

## **Untersuchungen von Welleninteraktionen in einer thermisch getriebenen, rotierenden Zylinderspaltströmung mittels LDA und Thermographie**

### **LDV and Thermographic measurements of baroclinic wave interactions in a thermally driven rotating annulus**

**Thomas von Larcher<sup>+</sup>, Uwe Harlander\* und Christoph Egbers\***

<sup>+</sup>Freie Universität Berlin, Institut für Mathematik

\*Brandenburgische Technische Universität Cottbus, Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungslehre

strömungsmechanische Instabilitäten, thermisch getriebene Strömung, barokline Wellen  
thermally driven flows, rotating annulus, baroclinic instability

## **1 Zusammenfassung**

Wir präsentieren Ergebnisse experimenteller Untersuchungen zu strömungsmechanischen Instabilitäten in einer rotierenden, thermisch getriebenen Zylinderspaltströmung.

Der Experimentaufbau hat einen Durchmesser von etwa 300mm und rotiert um seine vertikale Symmetrieachse. Bei einer fest vorgegebenen Spaltweite und Fluidhöhe sind die veränderlichen Parameter die Rotationsrate und die Temperaturdifferenz zwischen Innen- und Außenwand des Zylinderspalts. In Abhängigkeit dieser beiden Parameter können verschiedene Strömungsregime (axialsymmetrische Grundströmung, reguläre Wellenmuster, quasi-chaotische Strömung) beobachtet werden.

Die aus Borosilikatglas hergestellten Seitenwände ermöglichen den Einsatz von Laser-Lichtschnittverfahren zur quantitativen Geschwindigkeitsmessung in den verschiedenen Strömungszuständen und die freie Oberfläche bietet die Möglichkeit der Messung der Oberflächentemperaturverteilung. Die Analyse der Geschwindigkeits- und Temperaturzeitserien erfolgt mit multivariaten Auswertemethoden, deren Ergebnisse hier exemplarisch vorgestellt werden sollen.

Dieses Experiment ist seit 2007 eines von drei ausgewählten Referenzexperimenten im DFG Schwerpunktprogramm 1276 MetStröm (Skalenübergreifende Modellierung in der Strömungsmechanik und Meteorologie). Für den Teilbereich 'Großskalige Dynamik / Modellierung' werden Referenzdatensätze produziert, insbesondere Geschwindigkeits- (PIV, LDA) und Temperaturzeitreihen (Thermographieverfahren), auf deren Grundlage neu entwickelte numerische Berechnungsprogramme, so genannte Strömungslöser, validiert werden sollen. Zurzeit werden die Referenzdaten von vier verschiedenen numerischen Arbeitsgruppen verwendet.

## **2 Einleitung**

Das Modell der thermisch getriebenen, rotierenden Zylinderspaltströmung ist seit mehr als 4 Dekaden Gegenstand intensiver experimenteller, wie auch numerischer und theoretischer Un-

tersuchungen. Beginnend mit -aus heutiger Sicht- relativ einfachen visuellen Untersuchungen der Oberflächenströmung (siehe Hide 1958), ermöglichen moderne Messtechniken heutzutage die Anwendung hochauflösender quantitativer Messverfahren.

An dem hier vorgestellten Experiment werden insbesondere hochwertige Messungen der Störungsgeschwindigkeit als auch hochauflösende Messungen des Temperaturfeldes durchgeführt. In unseren Untersuchungen stellen wir Ergebnisse aus zwei verschiedenen Messkampagnen vor. Zum einen wird die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) für die Aufnahme von Zeitserien einer ausgezeichneten Geschwindigkeitskomponente verwendet, zum anderen kommt eine hochauflösende Thermographiekamera für die Messung des Oberflächen-Temperaturfeldes zum Einsatz. Damit ist sowohl eine Analyse der Dynamik der Oberflächenströmung (Temperaturmessung) als auch der Strömung unterhalb der Oberfläche (LDA) möglich.

Harlander et al 2009 haben Geschwindigkeitsdatensätze (PIV, LDA) aus diesem Experiment verwendet und mit multivariaten, statistischen Auswertemethoden analysiert. Das Ziel der Untersuchungen war, ein besseres Verständnis über die Variabilität der Strömung insbesondere im Übergangsbereich zwischen regulären Wellenmustern mit unterschiedlicher zonaler Wellenzahl und im Übergangsbereich zum quasi-chaotischen Regimebereich zu erhalten.

Aufbauend auf ihren Untersuchungen werden diese Methoden auf LDA- und Temperaturzeitreihen angewendet, die -zeitlich versetzt- an den gleichen Parameterpunkten aufgenommen werden. Dabei konzentriert sich die Darstellung auf zwei ausgewählte Parameterpunkte, die aus Ergebnissen früherer Untersuchungen (siehe von Larcher und Egbers 2005) aufgrund der dort beobachteten Strömungszustände als geeignet für die Anwendung solcher Auswertemethoden betrachtet werden. Ein Parameterpunkt liegt dabei im Bereich regulärer Wellenstrukturen, der zweite im quasi-chaotischen Strömungsbereich.

Durch eine geschickte Reduktion der Temperaturdatensätze können aus den flächenhaften Temperaturmessungen quasi-punktuell gemessene Zeitreihen extrahiert werden, deren interne Struktur dann mit den LDA-Daten vergleichbar ist. Die Auswertung beider Datensätze mit den gleichen Analysemethoden erlaubt u.a. die Verifizierung der Ergebnisse aus den LDA-Daten. Im folgenden Abschnitt wird der Experimentaufbau und die eingesetzte Messtechnik kurz vorgestellt und ebenso das Datenprocessing und die verwendete Auswertemethode beschrieben. Anschließend werden die Ergebnisse präsentiert. Der Beitrag endet mit einer zusammenfassenden Diskussion und einem Ausblick auf zukünftige Arbeiten.

