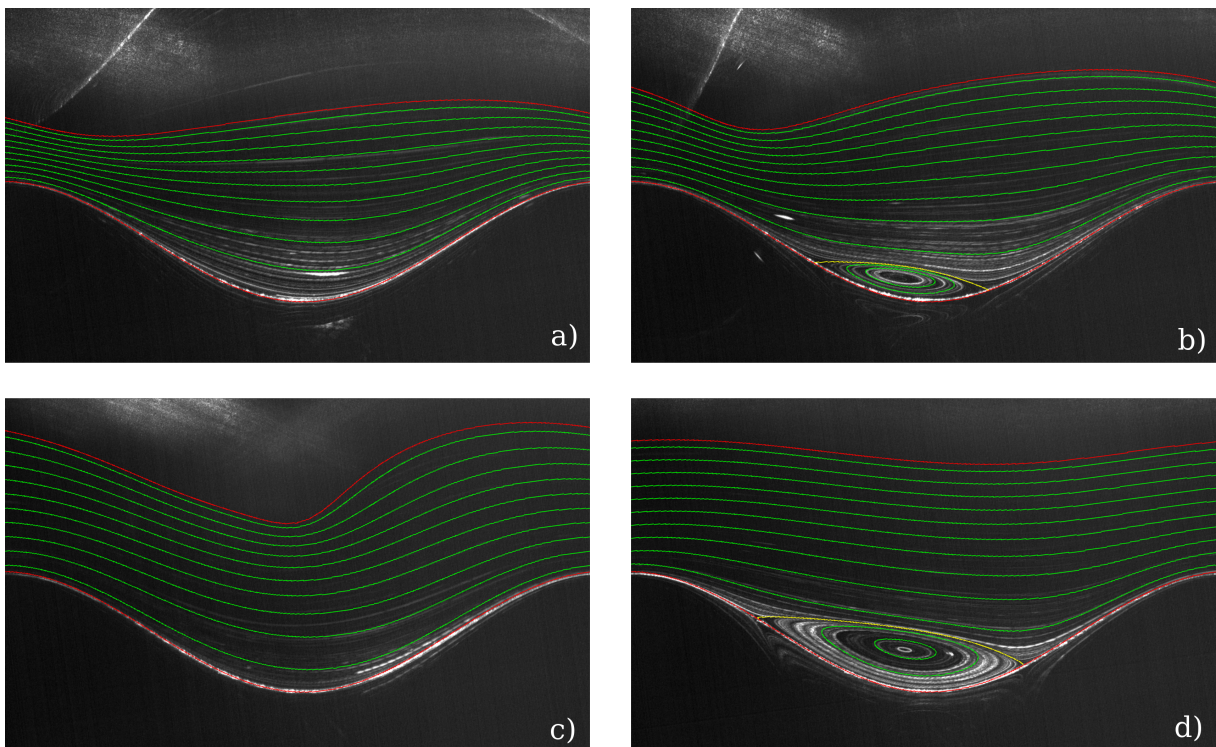
zwei bis drei Perioden der Bodenwelligkeit in der Mitte vom Kanal gelegt. Kamera (1), welche parallel zum Boden des Kanals montiert war, detektierte das Streulicht der Tracerpartikel mit 50 Bildern pro Sekunde zur Rekonstruktion der Bahnlinien. Die erreichte räumliche Auflösung lag mit der verwendeten Optik bei  $12 \mu\text{m}/\text{pixel}$ . Kamera (2) wurde leicht gegenüber der Kanalbodenebene geneigt, um Bildverzerrungen durch die dreidimensionalen Strukturen der freien Oberfläche nahe der Seitenwand zu vermeiden. Das sehr helle Streulicht vom Kanalboden wurde durch einen spektralen Kantenfilter geblockt. Die obere Kante des hellen Streifens im Kamerabild entsprach der unverzerrten Flüssigkeitsoberfläche. Da dieses Verfahren allerdings zu körnigen Einzelbildern führte wurde, je nach Stabilität der Oberfläche immer über 10-50 Bilder gemittelt. Räumliche Kalibrierung wurde *a priori* im leeren Kanal mit einer Keramikkalibrierungsskala mit  $4 \text{ pt}/\text{mm}^2$  durchgeführt. Die räumliche Auflösung der Bilder von Kamera (2) betrug  $30 \mu\text{m}/\text{pixel}$ .

