

Definition und Vergleich von Zuständen eines rotierenden Zylinderspalts unter Betrachtung skalenseparierter Strömungsstrukturen

Definition and comparison of regimes in a rotating annulus in terms of multiple scale fluid structures

Kiril Dimov Alexandrov, Uwe Harlander, Yongtai Wang und Christoph Egbers

Brandenburgische Technische Universität Cottbus, Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungslehre,
Lehrgebäude 3D, Raum 5, 03046 Cottbus oder Postfach 101344

E-Mail: Alexandrov@tu-cottbus.de, Tel.: 0049-355-694506

Schlagworte: Infrarot-Thermografie, PIV, EOF, barokline Wellen, Zylinderspalt
Key words: Infrared thermography, PIV, EOF, baroclinic waves, Annulus

Zusammenfassung:

Diese Arbeit befasst sich mit dem Verhalten eines starr rotierenden Zylinderspalts mit gekühlter Innen- und beheizter Außenwand bei dimensionslosen Kennzahlen, die noch nicht ausreichend erforscht sind. Eine Erweiterung der Regimemeinteilung und somit ein besseres Verständnis über das System wird diskutiert. Für die quantitative Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit wird PIV (Particle Image Velocimetry) verwendet. Das Langzeitsystemverhalten wird mittels Infrarot-Temperaturmessungen erfasst. Um die gemessenen Strömungsfelder zu klassifizieren und zu analysieren, werden die Daten in EOFs (Empirische Orthogonale Funktionen) zerlegt. Einige aus den daraus folgenden Funktionen können als propagierende Wellen identifiziert werden. Diese Wellen sind charakteristisch für verschiedene Systemzustände. Diese Zustände werden nach zeitlichen und räumlichen Skalen separiert, womit das Systemverhalten vollständiger erfasst wird als mit einer einfachen Visualisierung.

1. Einleitung:

Physikalisch transportieren barokline Wellen Wärme und Impuls, daher spielen sie eine wichtige Rolle in Ozeanen und in der Atmosphäre [vgl. Green (1970)]. In vielen meteorologischen und strömungsmechanischen Prozessen wirken Wellen mit Wirbeln auf unterschiedlichsten Skalen im Wechsel [vgl. Read et al. (1998)]. Eine der wichtigen Herausforderungen ist es, solche Ereignisse mit hoher Auflösung zu messen, um sie schließlich besser zu verstehen. Erste systematische Experimente am rotierenden, thermisch angetriebenen Zylinderspalt begannen mit Hide (1956). Fowles und Hide (1965) setzten diese Untersuchungen fort, indem sie mit verschiedenen Flüssigkeiten experimentierten. Die Übergänge im Wellenbereich wurden unter anderem von Larcher und Egbers (2005) charakterisiert. Später zeigten Harlander et al. (2009) mittels PIV-Messungen die Koexistenz von Wellen in Übergangsbereichen. Das chaotische Verhalten des Systems ist ein aktuelles Forschungsgebiet, das seit den 90er Jahren intensiv bearbeitet wird [vgl. z.B. Read et al. (1992)].

Die barokline Instabilität im rotierenden, thermisch angetriebenen Zylinderspalt ist ein Experiment, das eine skalenseparierte Systemdynamik aufweist. Aber erst der Einsatz neuer

hochaufgelöstes, berührungsfreies Messverfahren, wie z. B. die Infrarot-Thermografie, ermöglicht eine nicht nur qualitative, sondern vor allem quantitative Erfassung dieser Instabilität. Die Wechselwirkungen verschiedener Skalen können dabei kontrolliert unter Laborbedingungen beobachtet werden. Aus diesem Grund eignet sich das Experiment auch für anspruchsvolle Evaluierung numerischer Modelle. Deshalb ist das Experiment auch ein Referenzexperiment im DFG Schwerpunktprogramm 1276 (MetStröm): *Skalenübergreifende Modellierung in der Strömungsmechanik und Meteorologie*.

2. Das Experiment

Im Folgenden wird das Cottbuser Wellentankexperiment kurz vorgestellt (Abbildung 1). Es handelt sich um einen mit Wasser gefüllten, starr rotierenden Zylinderspalt, wobei die äußere Zylinderwand beheizt und die innere gekühlt wird. Der beheizte Bereich bildet dabei modellhaft die tropische, der gekühlte Innenzylinder die polare Region der Erde ab.