## **3 Experimentaufbau und Messtechnik**

### **3.1 Experimentaufbau**

Der Experimentaufbau (Abb. 1), detailliert beschrieben in von Larcher 2007, besteht aus einem rotierenden Tank mit drei konzentrischen Zylindern unterschiedlicher Größe und einer mittleren Wandstärke von jeweils 5mm. Der aus eloxiertem Aluminium gefertigte innere Zylinder bildet gemeinsam mit den aus Borosilikatglas gefertigten zwei äußeren Zylindern ein starr rotierendes System, in dem der mittlere Zylinderspalt als Versuchskammer dient und die innere und äußere Kammer als Kühl- bzw. Heizelement für die Seitenwände. Die Flüssigkeit im inneren und äußeren Zylinder wird dazu über einen Thermostaten gekühlt bzw. mit Hilfe einer am Boden befestigten Wärmeschlange geheizt. Dadurch bildet sich im Fluid der Versuchskammer

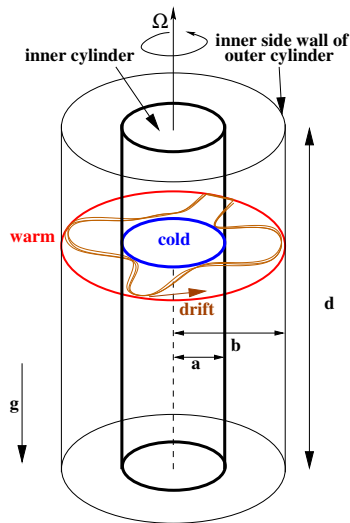


Abbildung 1: Skizze des Versuchsaufbaus mit einer Wellenstruktur  $m=4$ .

Tabelle 1: Parameter des Versuchsaufbaus

geometrische Maße des Zylinderspalts		
innerer Radius	$a$ [mm]	45
äußerer Radius	$b$ [mm]	120
Fluidhöhe	$d$ [mm]	135
Spaltweite	$b - a$ [mm]	75
Radienverhältnis	$\eta = a/b$	0,38
Aspektverhältnis	$\Gamma = d/(b-a)$	1,8
physikalische Eigenschaften des Fluids		
Dichte	$\rho$ [kg m <sup>-3</sup> ]	998,21
kin. Viskosität	$\nu$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	1,004E-06
Temp.leitfähigkeit	$\kappa$ [m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> ]	0,1434E-06
Vol.ausdehnungskoeff.	$\alpha$ [K <sup>-1</sup> ]	0,207E-03

ein lateraler Temperaturgradient aus. In unserer Versuchsanordnung hat die Experimentkammer einen flachen Boden und eine freie Oberfläche. Als Versuchsfüssigkeit wird de-ionisiertes Wasser verwendet.

Die dynamischen, frei wählbaren Parameter sind zum einen die Rotationsrate,  $\Omega$ , zum anderen die Temperaturdifferenz zwischen innerer und äußerer Berandung der Versuchskammer,  $\Delta T$ . Beide Parameter werden durch die dimensionslose Taylor-Zahl,  $Ta$ , sowie die thermische Rossby-Zahl,  $Ro$ , beschrieben. Die physikalischen Eigenschaften der Experimentflüssigkeit werden über die Prandtl-Zahl,  $Pr$ , zum Ausdruck gebracht. Taylor-, thermische Rossby- und Prandtl-Zahl sind dabei wie folgt definiert:

$$Ta = \frac{4 \cdot \Omega^2 \cdot (b - a)^5}{\nu^2 \cdot d} \quad Ro = \frac{g \cdot d \cdot \alpha \Delta T}{\Omega^2 \cdot (b - a)^2} \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa},$$

wobei  $(b-a)$  die Spaltweite,  $\nu$  die kinematische Viskosität,  $d$  die Fluidhöhe,  $\alpha$  der Volumenausdehnungskoeffizient,  $g$  der Betrag der Gravitationsbeschleunigung und  $\kappa$  die Temperaturleitfähigkeit ist. Tabelle 1 zeigt eine Übersicht der geometrischen Maße des Experimentaufbaus sowie der physikalischen Eigenschaften der Versuchsfüssigkeit.

## 3.2 Messtechnik und Datenaufbereitung

### 3.2.1 Geschwindigkeitsmessungen mit der Laser-Doppler-Anemometrie (LDA)

Für die Messung der radialen Komponente des Geschwindigkeitsfeldes steht eine 1D-LDA Apparatur mit einem Burst Spectrum Analyzer (BSA) der Firma Dantec als Auswerteeinheit zur Verfügung. Für die Messungen wird ein He-Ne Laser mit einer Leistung von 10mW verwendet. Die Messungen erfolgen im Rückstreumodus.

Ebenso wie das Thermographiesystem rotiert auch das LDA-Gerät nicht mit sondern ist feststehend über dem Experiment aufgebaut. Das Messvolumen liegt etwa 2mm unterhalb der Oberfläche in der Mitte des Zylinderspalts, bei  $r=82,5\text{mm}$ ,  $r$  als radiale Komponente. Die radiale Geschwindigkeitskomponente, die im nicht-rotierenden System mit der im rotierenden System übereinstimmt, wird kontinuierlich aufgenommen. Um einen hohen Informationsgehalt über die Variabilität der Strömung zu erhalten beträgt die Messzeit etwa 1 Stunde, die mittlere Signalfrequenz während der Messungen etwa 200Hz.

