

## EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNG DER AUSBREITUNG VON SCHWEREWELLEN IM LABOREXPERIMENT

### EXPERIMENTAL INVESTIGATION ON THE CHARACTERISTICS OF PROPAGATING INTERNAL WAVES IN LABORATORY ENVIRONMENT

**R. Büttner, M. Brede, A. Leder, F.-J. Lübken\***

Universität Rostock, Lehrstuhl Strömungsmechanik,  
Albert-Einstein-Straße 2, 18051 Rostock

\* Leibniz-Institut für Atmosphärenphysik Kühlungsborn

Interne Wellen, Mischungsschicht, Dispersionsrelation  
Internal Waves, Mixing Layer, Dispersion relation

#### Abstract

Am Lehrstuhl für Strömungsmechanik der Universität Rostock werden Laborexperimente an internen Wellen im Versuchskanal für geschichtete Strömungen durchgeführt. Mittels eines externen Oszillators können an der Dichteschichtung Wellen angeregt und mit einem kombinierten PIV-/LIF-System untersucht werden.

Die in diesem Beitrag beschriebenen Messungen bestimmen charakteristische Eigenschaften der Anregung und Ausbreitung interner Wellen im durchgeführten Laborexperiment und ermöglichen es, die verschiedenen theoretischen Beschreibungen eines dichtegeschiedeten Systems auf ihre Anwendbarkeit zu überprüfen. Dies geschieht insbesondere unter Berücksichtigung einer vertikal ausgedehnten Mischungsschicht.

#### Einleitung

Interne Wellen (IW) sind aktuell Gegenstand zahlreicher Untersuchungen, da sie sowohl in der Atmosphärenphysik als auch in der Ozeanographie eine wichtige Rolle, insbesondere bei Energie- und Stofftransportprozessen (Rauhe et al. 2008, Gerding et al. 2009, Burchard et al. 2008, Ivey et al. 2008), einnehmen. Am Lehrstuhl Strömungsmechanik der Universität Rostock werden deshalb in einem gemeinsamen Projekt zusammen mit dem Leibniz-Institut für Atmosphärenphysik Kühlungsborn und dem Leibniz-Institut für Ostseeforschung in Warnemünde Laboruntersuchungen zu IW durchgeführt, die sich der Fragestellung widmen, welchen Beitrag brechende IW zur Turbulenzentstehung leisten. Nach erfolgreicher Erweiterung der Versuchsanlage um den für diese Untersuchungen benötigten Anregungsmechanismus für IW müssen zunächst die charakteristischen Ausbreitungseigenschaften der internen Wellen im Laborexperiment ermittelt werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden nachfolgend dargestellt.

Interne Wellen stellen räumlich und zeitlich ausbreitende Oszillationen einer Dichteschichtung dar, wobei zwei Regime voneinander unterschieden werden können: Das Medium, in dem sich interne Wellen ausbreiten, kann entweder eine kontinuierliche Dichteschichtung aufweisen (die Erdatmosphäre, Ozeane) oder aus diskreten Layern unterschiedlicher Dichte bestehen (Ozeane). Da die Rückstellkraft der internen Wellen die Gravitation bzw. eine Auf-

triebskraft ist, können sie sich nicht in einem Medium mit konstanter Dichte ausbreiten. Daraus folgt, dass sich interne Wellen bei einer diskreten Schichtung nur an der Schichtungs-grenze (im Allgemeinen horizontal) ausbreiten können, während bei einer kontinuierlichen Dichteänderung IW auch vertikale Geschwindigkeitskomponenten besitzen. Im folgenden Beitrag werden IW aus dem erstgenannten Regime mit horizontaler Wellenausbreitung betrachtet, da das Laborexperiment an einer Salzwasser-Süßwasser-Schichtungsgrenze durchgeführt wurde.