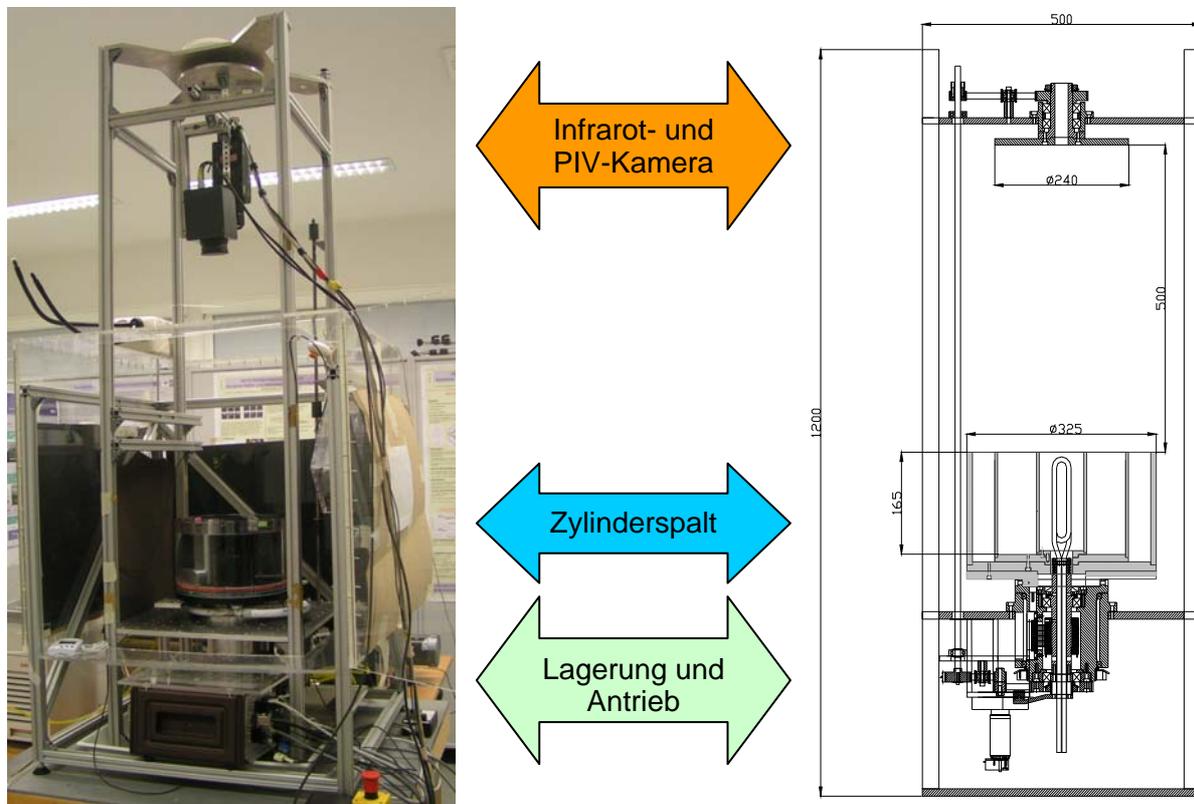


Abb. 1. Gesamtaufbau des Experimentes; links: Foto, rechts: Skizze

Der Temperaturgradient wird durch zwei unabhängig beheizbare Wasserkreisläufe aufgeprägt (Abbildung 2). Die Temperaturgenauigkeit des Gradienten beträgt $0,1^\circ$ [C]; die Rotationsabweichung ist kleiner als 0,01 Umdrehungen pro Minute.

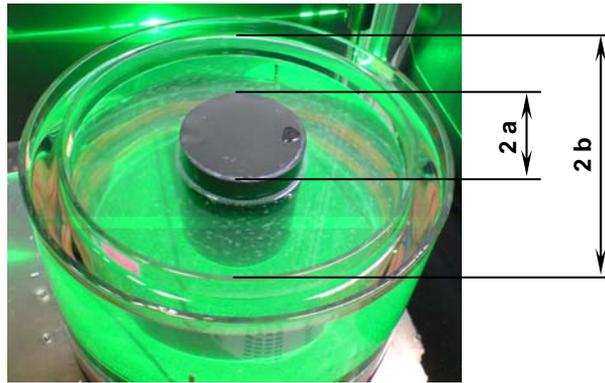


Abb. 2. Rotierender Zylinderspalt

Variiert man die Geometrie, die Rotationsgeschwindigkeit oder den Temperaturgradienten der Flüssigkeit, stellen sich verschiedene Regime ein: von direkter Konvektion über barokline Wellen bis hin zu Turbulenz. Einen Überblick über die Variationsmöglichkeiten ist in der Tabelle 1 zusammengefasst. Es werden zwei verschiedene Spaltweiten verwendet, um einen möglichst großen Parameterbereich abzudecken ($10^4 < Ta < 10^{11}$, $0,006 < Ro < 51$).