Für die Datenauswertung werden die gemessenen Geschwindigkeitszeitserien einer Vorverarbeitung unterzogen. Dazu werden in Umfangsrichtung 20 Positionen mit einem äquidistanten Abstand von  $18^\circ$  definiert, an denen aus der kontinuierlichen Messreihe jeweils ortsfeste Zeitreihen extrahiert werden. Somit ergibt sich in azimutaler Richtung eine räumliche Auflösung von  $18^\circ$ . Die zeitliche Auflösung, d.h. die Abtastrate, in jeder ortsfesten Zeitreihe ist gleich der Rotationsperiode des Experiments  $\tau$ , so dass die Abtastfrequenz gleich  $1/\tau$  ist. Der Zeitversatz zwischen zwei Messpunkten benachbarter Zeitreihen ist jeweils gleich  $\tau/20$ . Für die Homogenisierung der Datensätze in Zeit und Raum wird ein lineares Interpolationsverfahren auf jede Zeitreihe angewandt. Der homogenisierte Datensatz hat dann eine räumliche Auflösung von  $\Delta\Phi = 18^\circ$  und eine zeitliche Auflösung innerhalb jeder Zeitreihe von  $\Delta T = \tau/20$ . Der so aufbereitete Datensatz wird mit der Methode der so genannten Multi-channel Singular Spectrum Analysis (M-SSA) analysiert, die Abschnitt 3.3 erläutert wird.

### 3.2.2 Messungen der Oberflächentemperatur mit einem Thermographiesystem

Die freie Oberfläche des Zylinderspalts erlaubt auf einfache Weise das Messen der Oberflächentemperatur mit einem geeigneten Thermographiesystem. Die feststehende Infrarotkamera wird zu diesem Zweck zentriert über der Versuchskammer aufgebaut (vgl. Abb. 2, links).

Die Messungen werden mit einer hochauflösenden Kamera vom Typ InfraTec VarioCAM der Firma InfraTec durchgeführt, die über einen separaten PC gesteuert wird. Diese Kamera arbeitet in einem Spektralbereich von  $(7,5...14)\mu\text{m}$ . Die Messgenauigkeit beträgt  $\pm 1,5\text{K}$  im Temperaturbereich  $(0...100)^\circ\text{C}$ . Die Temperaturauflösung bei  $30^\circ\text{C}$  ist besser als  $0,08\text{K}$ . Das Bildformat beträgt  $(640 \times 480)\text{px}$ . Das Aufnahmeintervall ist gleich der Rotationsperiode des Zylindertanks  $\tau$ , d.h. es erfolgt eine Messung pro Umdrehung. Ein entsprechender Lichtschrankenmechanismus stellt sicher, dass die Aufnahmen jeweils an der gleichen Position erfolgen. Die Anzahl an Aufnahmen beträgt in der Regel 2400 Bilder pro Zeitserie. In Abhängigkeit der Rotationsrate beträgt die Messdauer zwischen 16 Stunden (bei  $\Omega=2,82\text{ UPM}$ ) und 3 Stunden (bei  $\Omega=22,14\text{ UPM}$ ).

Die Möglichkeit einer Mitrotation der Kamera ist aus technischen Gründen nicht gegeben. Dadurch kann das Auftreten von Störungen, wie z.B. Schmiereffekten, insbesondere bei relativ hohen Rotationsraten nicht ausgeschlossen werden. In der Praxis werden derartige Effekte aber im zentralen Aufnahmebereich, in dem auch die Versuchskammer liegt, nicht beobachtet. Wie beschrieben ist ein Ziel der hier vorgestellten Untersuchungen, die ursprünglich verschiedenen Datensätze von Thermographie und LDA mit der gleichen Auswertemethode zu analysieren und die Ergebnisse somit direkt vergleichen zu können. Die flächenhafte Temperaturmessung enthält dabei sehr viel mehr Informationen über die untersuchte Strömungsstruktur als die punktuell gemessenen 1D-LDA Datensätze.

Die Temperaturdaten werden nun derart aufbereitet, dass sie mit den LDA Datensätzen ver-

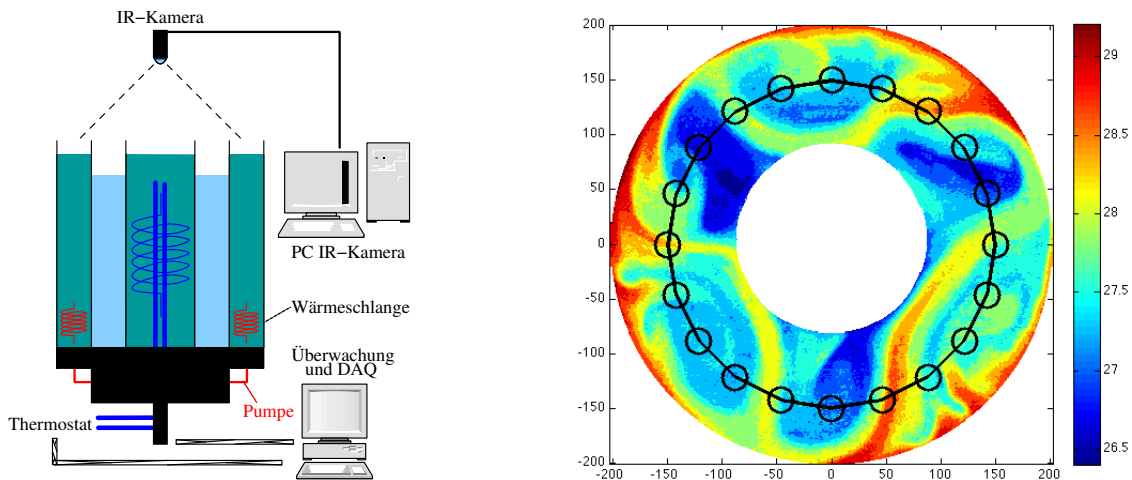


Abbildung 2: Skizze des Experimentaufbaus mit dem feststehenden Thermographiesystem (links) und Beispiel eines Temperaturmessbildes (rechts), Temperaturangaben in °C. Der schwarze Kreis symbolisiert die 20 äquidistanten Positionen, an denen aus LDA und Thermographie ortsfeste Zeitreihen extrahiert werden.