## Laborexperiment

Der für die experimentellen Untersuchungen eingesetzte Kanal für geschichtete Strömungen besteht aus einer drei Meter langen, optisch zugänglichen Messstrecke, die aus verschiedenen Reservoirs durch einen bodennahen Einlass nacheinander befüllt werden kann und somit in der Lage ist, eine Schichtung verschiedener Fluide herzustellen (Menzel et al. 2008). Die Versuchsanlage ist mit einem traversierbaren, kombiniertem Particle-Image-Velocimetry-(PIV) und Laser-Induce-Fluorescence-(LIF)-Messsystem ausgerüstet. Es verfügt über zwei CCD-Kameras, so dass gleichzeitig PIV-Messungen und LIF-Messungen in einer Ebene oder aber Stereo-PIV-Messungen zur Bestimmung des Geschwindigkeitsfeldes in drei Komponenten durchgeführt werden können. Für alle in diesem Beitrag beschriebenen Experimente wurden die Kameras so angeordnet, dass gleichzeitig ein ebenes Geschwindigkeitsfeld mittels PIV gemessen und ein ebenes Konzentrationsfeld mittels LIF für dieselbe Beobachtungsebene bestimmt werden können.

Um interne Wellen an der Schichtungsgrenze anzuregen, wurde ein Oszillator konstruiert, der aus einer PC-gesteuerten vertikalen Traverse und einem mit seiner Längsachse horizontal orientiertem Zylinder besteht (siehe Abb. 1). Die Parameter wie Ruhelage, Elongation und Verfahrsgeschwindigkeit bzw. Frequenz der Bewegung können unabhängig voneinander vorgegeben werden.

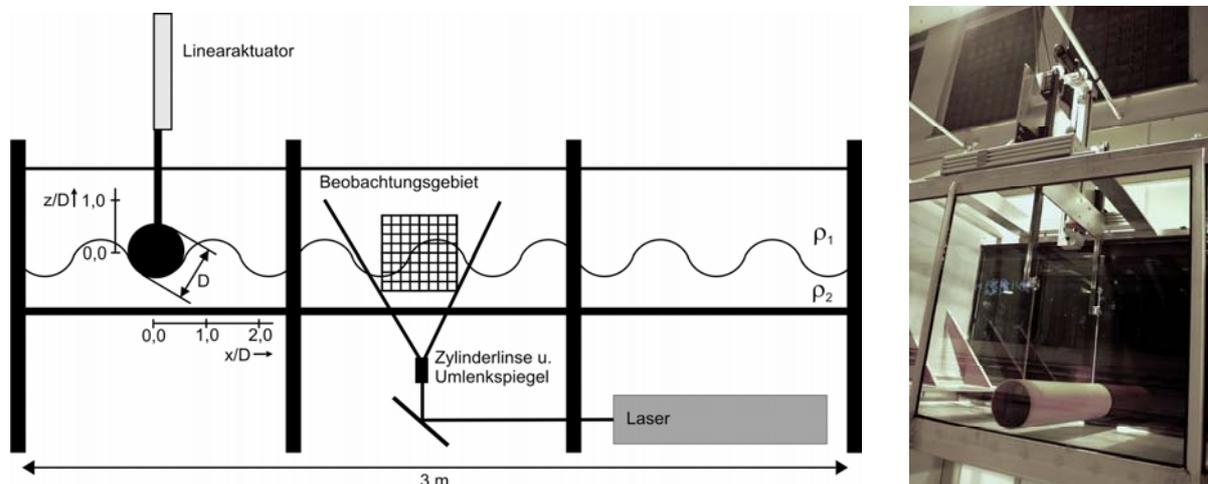


Abb. 1: schematische Darstellung des Versuchsaufbaus (links) sowie des im Kanal installierten Wellenerzeugers (rechts)

## Eigenschaften der Dichteschichtung

Im durchgeführten Laborversuch wurde eine Dichteschichtung als 2-Phasen-Schichtung aus Salz- und Süßwasser eingestellt. Dazu wurde zunächst die Messstrecke mit Süßwasser befüllt und anschließend das Salzwasser mit einer Salinität  $S$  von 9 PSU untergeschichtet. Der