Parameter des Messvolumens		Spalt 1	Spalt 2
innerer Radius [mm]	a	70	45
äußerer Radius [mm]	b	120	120
max. Fluidhöhe [mm]	d	150	150
Spaltweite [mm]	H	50	75
Radienverhältnis	η	0,60	0,39
max. Aspektverhältnis	Γ	3,00	2,00
theoretisch mögliche Wellenzahlen	m(min)	3	2
	m(max)	9	5
Taylorzahl	Ta	$10^4 - 10^8$	$10^5 - 10^{11}$
therm. Rossbyzahl	Ro	0,01 - 51	0,006 - 21

Tab. 1. Experimentvariationsmöglichkeiten

Zur Verallgemeinerung von Versuchen werden die Taylorzahl (Ta) und thermischen Rossbyzahl (Ro) eingeführt. Die Fluideigenschaften werden durch die Prandtl-Zahl (Pr) charakterisiert.

$$Ta(\Omega) = \frac{4 \cdot \Omega^2 \cdot (b-a)^5}{\nu^2 \cdot d}; \quad Ro(\Delta T, \Omega) = \frac{g \cdot d \cdot \alpha \cdot \Delta T}{\Omega^2 \cdot (b-a)^2}; \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa} = 7$$

a → innerer Radius [m]

b → äußerer Radius [m]

d → Fluidhöhe [m]

ΔT → Temperaturgradient [°K]

Ω → Rotationsgeschwindigkeit [rad/s]

$\nu = 1,004 \cdot 10^{-6}$ [m²/s] → kinematische Viskosität

$\kappa = 0,1434 \cdot 10^{-6}$ [m²/s] → Wärmediffusion

$\alpha = 0,207 \cdot 10^{-3}$ [1/K] → Volumenausdehnungskoeffizient [1/°K]

Die Taylorzahl korrespondiert zu der Rotationsgeschwindigkeit und die thermische Rossbyzahl zum Temperaturgradient. Die Abbildung 3 zeigt, dass ein und dasselbe Strömungsregime eindeutig über den Temperaturgradienten und die Rotationsgeschwindigkeit definiert ist. In der Natur ist die Erdrotation konstant und der Gradient des

Temperaturfeldes ändert sich. Unter Laborbedingungen ist einer Variation der Rotationsgeschwindigkeit sinnvoller, weil die Winkelgeschwindigkeit genauer gemessen und gesteuert werden kann als die Temperatur.