gleichbar werden. Dazu werden, ähnlich der Vorverarbeitung der LDA-Daten, aus einem Original-Datensatz jeweils Zeitreihen der Temperaturdaten an 20 -in azimuthaler Richtung äquidistanten-Positionen extrahiert (vgl. Abb. 2, rechts), die jeweils wieder einen räumlichen Abstand von  $18^\circ$  haben. Im Gegensatz zur Aufbereitung der LDA-Daten gibt es bei den Temperaturdaten zwischen zwei Messpunkten benachbarter Zeitreihen keinen Zeitversatz, da die Daten an den 20 definierten Positionen in jedem Messbild zur gleichen Zeit aufgenommen werden. Dadurch ist eine weitere Homogenisierung wie im Fall der LDA Daten hier nicht notwendig und die Struktur des reduzierten Temperaturdatensatzes ist bereits gleich der Struktur der homogenisierten LDA Daten; die Auflösung in der Zeit ist in beiden Datensätzen -bedingt durch die lineare Interpolation des LDA Datensatzes- allerdings verschieden.

Die Reduktion des Temperaturdatensatzes ist mit einem relativ hohen Informationsverlust in den Zeitreihen verbunden. Die Anwendung der M-SSA Methode auf die reduzierten Temperatur-Datensätze ermöglicht es aber wie bereits betont, die Ergebnisse beider Messmethoden zu vergleichen und zu verifizieren. Die Aussagekraft der Ergebnisse aus den 1D-LDA Messungen wird damit noch gesteigert.

### 3.3 Datenauswertung mit der Multi-channel Singular Spectrum Analysis (M-SSA)

Insbesondere in den Geowissenschaften ist die M-SSA eine weit verbreitete Methode, um die Variabilität von Feldgrößen in Datensätzen zu analysieren (siehe Lorenz 1956; von Storch and Zwiers 1999). Die einfachste Form dieser Methode ist deren Anwendung auf eine Zeitreihe einer skalaren Größe (SSA). Ebenso kann die Methode um die gleichzeitige Analyse mehrdimensionaler Felder erweitert werden (M-SSA).

Allgemein ist die M-SSA vor allem dafür geeignet, räumliche, oszillierende Strukturen in ei-

nem mehrdimensionalen Datensatz aufzudecken, die zeitliche Variabilität dieser Strukturen zu analysieren und ebenso eine Aussage über die Dominanz der gefundenen Strukturen zu treffen. Vereinfacht dargestellt, splittet die M-SSA einen Datensatz in verschiedene Moden unterschiedlicher Variabilität auf. Es ist dabei wichtig zu betonen, dass diese Auswertemethode nicht entscheiden kann, ob eine gefundene Mode von physikalischer Relevanz für die untersuchte Strömungsstruktur ist. Sie ermöglicht aber einen Eindruck darüber, welche Strukturen für das untersuchte System von Relevanz sein könnten.

Die M-SSA eignet sich auch insbesondere für die Analyse von rauschbehafteten Zeitreihen und multivariaten Datensätzen (Dettinger et al, 1995). Dabei können die Zeitreihen sowohl die Messung einer Variablen an verschiedenen Positionen -wie hier gegeben- oder auch Messungen verschiedener Observablen beinhalten.

In unseren Experimenten wird diese Methode deswegen vor allem für die Analyse von Datensätzen verwendet, die im Übergangsbereich von regulären Wellenmoden hin zum Bereich der quasi-chaotischen Strömung aufgenommen werden und in denen die großskaligen, oszillierenden Moden durch plötzlich auftretende, kurzzeitige Störungen beeinflusst werden (siehe z.B. Hide et al 1977). Dieses Regime tritt bei der hier gewählten Spaltweite und Fluidhöhe bei Taylor-Zahlen größer  $10^8$  und thermischen Rossby-Zahlen kleiner als 0,5 auf. In von Larcher und Egbers 2005 ist eine ausführliche Darstellung des Stabilitätsdiagramms für die hier gewählte Spaltweite sowie für eine kleinere Spaltweite gegeben.

Als M-SSA Auswerteprogramm steht das so genannte SSA-MTM Toolkit zur Verfügung (Dettinger et al, 1995). Ohne hier auf Details näher eingehen zu können, wird das prinzipielle Verfahren im Folgenden kurz dargestellt. In einem ersten Schritt wird aus dem zu analysierenden Datensatz die Kovarianzmatrix bestimmt und deren Eigenvektoren, die so genannten Empirical Orthogonal Functions (EOFs) sowie die zugehörigen zeitabhängigen Koeffizienten, die so genannten Principal Components (PC), berechnet. Eine oszillierende Mode ist dabei durch ein Paar nahezu gleich großer Eigenvektoren gekennzeichnet, wobei die entsprechenden PCs um  $\pi/2$  phasenverschoben sind (siehe Ghil et al 2002). Die Eigenvektoren bestimmen dabei die räumliche Varianz und die PCs die zeitliche Entwicklung der zugehörigen Mode. Die Linearkombination der entsprechenden PCs und EOFs erlaubt die Rekonstruktion der gefundenen Moden. Eine detaillierte Beschreibung der M-SSA wird z.B. bei Dettinger et al 1995 und Elsner and Tsonis 1996 gegeben.