maximale Dichteunterschied  $\Delta\rho$ , bezogen auf die beiden Phasen, der für die Frequenz der Oszillationen der Phasengrenzen entscheidend ist, betrug  $9 \text{ kg/m}^3$ . Nachdem das Salzwasser in die Messstrecke eingebracht wurde, bildet sich, bedingt durch den Einlassvorgang eine Mischungsschicht aus (siehe Abb. 2). Die Ausdehnung der Mischungsschicht wird als die Höhe definiert, in der die Salinität von  $0,9 \cdot S_{\max}$  auf  $0,1 \cdot S_{\max}$  abnimmt. Es ergibt sich so eine vertikale Ausdehnung  $\delta$  von etwa 6 cm. Das Salzwasser besitzt unter dieser Annahme eine Schichthöhe  $h_2^*$  von etwa 8 cm, so dass bei einer Füllhöhe des Kanals von 50 cm eine Süßwasserschicht der Höhe  $h_1^* = 35 \text{ cm}$  resultiert. Wird als Grenze der beiden Schichten die Isopykne mit  $S = 0,5 \cdot S_{\max}$  angenommen, so besitzt die Salzwasserschicht eine Höhe  $h_2$  von 11 cm und die Süßwasserschicht eine Höhe  $h_1$  von 39 cm.

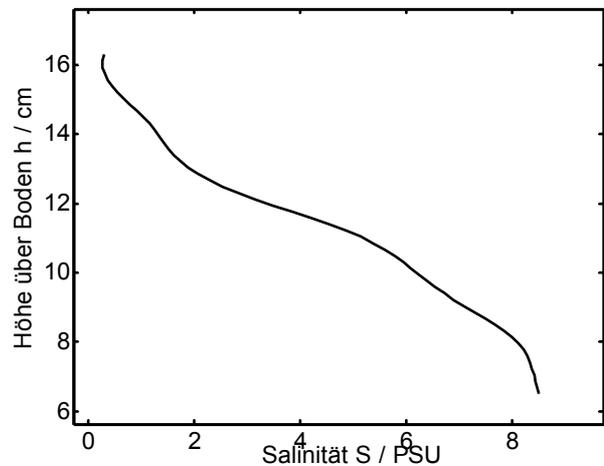


Abb. 2: vertikales Profil der Salinität an der Schichtgrenze von Salz- und Süßwasser

### Anregung interner Wellen

Nachdem sich das beschriebene Interface ausgebildet hat, können mit dem Wellenerzeuger periodische Anregungen der Schichtung vorgenommen werden. Dazu wurde der obere Umkehrpunkt der Anregung so gewählt, dass der zylindrische Körper des Wellenerzeugers nicht in die Salzschiicht eintaucht. Für alle hier vorgestellten Versuchsdurchführungen wurde eine Anregungsamplitude  $A_0 = 2,4 \text{ cm}$  gewählt, so dass das Verhältnis von Anregungsamplitude zur Schichthöhe  $A_0/h_2 \sim 1/4$  beträgt. Untersucht wurden Frequenzen  $\nu$  im Bereich von  $0,05 \dots 0,2 \text{ Hz}$ . Die Wahl dieser Parameter erfolgte in Anlehnung an die Arbeit von Troy und Koseff 2005. In Vorversuchen zeigte sich, dass der Durchmesser des Zylinders zur Anregung nicht kleiner als die Schichthöhe des Salzwassers gewählt werden sollte. Verwendet wurde in den hier beschriebenen Experimenten ein Zylinder mit einem Durchmesser  $D$  von  $16 \text{ cm}$ .

### Bestimmung des Anregungs- und Ausbreitungsverhaltens der IW

Zunächst wurde die Anfachungsrate, also das Verhältnis der durch den Wellenerzeuger auf die Schichtgrenze aufgeprägten frequenzabhängigen Amplitude  $A$  und der Anregungsamplitude  $A_0$  bestimmt. Die Amplitudenbestimmung erfolgte aus einer zeitabhängigen Salzkonzentrationsmessung mittels LIF über einen Zeitraum von jeweils 200 Sekunden an der Position 2D hinter der Symmetrieachse des Zylinders. Ein Ausschnitt aus einer Konzentrationsmessung ist exemplarisch in Abbildung 3 dargestellt. Je nach Frequenz konnten so etwa 20 bis 40 Amplituden pro Anregungsfrequenz bestimmt werden. Die Ergebnisse der Messung sind in Abbildung 4 dargestellt. Im Bereich höherer Frequenzen ist eine deutliche Abnahme der vom Oszillator auf das Interface übertragenen Amplitude zu erkennen, während im Bereich niedrigerer Frequenz eine Anfachungsrate von  $\approx 1$  erreicht wird.