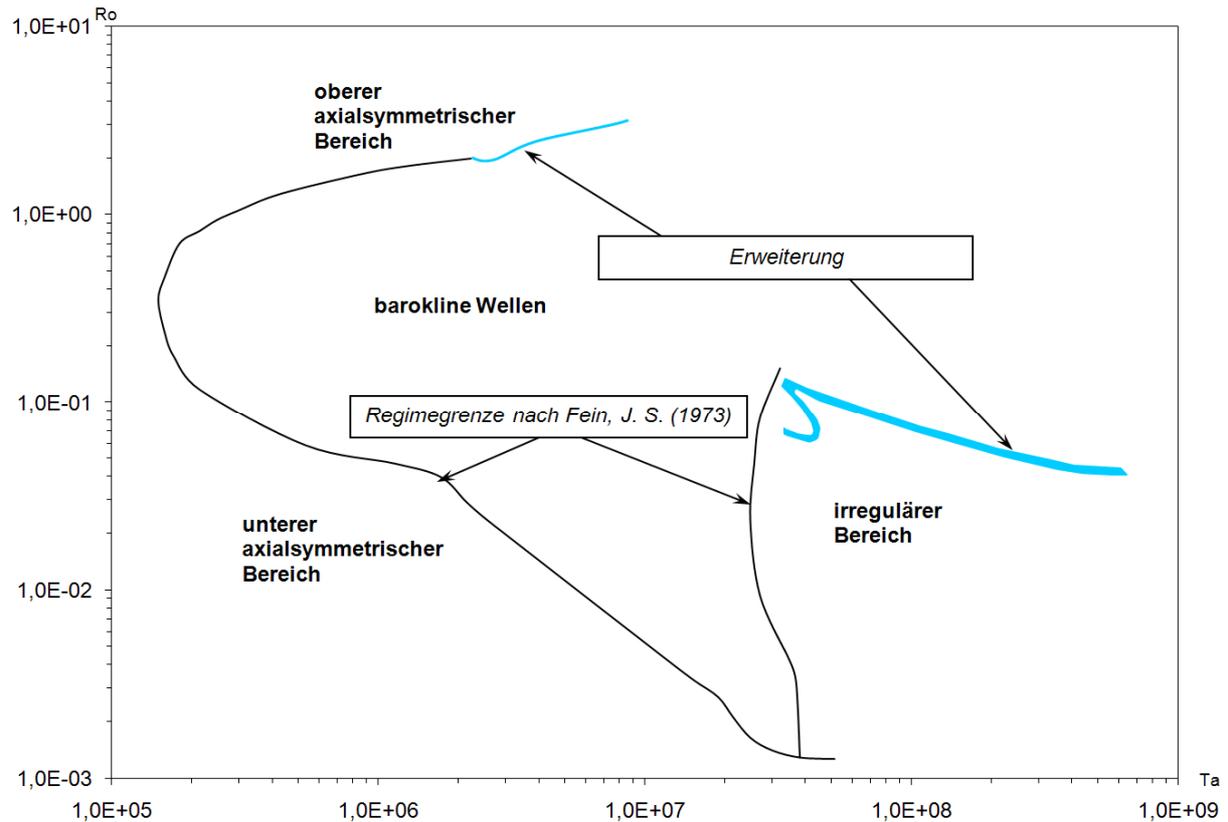


Abb. 3. Regimediagramm definiert als der Bereich, der von der Taylor- und Rossbyzahl aufgespannt wird. Jeder Punkt im Diagramm repräsentiert einen bestimmten Strömungszustand. Das Experiment in Cottbus wird mit freier Oberfläche und $Pr = 7$ durchgeführt.

3. Experimentelle Erweiterung des Regimediagramms

Zur quantitativen Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeiten wird PIV [vgl. Nitsche (2006)] als bewährtes, berührungsfreies Messverfahren verwendet. Die PIV-Kamera ist stationär und misst somit die Strömungsgeschwindigkeit mit der Rotationsgeschwindigkeit des Spaltes, wie in der Abbildung 4 links gezeigt.

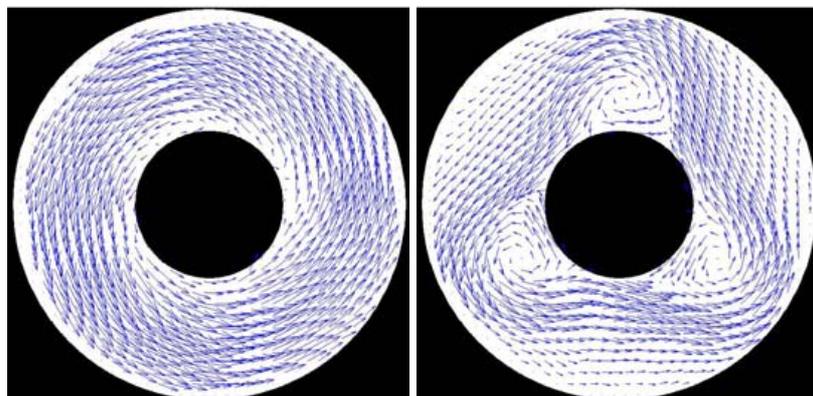


Abb. 4. Strömungsgeschwindigkeiten in stationären (links) und mitrotierendes (rechts) Systeme ($Ta = 1,71 \cdot 10^7$, $Ro = 1,51$, $Pr = 7$)

Interessiert man sich für die Strömungsgeschwindigkeit im mitrotierenden System, muss die Umfangskomponente von den gemessenen PIV-Geschwindigkeitsfeldern abgezogen werden [vgl. Harlander et al. (2009)]. Abbildung 4 zeigt, dass nur dann die charakteristischen Strömungsstrukturen sichtbar werden. Für die in Abbildung 4 verwendete Taylor- und Rossbyzahl erkennt man eine Welle mit azimuthaler Wellenzahl 3.