## Numerisches Verfahren

Mittels der Filmdicke, der mittleren Geschwindigkeit und des Staudrucks des korrespondierenden Nusseltfilms werden die Kontinuitäts- und Navier-Stokes-Gleichungen entdimensioniert. Unter Berücksichtigung der Haftbedingung am Boden und der dynamischen und kinematischen Randbedingung an der freien Oberfläche werden diese für eine statische zweidimensionale Filmströmung über einen gewellten Boden über ein FEM-Verfahren iterativ gelöst. Da das Lösungsgebiet, also die Position der freien Oberfläche *a priori* unbekannt ist, muss die numerische Prozedur auch diesen zusätzlichen Freiheitsgrad erfassen. Dazu wird beim Lösen des Gleichungssystems zunächst nur die Haftbedingung am Boden und die dynamische Randbedingung erfüllt. Die kinematische Randbedingung wird dabei zwar zunächst nicht erfüllt, kann aber als Differentialgleichung zur Bestimmung der Oberflächenposition aufgefasst werden. Auf dem, auf diese Weise ermittelten, neuen Lösungsgebiet werden die Kontinuitäts- und Navier-Stokes-Gleichungen erneut gelöst. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis die neue und die Lösung aus dem vorherigen Schritt sich hinreichend wenig unterscheiden. Eine ausführlichere Beschreibung findet sich in [9].

## Ergebnisse

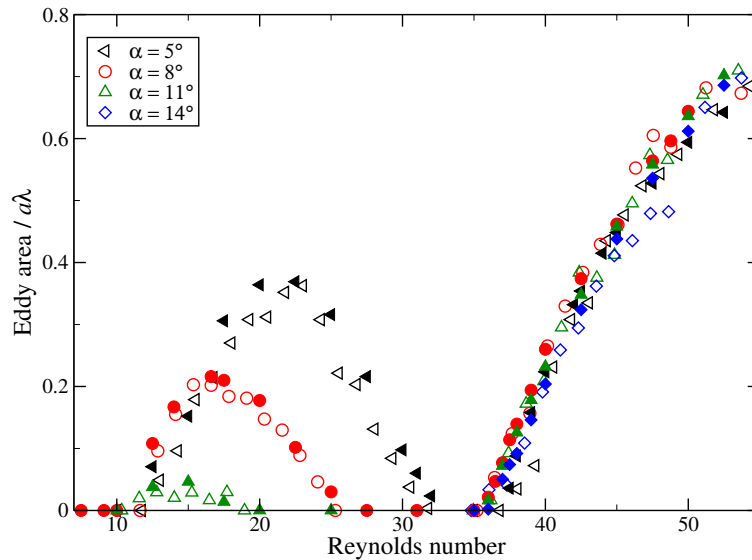
Abbildung 2 zeigt die numerisch und experimentell ermittelten Strom- beziehungsweise Bahnlinien bei verschiedenen Strömungsraten. Wie aus Abbildung 2a) ersichtlich, fließt die Flüssigkeit entlang der Bodenkontour und es bildet sich kein Wirbel aus, solange die Reynoldszahl klein genug ist. Abbildung 2b) zeigt ein Beispiel bei einer etwas höheren Reynoldszahl mit einem relativ großen Wirbel in der Mulde der Bodenkontour. Im Gegensatz zu den meisten anderen Systemen, in denen solche Rezirkulationsgebiete mit zunehmender Reynoldszahl anwachsen, wird der Wirbel hier wieder kleiner, bis er wieder vollständig verschwindet (Abbildung 2c). Wird die Reynoldszahl noch weiter erhöht, bildet sich erneut ein Wirbel aus, der monoton mit der Reynoldszahl anwächst (Abbildung 2d).



**Abbildung 2:** Numerisch und experimentell ermittelte Strom- bzw. Bahnlinien. Die Bilder wurden um die Kanalneigung gedreht. Die Reynoldszahl wurde von a) nach d) kontinuierlich erhöht. a)  $Re = 9$ ; b)  $Re = 16$ ; c)  $Re = 31$ ; d)  $Re = 48$ .