Die Wellen breiten sich nach ihrer Anregung entlang des Kanals aus und werden als ebene Wellen angenommen, da der zylindrische Oszillator sich über die gesamte Breite des Kanals erstreckt. Erreicht die Welle nach einer Entfernung von etwa  $3 \text{ m}$  die Rückseite des Kanals, überlagert sie sich mit der auf die Rückwand zulaufenden Welle. Im durchgeführten Versuch

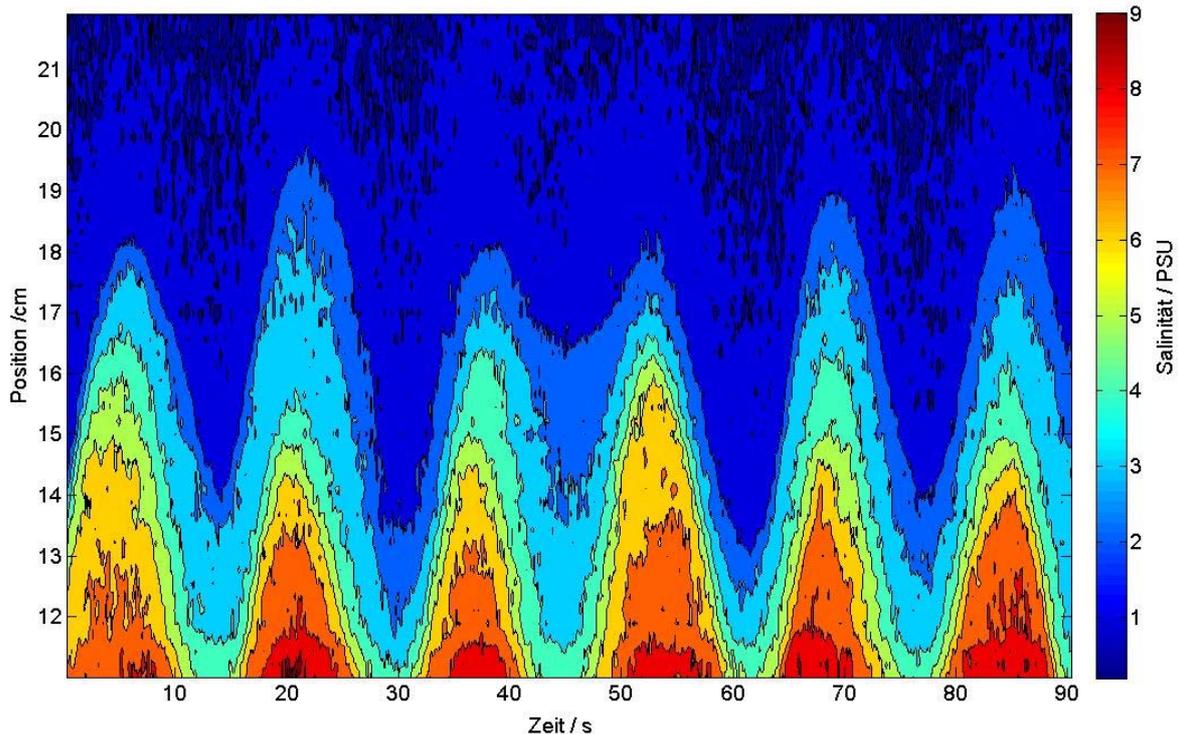


Abb. 3: zeitabhängiger Verlauf der Salinität, Anregungsfrequenz  $\nu = 0,06$  Hz, Anregungsamplitude  $A_0 = 2,4$  cm