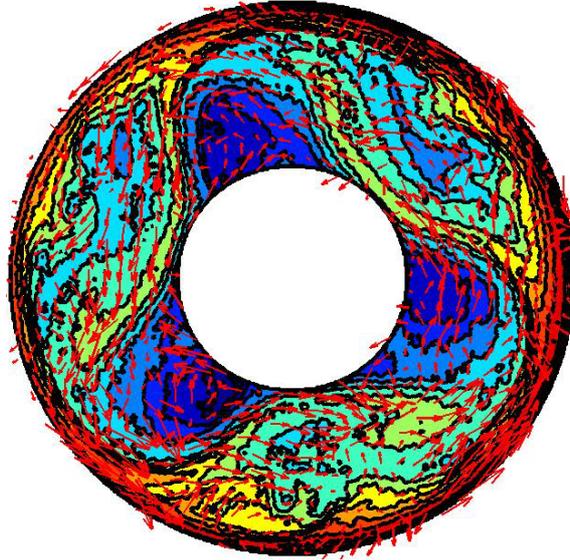


Abb. 5. Simultane Temperatur- und Geschwindigkeitsmessung
($Ta = 1,59 \cdot 10^7$, $Ro = 0,60$, $Pr = 7$)

Die Temperaturverteilung auf der freien Wasseroberfläche im Zylinderspalt wird mittels der Pyrometrie (Infrarot-Thermografie) [vgl. Schuster und Kolobrodov (2004)] bestimmt. Man erfasst berührungslos an 307200 Orten pro Thermogramm (Temperaturaufnahme) das mit der Strömung verknüpfte Temperaturfeld mit hoher Auflösung. Mittels einer externen Synchronisierung der beiden Systeme ist es uns gelungen, auch simultan mit den beiden Messverfahren zu arbeiten (siehe Abbildung 5).

Die gemessenen Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilungen bestätigen zunächst die Stabilitätslinien von Fein (1973). Der Versuchsaufbau lässt noch höhere Taylorzahlen und thermische Rossbyzahlen zu, weshalb kann man das Stabilitätsdiagramm von Fein wie in der Abbildung 3 gezeigt erweitern. Zunächst entspricht der Übergang vom axial-symmetrischen Bereich in etwa einer einfachen Verlängerung der Stabilitätslinie von Fein. Sehr interessant ist der Übergang in die irreguläre Strömung, da dieser Strömungsbereich noch nicht ausreichend erforscht ist [vgl. Young und Read (2007)]. Hier stellt man entgegen der Erwartung fest, dass sich der irreguläre Bereich mit zunehmender Taylorzahl verkleinert. Um diesen Übergang genauer zu bestimmen sollten weitere Experimente durchgeführt werden. Die breitere Linie in der Abbildung 3 veranschaulicht, dass der Übergang in das irreguläre Regime nicht schlagartig, sondern graduell stattfindet. Die Erweiterung des Regimediagramms ermöglicht ein besseres Verständnis des Systems im Bereich $10^4 < Ta < 10^{11}$ bei $0,006 < Ro < 0,51$.

4. Definition und Vergleich von Systemzuständen

Um die Messdaten in große und kleine Skalen zu separieren und zu klassifizieren, werden sie mittels der Hauptkomponentenanalyse in EOFs (Empirische Orthogonale Funktionen)

zerlegt. Das Verfahren ist auch unter dem Namen PCA (Principal Component Analysis) bekannt und zählt zu den Verfahren der multivariaten Statistik. Jolliffe (2002), Preisendorfer (1988) und Krzanowski (2007) beschreiben die Methode als PCA, Storch und Zwiers (2002) oder Wilks (1995) sprechen dagegen von EOF. Im Wesentlichen handelt es sich dabei um die Projektion eines Datensatzes $F(x,y,t)$ auf eine orthogonale Basis [vgl. Björnsson und Venegas (2006)]

$$F(x,y,t) = \sum_{i=1}^N PC_i(t) EOF_i(x,y).$$

Dadurch lässt sich eine zeit- und ortsabhängige Messung als eine Superposition von Ortsfunktionen (den EOFs) und zeitabhängige Gewichtungskoeffizienten (den PCs) repräsentieren.