## 4 Ergebnisse

### 4.1 Messungen im Bereich regulärer Wellen

Der im Strömungsregime regulärer Wellen ausgewählte LDA Parameterpunkt liegt bei  $Ta = 1,67E07$ ,  $Ro=1,36$  ( $\Omega = 0,49\text{rad/s}$ ,  $\Delta T = 6,7\text{K}$ ). Die Reproduzierbarkeit der Parameterpunkte ist in dem Experiment sehr gut gegeben, so dass die Messkampagne der Oberflächentemperatur nahezu an dem gleichen Parameterpunkt ( $Ta=1,69E07$ ,  $Ro=1,36$ ) durchgeführt wird.

Untersuchungen von Harlander et al 2009, die mit PIV-Messungen nahe des hier gewählten Parameterpunktes bei  $Ta=1,74E07$ ,  $Ro=1,30$  ( $\Omega = 0,50\text{rad/s}$ ,  $\Delta T = 6,7\text{K}$ ) durchgeführt wurden, konnten die Koexistenz von Wellenmoden unterschiedlicher zonaler Wellenzahl nachweisen.

Die dominante Mode  $m=3$  wurde hier durch eine schwächere Mode der Wellenzahl  $m=4$  gestört, so dass die Strömungsstruktur der  $m=3$  Welle insgesamt eine leichte Variabilität aufwies.

#### 4.1.1 LDA Analyse

Abbildung 3 zeigt die Analyse der Geschwindigkeitsdaten. Gemäß der Beschreibung in Abschnitt 3.2.1 erfolgt die Datenvorverarbeitung. Die prozessierten Messdaten werden hier in Form eines Raum-Zeit-Diagramms dargestellt, in dem die Abszisse den Azimut von  $0-2\pi$  - und somit die räumliche Verteilung entlang der Umfangsrichtung- und die Ordinate die Zeitachse abbildet (siehe Abb. 3b). Die großskalige Mode sowie ihre Phasengeschwindigkeit können aus dieser Darstellung leicht bestimmt werden.

Die Strömung scheint von einer Mode der Wellenzahl  $m=3$  dominiert zu werden, die über den gesamten Messzeitraum stabil ist. Die Phasengeschwindigkeit wird zu  $0,02\text{rad/s}$  (Periodendauer 320s) bestimmt. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit der Analyse aus früheren visuellen Untersuchungen (siehe von Larcher 2007).

Mit der M-SSA wird das Eigenwertspektrum der Kovarianzmatrix bestimmt (Abb. 3c). Die ersten beiden Raum-Zeit-EOFs beinhalten bereits 87,4% der in dem Datensatz enthaltenen Gesamtvarianz. EOF 3 und 4 zusammen 6,4%. Die ersten vier EOFs liegen als einzige über der selbst definierten Rauschgrenze von 1%.

Die ersten beiden Eigenwerte der M-SSA Kovarianzmatrix werden für eine Rekonstruktion der gemessenen Zeitreihe verwendet (Abb. 3d). Die geringen Abweichungen zwischen Messdaten und rekonstruierten Daten können mit der Filterung des Varianzanteils der höheren Eigenwerte erklärt werden, die in Summe weniger als 14% der Gesamtvarianz enthalten.

Als Ergebnis zeigt sich, dass die dominante Mode  $m=3$  wenig gestört zu sein scheint und an diesem Parameterpunkt die Strömungsstruktur bestimmt. Hinweise auf die Existenz weiterer, schwächere, Moden gibt es offenbar nicht.

#### 4.1.2 Thermographie Analyse

Die Analyse der Temperaturdaten ist in Abbildung 4 dargestellt. Abbildung 4a zeigt ein beispielhaftes Messbild der Oberflächentemperaturverteilung. Die  $m=3$  Wellenstruktur zeichnet sich durch 3 kalte Wirbel am inneren Zylinder und je 3 wärmeren Regionen im Bereich des äußeren Zylinders aus. Die relativ schmale, mäanderförmige Jet-Stream Struktur, über die der Wärmetransport zwischen den unterschiedlich temperierten Seitenwänden stattfindet, verläuft zwischen den Wirbeln.

Abbildung 4b zeigt einen Ausschnitt des prozessierten Temperaturdatensatzes. Die Störung bei  $t^* \approx 27$  ist auf eine Unregelmäßigkeit in der Datenaufnahme während der Messungen zurückzuführen. Wie im Fall der LDA Analyse kann die Wellenzahl der dominierenden Mode ( $m=3$ ) und ihre Phasengeschwindigkeit ( $0,025\text{rad/s}$ ) aus der Darstellung leicht bestimmt werden. Aus der M-SSA ergibt sich, dass die beiden ersten Eigenwerte der Kovarianzmatrix etwa 22% und die Eigenwerte 3 und 4 noch etwa 10% der Gesamtvarianz enthalten (hier nicht gezeigt).