konnte jedoch auch während langer Beobachtungsvorgänge ( $> 10$  min) kein Einfluss einer von der Kanalwand reflektierten und auf den Wellenerzeuger zulaufenden Welle beobachtet werden. Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit der schnellsten Wellen etwa  $0,1$  m/s betrug, sollte eine auftretende Überlagerung der hin- und rücklaufenden Wellen am Beobachtungsort nach 60 Sekunden zu beobachten sein. Erklärt werden kann diese Diskrepanz mit der Dämpfung der propagierenden Wellen durch das Dichteinterface. Um die Dämpfung zu bestimmen, wurde an drei verschiedenen Positionen entlang der Ausbreitungsrichtung der Welle jeweils die auftretende Amplitude bestimmt und eine mittlere Dämpfung bzw. Amplitudenabnahme je Meter ermittelt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5 dargestellt. Deutlich zu erkennen ist der Tiefpasscharakter der oszillierenden Schichtung, der sich in einer starken Amplitudenabnahme, besonders im höheren Frequenzbereich, zeigt. Wird die ermittelte Abnahme linear extrapoliert auf die gesamte Weglänge des Kanals, so hat die rücklaufende Welle am Beobachtungsort bereits im niederfrequenten Fall mit geringer Dämpfung nur ein Viertel der Ausgangsamplitude. Für den Fall starker Dämpfung ist das Verhältnis der Amplituden von reflektierter und sich vom Wellenerzeuger fortbewegenden Amplitude kleiner als  $1/100$ . Daraus kann nun abgeleitet werden, dass die von der Kanalwand reflektierte Welle für weitere Betrachtungen vernachlässigt werden kann.

### Bestimmung der Dispersionsrelation

Der Zusammenhang der Frequenz  $\nu$  bzw. Kreisfrequenz  $\omega = 2\pi\nu$  und der Wellenlänge  $\lambda$  bzw. Kreiswellenzahl  $k = 2\pi/\lambda$  ist insbesondere für das Verständnis des vorliegenden Schichtsystems von großer Bedeutung. Um die Dispersionsrelation  $\omega(k)$  zu ermitteln, wurden Wellen mit verschiedenen Frequenzen angeregt und die entsprechende Wellenlänge bestimmt. Da insbesondere im Bereich großer Wellenlängen mit  $\lambda > 0,5$  m eine direkte Messung der Wellenlänge aufgrund der Größe des benutzten Messfeldes nicht möglich ist, wurde zunächst für

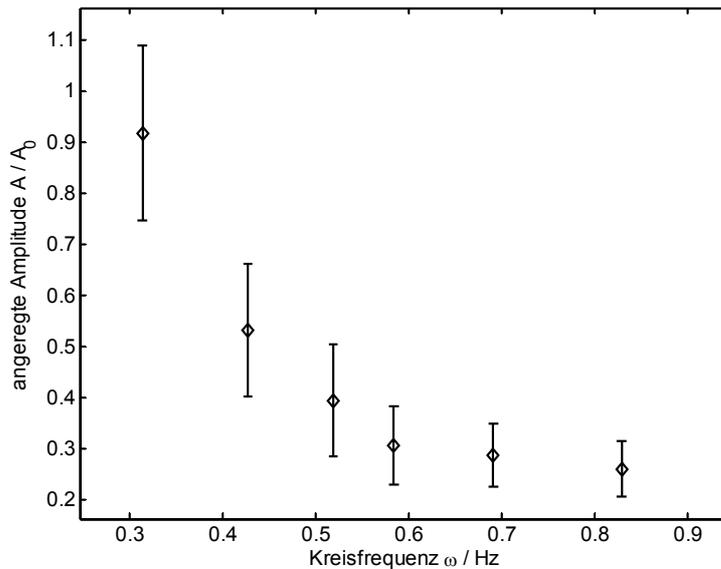


Abb. 4: Anfachungsrate in Abhängigkeit der Frequenz der Anregung bei  $x/D = 2$  und Messfehler

jede Frequenz die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle mittels Zwei-Punkte-Korrelation im jeweiligen Messfeld bestimmt. Der Quotient der Kreisfrequenz und der Ausbreitungsgeschwindigkeit entspricht dann gerade der unbekanntenen Kreiswellenzahl.

Die so ermittelten Kreiswellenzahlen sind in Abbildung 6 (Experiment) dargestellt. Mittels einer linearen Regression der experimentellen Werte wurde folgender Zusammenhang gefunden

$$\omega^2 = 0,011 \frac{m}{s^2} \cdot k. \quad (1)$$

Dieses Ergebnis steht jedoch zunächst im Widerspruch zu den bisherigen theoretisch abgeleiteten Relationen (Pedlosky 2003, Kundu 2008). So bestätigten Troy und Koseff 2005 in den Experimenten an einer Zwei-Layer-Schichtung eine Dispersionsrelation

$$\omega^2 = g \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \frac{1}{\coth(kh_1) + \coth(kh_2)} \cdot k. \quad (2)$$