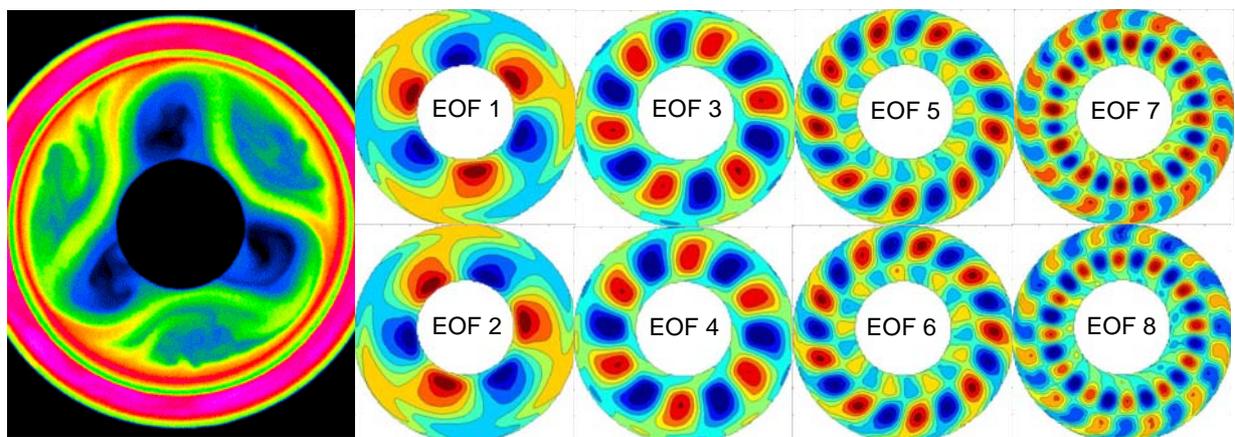


Abb. 6. Temperaturfeld (links) und dessen orthogonale Zerlegung (rechts)
 $(Ta = 4,85 \cdot 10^7, Ro = 0,56, Pr = 7)$

Als anschauliches Beispiel ist in Abb. 6 links die Temperaturverteilung an der Oberfläche des Zylinderspalts dargestellt, rechts sind die gemessenen Temperaturfelder in groß- und kleinskalige Strukturen in Form von EOFs zerlegt. Jede gezeigte EOF erklärt einen bestimmten Anteil an der Gesamtvarianz. Sortiert man die EOFs nach Varianzanteilen, so dass EOF 1 die größte, die EOF 2 die zweitgrößte und so weiter hat, kann man Systemzustände definieren. In obigem Beispiel repräsentieren EOF 1 und EOF 2 den Zustand einer Welle mit Wellenzahl $m = 4$, EOF 3 und EOF 5 eine Welle mit Wellenzahl $m = 8$.

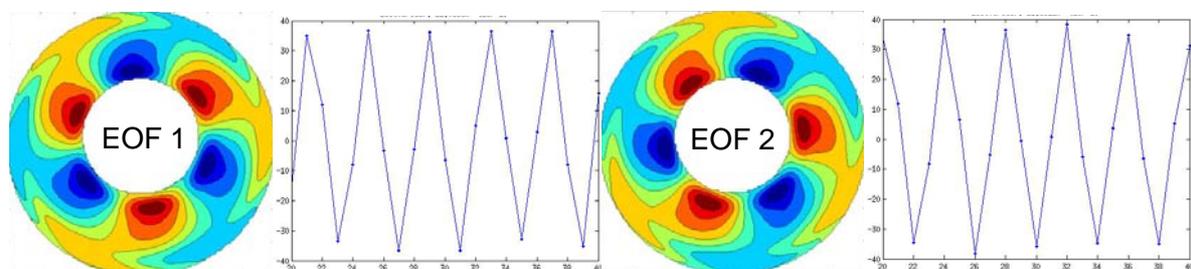


Abb. 7. Zustand $m = 3$, EOFs und deren zeitliches Verhalten (PCs)
 $(Ta = 4,85 \cdot 10^7, Ro = 0,56, Pr = 7)$

Interessant ist auch das zeitliche Verhalten von EOF 1 und EOF 2. Der zeitliche Abstand zwischen den einzelnen Aufnahmen ist niedrig (siehe Abb. 7), dennoch erkennt man, dass

die PCs in dem gezeigten Beispiel trigonometrische Funktionen darstellen. Deren Phasenverschiebung beträgt neunzig Grad. Die EOFs sind ebenfalls zwei 90° versetzte räumliche Muster. Dementsprechend ist die Kombination PC1 EOF1 + PC2 EOF2 eine im Gegenuhrzeigersinn propagierende Welle.