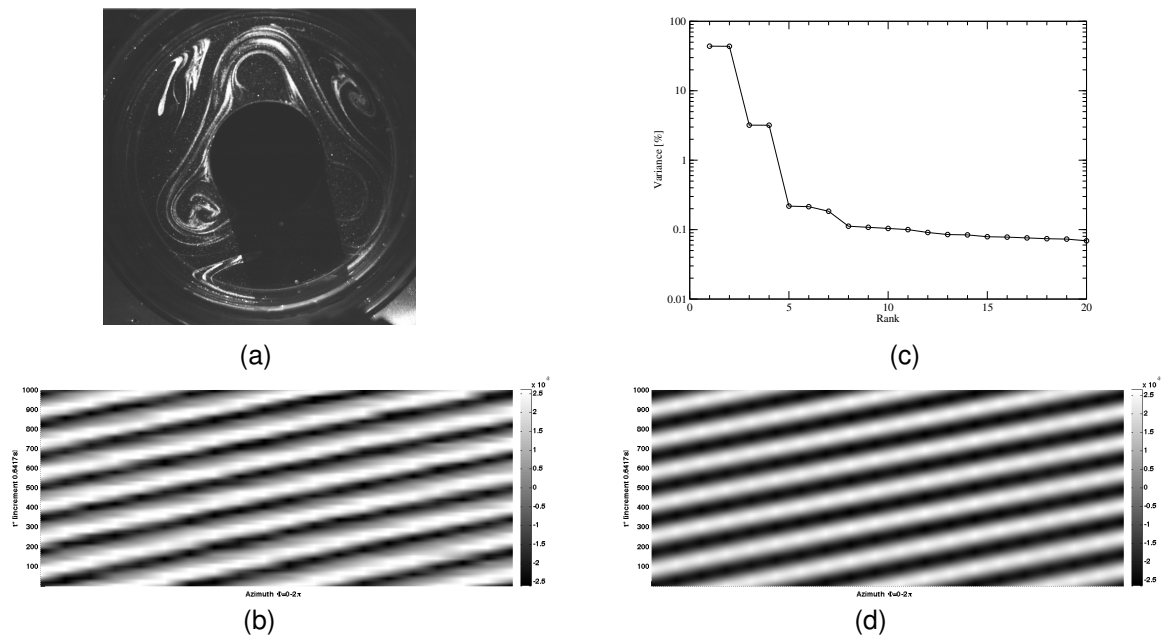


Abbildung 3: LDA Analyse im Bereich regulärer Wellen. (a) exemplarische Lichtschnitt-Aufnahme der Strömung aus früheren Untersuchungen 15mm unterhalb der Oberfläche, (b) Ausschnitt aus der gemessenen, prozessierten Zeitserie, (c) Varianz der ersten 20 Eigenwerte der Kovarianzmatrix, (d) Rekonstruktion der Zeitserie mit EOF 1 und 2.

Die Rekonstruktion des Datensatzes aus den ersten beiden EOF zeigt eine Mode der Wellenzahl  $m=3$  (Abb. 4c). Die Rekonstruktion mit der EOF 3 und 4 zeigt die Harmonische,  $m=6$ , der dominanten Mode  $m=3$  (siehe Abb. 4d). Auch die Analyse der Temperaturdaten gibt keine Hinweise auf die Existenz weiterer, schwächerer Moden.

## 4.2 Messungen im quasi-chaotischen Strömungsregime

Abschließend wird eine Analyse eines Messpunktes an einem Parameterpunkt im Bereich des quasi-chaotischen Strömungsregimes vorgestellt. Sowohl die LDA-Messungen (Abb. 5) als auch die Thermographie-Messungen (Abb. 6) werden am gleichen Parameterpunkt ( $Ta=3,76E08$ ,  $Ro=0,06$ ) vorgenommen.

### 4.2.1 LDA Analyse

In Abbildung 5a sind die vorprozessierten Messdaten dargestellt. Die Zeitserie wird von einer Mode der Wellenzahl  $m=4$  dominiert, scheint aber einen größeren Rauschanteil zu beinhalten als im Bereich der regulären Wellen. Die Phasengeschwindigkeit wird zu  $0,011 \text{ rad/s}$  bestimmt. Auch das breitere Varianzspektrum der berechneten Kovarianzmatrix weist auf einen größeren Rauschanteil hin (Abb. 5b). Die ersten beiden EOFs besitzen in Summe 36% der Gesamtvarianz und auch EOF 3 und 4 (Varianzanteil etwa 5%) liegen noch deutlich über der selbst