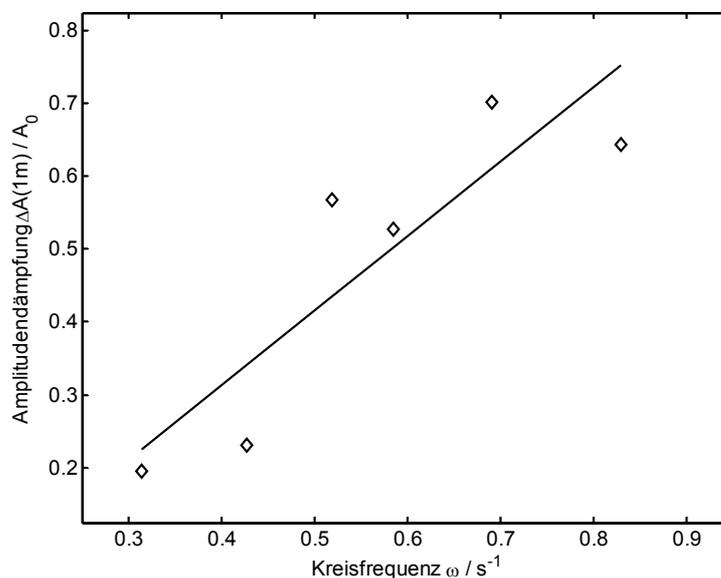


Abb. 5: gemessene Amplitudenabnahme je Meter und lineare Regression, Anregungsfrequenz  $\nu = 0,1$  Hz, Anregungsamplitude  $A_0 = 2,4$  cm

Gl. 2 beschreibt die allgemeine Form der Dispersionsrelation für interne Wellen an einer 2-Phasen-Schichtgrenze mit den Dichten  $\rho_{1,2}$  und den Schichthöhen  $h_{1,2}$ , ohne dass Einschränkungen für das Verhältnis der Schichthöhen oder das Verhältnis der Wellenlänge zur