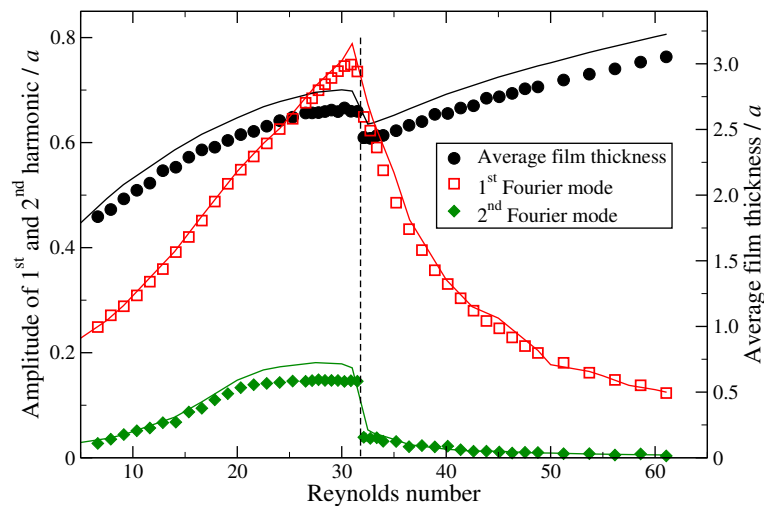
Die Fläche der Rezirkulationsgebiete wurde für vier verschiedene Kanalneigungswinkel in Abhängigkeit von der Reynoldszahl sowohl numerisch als auch experimentell ermittelt. Abbildung 3 zeigt deutlich, dass sich bei nicht zu steilen Kanalneigungen ein wirbelfreies Reynoldszahlfenster ergibt. Während die Reynoldszahlen bei denen Wirbel entstehen können innerhalb des untersuchten Parameterraums unabhängig von der Kanalneigung sind, hängt die Größe der Wirbel bei kleinen Reynoldszahlen und Position und Breite des wirbelfreien Reynoldszahlfensters stark von der Kanalneigung ab.

Um den Einfluss der Resonanz der freien Oberfläche mit dem Kanalboden auf die Wirbelstrukturen zu untersuchen, wurde die Form der Flüssigkeitsoberfläche, wie im letzten Abschnitt beschrieben, über zwei Perioden detektiert und zur quantitativen Analyse fouriertransformiert. Abbildung 4 zeigt die ersten drei Fourierkomponenten (0-2) der transformierten Oberflächenkontour. Die erste Fourierkomponente entspricht der Wellenlänge der Bodenkontour und zeigt ein deutliches Maximum bei  $Re \approx 32$ . Bevor und nachdem die erste Fourierkomponente ihr



**Abbildung 3:** Querschnittsfläche der Wirbel als Funktion der Reynoldszahl bei verschiedenen Kanalneigungswinkeln. Zur besseren Übersicht wurden die meisten Messpunkte ausgeblendet, wenn kein Wirbel beobachtet wurde. Experimentelle Daten werden durch offene, numerische Daten durch gefüllte Symbole dargestellt.

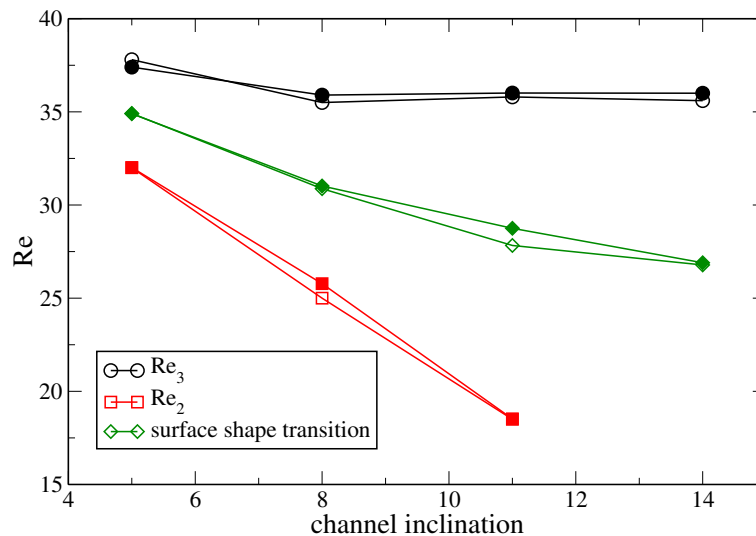
Maximum erreicht, wächst die nullte Fourierkomponente beziehungsweise die mittlere Filmdicke erwartungsgemäß monoton mit der Reynoldszahl, die proportional zum Volumenstrom ist. Etwa beim Maximum der ersten Harmonischen springt die nullte Fourierkomponente auf einen signifikant niedrigeren Wert. Die starke Krümmung der Flüssigkeitsoberfläche, wie zum Beispiel in Abbildung 2c) zu sehen, wird von allen höheren Fourierkomponenten beschrieben. Diese verschwinden alle beim Überschreiten des Resonanzmaximums der ersten Harmonischen fast vollständig, was einer plötzlichen Änderung der Oberflächenform von anharmonisch mit einer steilen Vertiefung über der Mulde der Bodenkontour zu harmonisch entspricht.