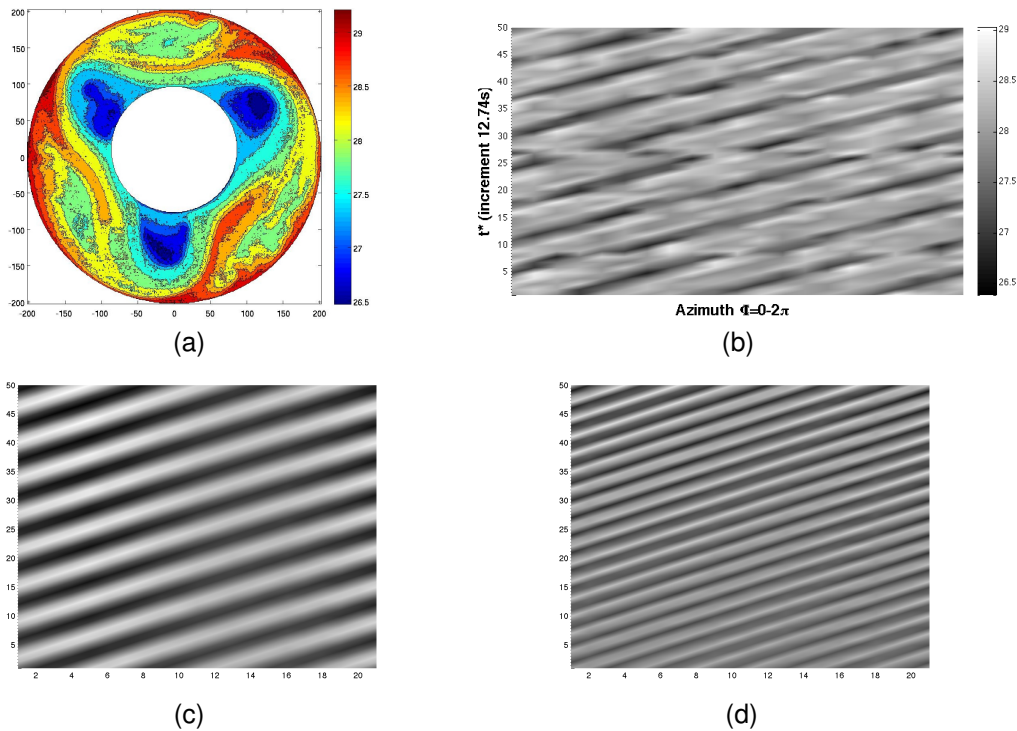


Abbildung 4: Analyse der Thermographie-Messungen im Bereich regulärer Wellen. (a) exemplarisches Bild der Oberflächentemperatur, (b) Ausschnitt aus der gemessenen, prozessierten Zeitreihe, (c) rekonstruierte Zeitreihe aus EOF 1 und 2, (d) rekonstruierte Zeitreihe aus EOF 3 und 4.

definierten Rauschgrenze von 1%.

Die Rekonstruktion des gemessenen Datensatzes mit EOF 1 und 2 zeigt die in den Messdaten dominierende Mode  $m=4$  (Abb. 5c). Die Rekonstruktion mit EOF 3 und 4 (Abb. 5d) zeigt eine weitere, schwächere Mode der Wellenzahl  $m=5$ , die mit der gleichen Phasengeschwindigkeit zu propagieren scheint wie die dominierende Mode  $m=4$ .

#### 4.2.2 Thermographie Analyse

Die Analyse der Temperaturmessungen bestätigt zunächst die in der LDA Analyse erzielten Ergebnisse. Abbildung 6a zeigt ein beispielhaftes Messbild. Die großskalige Strömungsstruktur,  $m=4$ , ist deutlich zu erkennen. Die Dynamik der Strömungszustands kommt in der Darstellung der prozessierten Messdaten (Abb. 6b) zum Ausdruck, in der die großskalige Struktur von kurzzeitigen Störungen durchsetzt zu sein scheint. Die Phasengeschwindigkeit der Mode  $m=4$  wird zu  $0,002\text{rad/s}$  bestimmt.

Die Analyse des Datensatzes mit der M-SSA zeigt Abweichungen von der LDA Analyse. Der Varianzanteil der ersten beiden EOFs beträgt etwa 22% und EOF 3 und 4 haben noch einen Varianzanteil von etwa 10%. Die Rekonstruktion aus EOF 1 und 2 (Abb. 6c) zeigt allerdings eine Mode der Wellenzahl  $m=8$ , während die erwartete Mode  $m=4$  aus der Rekonstruktion mit

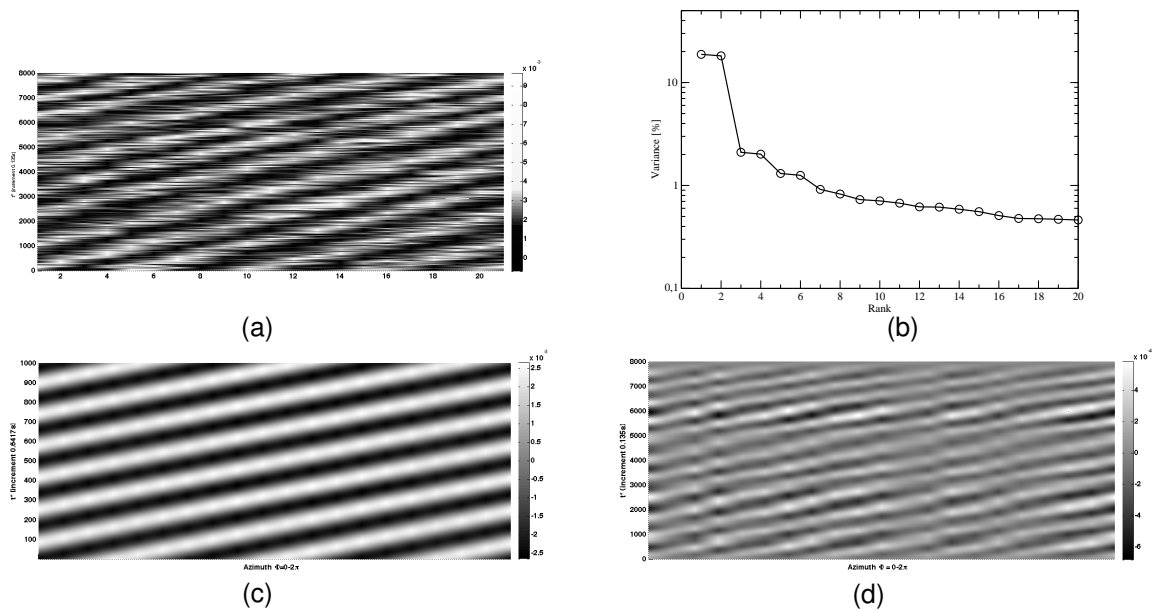


Abbildung 5: LDA Analyse im quasi-chaotischen Regime. (a) Ausschnitt aus der gemessenen, prozessierten Zeitserie, (b) Varianz der ersten 20 Eigenwerte der Kovarianzmatrix, (c) Rekonstruktion der Zeitserie mit EOF 1 und 2, (d) Rekonstruktion der Zeitserie mit EOF 3 und 4.