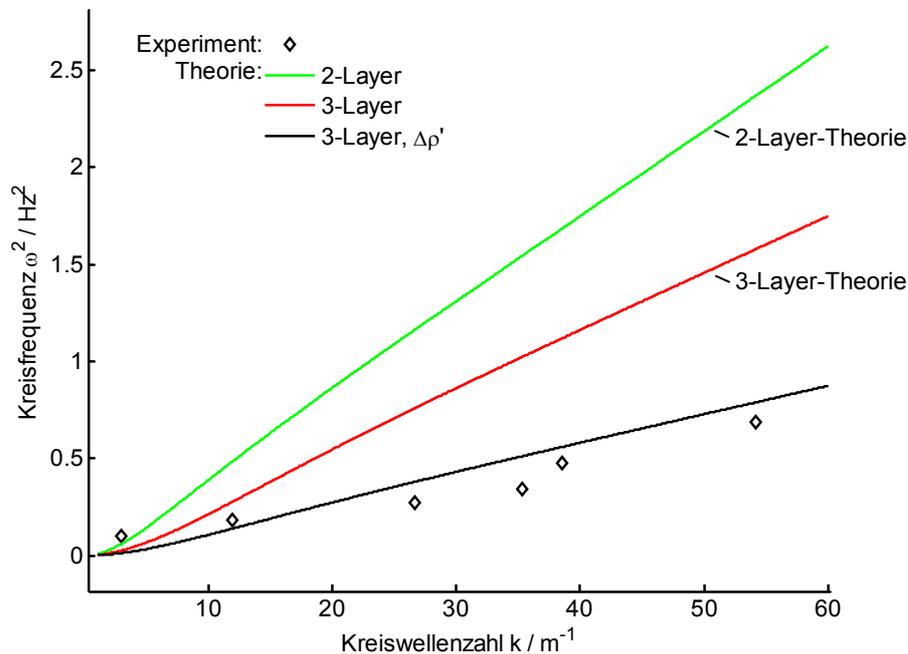


Abb. 6: Vergleich der Dispersionsrelation interner Wellen

Schichthöhe in Gl. 2 eingehen. Werden die Parameter des durchgeführten Versuchs in Gl. 2 eingesetzt und die nach Gl. 2 berechneten mit den gemessenen Werten der Kreiswellenzahl bzw. der Kreisfrequenz verglichen, so zeigen sich in der graphischen Darstellung 6 erhebliche Abweichungen von der Zwei-Layer-Theorie. Um diese Abweichungen zu deuten, wird darauf verwiesen, dass im zugrunde gelegten physikalischen Modell von der Annahme ausgegangen wurde, dass die beiden Layer eine scharfe Grenze haben (siehe Abb. 1, links) und keine Mischung an der Schichtgrenze auftritt. Wie bereits in den Eigenschaften der im Laborversuch beobachteten Dichteschichtung beschrieben, bildet sich jedoch eine Mischungsschicht der Höhe  $\delta$  aus. Für den Fall einer geringen Mischungsschicht-Dicke  $\delta$ , also  $\delta < h_2^*$ , wird in Phillips 1966 eine Korrektur der Dispersionsrelation eingefügt:

$$\omega^2 = g \frac{\Delta\rho}{\rho_1} \frac{1}{\coth(kh_1^*) + \coth(kh_2^*) + \coth(k\delta)} \cdot k. \quad (3)$$

Da in den vorliegenden Experimenten jedoch die beobachtete Ausdehnung der Mischungsschicht etwa gleich der Höhe der Salzwasserschicht ist, also  $\delta \approx h_2^*$ , zeigt sich auch mit der eingefügten Korrektur eine Abweichung der gemessenen von den berechneten Wellenzahlen bzw. Frequenzen (siehe Abb. 6, Theorie: 3-Layer).

### Auswirkungen der räumlich ausgedehnten Mischungsschicht

Aus der experimentell bestimmten Dispersionsrelation (Gl. 1) kann gefolgert werden, dass die räumliche Ausdehnung der Mischungsschicht nicht vernachlässigbar ist. Da die Frequenz, mit der eine interne Welle oszilliert, bei vorgegebenen Schichthöhen nur durch den Dichteunterschied  $\Delta\rho$  bestimmt ist, soll nun angenommen werden, dass die im Laborversuch

beobachteten Frequenzen auf einen geringeren effektiven Dichteunterschied  $\Delta\rho'$  zurückzuführen sind. Abbildung 7 (links) - entnommen aus der das Experiment begleitenden numerischen RANS-Simulation - zeigt die Lage der periodischen, paarweise gegenläufigen Wirbel, die im Eulerschen Bild den Partikelbewegungen einer ebenen Welle entsprechen. Abbildung 7 (rechts) zeigt die korrespondierende Struktur der Dichteschichtung. Zu erkennen ist, dass sich die Wirbelkerne innerhalb der Mischungsschicht befinden. Wird nun die Position der Wirbelkerne zur Bestimmung des Dichteunterschiedes benutzt, so ergibt sich daraus ein ge-