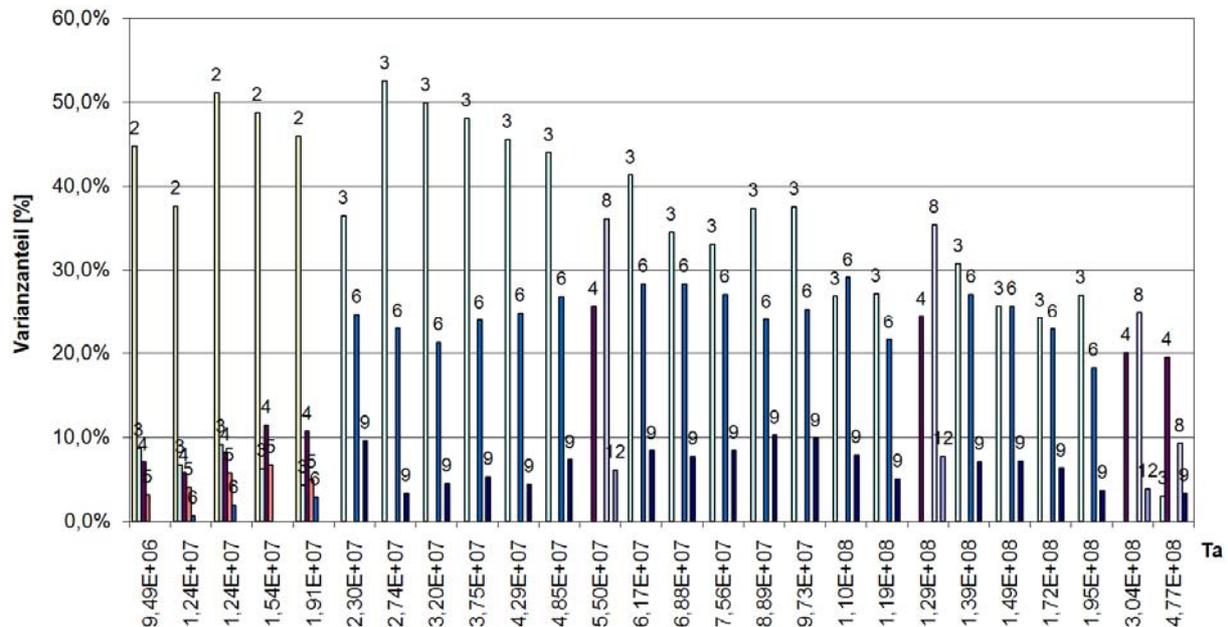


Abb. 8. Systemvarianzanalyse bei $dT = 8^\circ [C]$

Eine komplizierte Systemdynamik erfolgt für einen weiten Zylinderspalt bei höheren Temperaturgradienten (siehe Abb. 8). Bei diesen Strömungen hat man einerseits einen starken Antrieb der Strömung durch die großen Temperaturunterschiede, andererseits längere Strömungswege durch den breiteren Spalt. Dabei beobachtet man barokline Wellen, deren Struktur zeitlich sehr instabil sind. Die obere Abbildung entspricht einem konstanten Temperaturgradienten ($dT = 8^\circ C$) und einer zunehmenden Rotationsgeschwindigkeit von 3,5 (links) bis 25 (rechts) Umdrehungen pro Minute. Auf der Abszisse sind die korrespondierenden Taylorzahlen (Ta) und auf der Ordinate der Varianzanteil der Haupt-EOFs in Prozent dargestellt. Die Zahlen über den Balken entsprechen also den Wellenzahlen, die mittels EOF-Zerlegung als Systemzustände gefunden worden sind. Bei niedrigen Rotationsgeschwindigkeiten sind die Hauptwellenmoden (die man auch visuell im Experiment sieht) stark, da sie einen großen Anteil der Systemvarianz beschreiben und die Strömung sehr stabil ist. Mit zunehmender Rotationsgeschwindigkeit wachsen harmonische Wellen auf Kosten der Hauptwellen. Dies zeigt ein Anwachsen der irregulären Wellenstrukturen. Die Irregularität kann dabei entweder durch eine lineare Superposition von dispersiven Wellenmoden kommen oder durch nichtlineare Wechselwirkungen.

Ausblick:

Im Hinblick auf die Systemvarianzanalyse (Abbildung 8), wollen wir eine Zerlegung nach Systemzuständen einerseits als Strategie zur Validierung numerischer Simulationen oder Felddaten ausbauen. Andererseits zeigte bereits Lorenz (1963), dass die zeitliche Änderung barokliner Wellen (engl. vacillation) durch eine Wechselwirkung von radialen Moden erfolgen kann. Wir wollen diese Theorie mittels EOF-Zerlegungen experimenteller Daten prüfen. Denkbar wäre, dass die zeitlichen Oszillationen nach verschiedenen Szenarien ablaufen, je nach dem, wo man sich im Regimediagramm befindet.