**Abbildung 4:** Amplitude der ersten beiden Fourierkomponenten der freien Oberfläche und die mittlere Filmdicke. Die gestrichelte Linie kennzeichnet die Position des Umschlagpunktes zwischen anharmonischer zu harmonischer Oberflächenform. Experimentelle Daten werden durch Symbole, numerische Daten durch Linien dargestellt.

Abbildung 5 fasst die bisher dargestellten Ergebnisse für alle gemessenen Neigungswinkel zusammen. Die untere und obere Grenze des wirbelfreien Reynoldszahlfensters aus Abbil-

dung 3 wird durch  $Re_2$  beziehungsweise  $Re_3$  beschrieben. Während  $Re_3$  nahezu über den gesamten Messbereich fast keine Kanalneigungswinkelabhängigkeit zeigt, verschiebt sich die untere Grenze des wirbelfreien Fensters bei Erhöhung des Neigungswinkels zu kleineren Reynoldszahlen. Wird der Winkel zu groß entstehen unterhalb von  $Re_3$  keine Wirbelstrukturen mehr. Neben den Grenzen des wirbelfreien Reynoldszahlfensters ist Abbildung 5 auch die Position zu entnehmen, bei der die Form der Flüssigkeitsoberfläche plötzlich durch Erhöhung der Reynoldszahl von einer anharmonischen auf eine harmonische Form umschlägt. Bei allen untersuchten Kanalneigungen geht dieser Vorgang mit dem Auftreten des Maximums der ersten Harmonischen einher. Es fällt auf, dass sich die Mitte des wirbelfreien Reynoldszahlfensters stets mit der Position dieses Resonanzmaximums zusammenfällt.



**Abbildung 5:** Vergleich der Position des Umschlags der Oberflächenform mit der Position des wirbelfreien Fensters bei verschiedenen Kanalneigungen. Experimentelle Daten werden durch offene, numerische Daten durch gefüllte Symbole dargestellt.

Offensichtlich werden die Wirbelstrukturen also genau dann aufgebrochen, wenn die Amplitude der ersten Harmonischen der freien Oberfläche hinreichend groß ist. Die genaue Form der freien Oberfläche scheint dabei keine Rolle zu spielen, da die Wirbelstrukturen sowohl bei einer stark gekrümmten Oberfläche, unterhalb des Resonanzmaximums, als auch bei einer harmonischen Oberflächenform, oberhalb des Resonanzmaximums, unterdrückt werden.

Während kinematisch erzeugte Wirbel normalerweise nur verschwinden, wenn die Filmhöhe unter einen kritischen Wert reduziert wird, oder die Bodenwelligkeit hinreichend schwach wird, wachsen trägheitsinduzierte Wirbel normalerweise durch eine Erhöhung der Reynoldszahl. Hier zeigen wir, dass Wirbelstrukturen durch eine Erhöhung der Reynoldszahl auch kleiner werden, oder ganz verschwinden können, bevor sie bei einer weiteren Erhöhung wieder entstehen.

## Literatur

- [1] A. Wierschem and N. Aksel. Influence of inertia on eddies created in films creeping over strongly undulated substrates. *Physics of Fluids*, 16(12):4566–4574, 2004.
- [2] A. Wierschem, V. Bontozoglou, C. Heining, H. Uecker, and N. Aksel. Linear resonance in viscous films on inclined wavy planes. *International Journal of Multiphase Flow*, 34(6):580–589, 2008.

- [3] Yu. Ya. Trifonov. Viscous liquid film flows over a periodic surface. International Journal of Multiphase Flow, 24(7):1139–1161, 1999.
- [4] A. Wierschem, M. Scholle, and N. Aksel. Vortices in film flow over strongly undulated bottom profiles at low reynolds numbers. Physics of Fluids, 15(2):426–435, 2003.
- [5] V. Bontozoglou and G. Papapolymerou. Laminar film flow down a wavy incline. International Journal of Multiphase Flow, 23(1):69 – 79, 1997.
- [6] V. Bontozoglou. Laminar film flow along a periodic wall. Computer Modelling in Engineering & Sciences, 1:133–142, 2000.
- [7] C. Heining, V. Bontozoglou, N. Aksel, and A. Wierschem. Nonlinear resonance in viscous films on inclined wavy planes. International Journal of Multiphase Flow, 35(1):78 – 90, 2009.
- [8] A. Wierschem and N. Aksel. Hydraulic jumps and standing waves in gravity-driven flows of viscous liquids in wavy open channels. Physics of Fluids, 16(11):3868–3877, 2004.
- [9] Andreas Wierschem, Thilo Pollak, Christian Heining, and Nuri Aksel. Resonant eddy suppression in films over topography. Physics of Fluids, submitted, 2010.