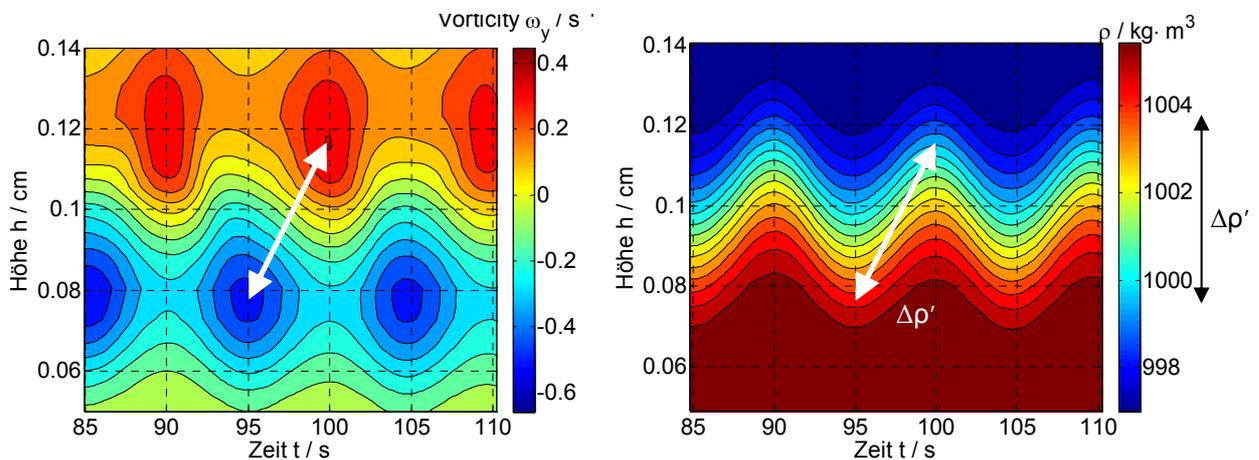


Abb. 7: zeitlicher Verlauf der Wirbelstärke  $\omega_y$  normal zur Beobachtungsebene (links), zeitlicher Verlauf der Dichte  $\rho$  (rechts)

ringerer effektiver Dichteunterschied  $\Delta\rho'$ . Abbildung 6 (Theorie: 3-Layer,  $\Delta\rho'$ ) zeigt die Dispersionsrelation nach Gl. 3 unter Verwendung eines reduzierten Dichteunterschiedes, der unter der beschriebenen Annahme abgeleitet wurde. Es ist nun eine gute Übereinstimmung der experimentell ermittelten und der berechneten Frequenzen, insbesondere im Bereich großer Wellenzahlen, zu finden.

## Zusammenfassung

Der Kanal für geschichtete Strömungen am Lehrstuhl Strömungsmechanik wurde um einen Anregungsmechanismus für interne Wellen erweitert. Als Grundlage für folgende experimentelle Untersuchungen zum Übergang von internen Wellen zur Turbulenz wurden die Ausbreitungseigenschaften in der Versuchsanlage charakterisiert. Da die Versuchsanlage ein Dichteinterface, bestehend aus 2 Layern und einer ausgedehnten Mischungsschicht, erzeugt, konnte im Vergleich der experimentell bestimmten Dispersionsrelation mit der aus einer 2-Schicht-Theorie abgeleiteten gezeigt werden, dass der Einfluss einer Mischungsschicht nur unzureichend wiedergegeben wird. Es wurde die Verwendung eines 3-Schicht-Modells mit einer Korrektur des effektiv wirkenden Dichteunterschiedes auf Grundlage der relativen Position der charakteristischen Wirbelzentren zueinander vorgeschlagen.

## Literatur

Rauthe, M., Gerding, M., Lübken, F.-J., 2008: "Seasonal changes in gravity wave activity measured by Lidars at mid-latitudes", *Atmos. Chem. Phys.*, 8, 6775-6787

Gerding, M., Theuerkauf, A., Suminska, O., Lübken, F.-J., 2009: "Balloon-borne hot wire anemometer for stratospheric turbulence soundings", *ESA Special Publication No. 671*

Burchard, H., Craig, P.D., Gemrich, J.R., van Haren, H., Mathieu, P.-P., Meier, H.E.M., Nimmo Smith, W.A.M., Prandke, H., Rippeth, T.P., Skillingstad, E.D., Smyth, W.D., Welsh, D.J.S., Wijesekera, H.W., 2008: "Observational and numerical modeling methods for quantifying coastal ocean turbulence and mixing", *Progr. Oceanogr.*, 76, pp. 399-442

Ivey, G.N., Winters, K.B., Koseff, J.R., 2008: "Density Stratification, Turbulence, but How Much Mixing?", *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2008. 40:169-84

Menzel, P., Hüttmann, F., Leder, A., 2008: „PLIF/PIV- sowie Stereo-PIV-Untersuchung der Mischung in einer geschichteten Salzwasserströmung im Nachlauf eines Kreiszyinders“, *Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik - 16. Fachtagung der GALA e.V. 2008, Universität Karlsruhe*, pp. 16.1 – 16.8

Troy, C.D., Koseff, J.R., 2005: "The generation and quantitative visualization of breaking internal waves", *Exp. i. Fl.*, 38, pp. 549–562

Pedlosky, J., 2003: „Waves in the Ocean and Atmosphere“, Springer-Verlag

Kundu, P.K., Cohen, I.M., 2008: "Fluid Mechanics", 4<sup>th</sup> Ed., Elsevier Academic Press

Phillips, O.M., 1966: „Dynamics of the Upper Ocean“, Cambridge University Press, Cambridge