Danksagung:

Die Autoren danken Philipp Stuckart und Yuepeng Ji für ihre Hilfe bei den Messungen. Der Experimentaufbau ist seit 2007 als Referenzexperiment Bestandteil des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderten Schwerpunktprogramms (SPP) 1276 MetStröm (siehe <http://metstroem.mi.fu-berlin.de>). Die innerhalb des SPP fortdauernden experimentellen Untersuchungen werden durch eine Projektförderung der DFG unterstützt.

Literatur:

Alexander, N. G., Kegl, B., Wunsch, D. C., Zinovyev, A. (2007): *Principal Manifolds for Data Visualization and Dimension Reduction*. ISBN 9783540737490. Springer Berlin, Heidelberg, New York.

Björnsson, H., Venegas, S. A. (2006): *A Manual for EOF and SVD analyse of Climatic Data*. Department of Atmospheric and Oceanic Sciences and Centre for Climate and Global Change Research. McGill University.

Fein, J. S. (1973): An Experimental Study of the Effects of the Upper Boundary Condition on the Thermal Convection in a Rotating, Differentially Heated Cylindrical Annulus of Water. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, 5:1, S. 213 – 248.

Fowles, W. W., Hide, R. (1965): Thermal Convection in a Rotating Annulus of Liquid: Effect of Viscosity on the Transition Between Axisymmetric and Non-Axisymmetric Flow Regimes. In: *J. Atmos. Sciences* 22. S. 213 – 243.

Green, J.S.A. (1970): Transfer properties of the large-scale eddies and the general circulation of the atmosphere. *Quart. J. R. Met. Soc.*, 96, 157-185.

Harlander, U., von Larcher, T., Wang, Y., Egbers, C. (2009): PIV- and LDV-measurements of baroclinic wave interactions in a thermally driven rotating annulus. *Experiments in Fluids*, doi:10.1007/s00348-009-0792-5.

Hide, R. (1956): An experimental study of thermal convection in a rotating liquid. *Phil Trans Roy Soc A250*: S. 441 – 478.

Jolliffe, I. T. (2002): *Principal Component Analysis*. Springer Series in Statistics. Springer, New York, 2nd edition.

Krzanowski, W. J. (2007): *Principles of Multivariate Analysis*. Oxford Statistical Science Series (23). Oxford University Press.

Larcher, T., Egbers, C. (2005): Experiments on transitions of baroclinic waves in a differentially heated rotating annulus. *Nonlinear Processes in Geophysics* (12). S. 1033 – 1041.

Lorenz, E. N. (1963): The Mechanics of Vacillation. *Journal of the atmospheric Sciences*. Volume 20. S. 448 – 464.

Nitsche, W. (2006): *Strömungsmesstechnik*. Zweite, aktualisierte und bearbeitete Auflage. ISBN–10 3-540-20990-5. Berlin, Heidelberg, New York, S.68 – 75, Springer-Verlag.

Preisendorfer, R. W. (1988): *Principal Component Analysis in Meteorology and Oceanography*. Development in Atmospheric Sciences 17. Elsevier.

Read, P. L., Collins, M., Früh, W.-G., Lewis, S.R., Lovegrove, A.F. (1998): Wave interactions and baroclinic chaos: A paradigm for long timescale variability in planetary atmospheres. *Chaos, Solitons & Fractals*, 9, No. 1 – 2, S. 231 – 249.

Read, P. L., Bell, M. J., Jonsan, W. D., Small, R. M. (1992): Quasi-periodic and chaotic flow regimes in a thermally driven, rotating fluid annulus. *Journal Fluid Mech.* 238: S. 599 – 632.

Read, P. L., Haine, T. N. P. J., Risch S. H. (2000): An evaluation of Eulerian and semi-Lagrangian advection schemes in simulations of rotating, stratified flows in the laboratory. Part I: axisymmetric flow. *Mon Weather Rev.* 128. S. 2835 – 2852.

Schuster, N., Kolobrodov, V. (2004): *Infrarotthermographie*. ISBN 3527405097, WILEY-VCH Verlag Berlin.

Von Storch, H., Zwiers, F. W. (2002): *Statistical Analysis in Climate Research*. ISBN: 0521450713. Cambridge University Press..

Wilks, D. S. (1995): *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*, Volume 59 of International Geophysics series.

Young, R., Read, P. L. (2007): Intrinsic predictability measures of baroclinic chaos and quasi-periodic flow in the rotating annulus, EGU General Assembly.