EOF 3 und 4 folgt (Abb. 6d). Wir kommen darauf im folgenden Abschnitt zurück.

## 5 Zusammenfassung und Ausblick

In unserem Beitrag haben wir Geschwindigkeits- und Temperaturdaten analysiert, die an einer thermisch getriebenen, rotierenden Zylinderspaltströmung aufgenommen wurden. Die Datensätze der unterschiedlichen Messmethoden wurden so prozessiert, dass sie in gleicher Weise mit der so genannten M-SSA analysiert werden konnten. Die Ergebnisse unserer Analysen wurden an zwei verschiedenen Parameterpunkten vorgestellt, die zum einen im Bereich regulärer Wellen, zum anderen im Bereich der quasi-chaotischen Strömung liegen.

Am Messpunkt im Bereich der regulären Wellen haben wir eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Datensätzen gefunden. Die berechnete Phasengeschwindigkeit der dominierenden Mode mit der Wellenzahl  $m=3$  stimmt in beiden Datensätzen gut überein und, wie bereits erwähnt, auch mit Ergebnissen früherer Untersuchungen (von Larcher 2007). Neben der dominierenden Mode wurden weder in den Temperatur- noch in den LDA-Daten weitere Moden gefunden. An dem gewählten Parameterpunkt scheint die Strömung nicht von anderen Moden beeinflusst zu sein. Dieses Ergebnis scheint im Widerspruch zu den Ergebnissen von Harlander et al 2009 zu stehen, die die Existenz einer schwachen Mode  $m=4$  nachweisen konnten. Ihre Untersuchungen fanden allerdings an einem Parameterpunkt mit einer geringfügig höheren Rotationsrate statt. Der Parameterpunkt lag damit etwas näher an dem Transitionspunkt,

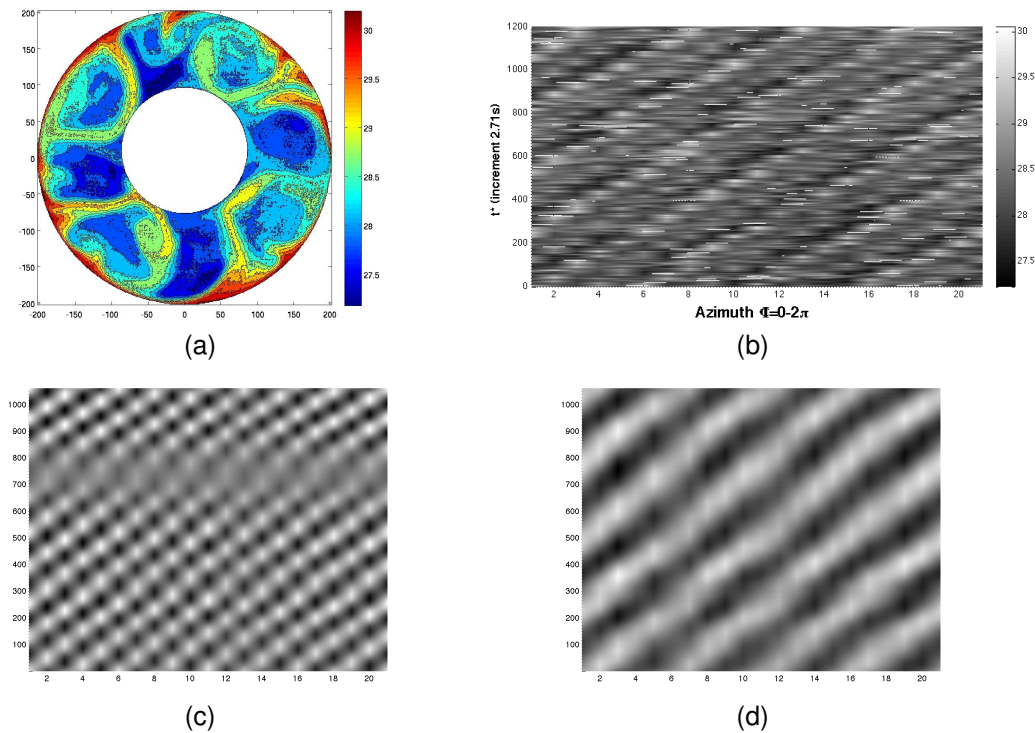


Abbildung 6: Analyse der Thermographie-Messungen im Bereich der quasi-chaotischen Strömung. (a) exemplarisches Bild der Oberflächentemperatur, (b) Ausschnitt aus der gemessenen, prozessierten Zeitreihe, (c) rekonstruierte Zeitreihe aus EOF 1 und 2, (d) rekonstruierte Zeitreihe aus EOF 3 und 4.

an dem die dominante Mode  $m=3$  in eine Mode  $m=4$  übergeht (vgl. von Larcher und Egbers 2005).

Im Bereich der quasi-chaotischen Strömung gibt es zwischen beiden Datensätzen zunächst Inkonsistenzen. Die Phasengeschwindigkeit der dominierenden Mode  $m=4$  wurde aus den LDA-Daten zu  $0,011 \text{ rad/s}$ , aus den Temperaturdaten aber zu  $0,002 \text{ rad/s}$  bestimmt. Weiterhin zeigt die Rekonstruktion des LDA-Datensatzes eine schwache Mode der Wellenzahl  $m=5$ , die in der Rekonstruktion der Temperaturdaten nicht gefunden wurde.

Die Rekonstruktion des Temperaturdatensatzes mit dem Paar der EOF 1 und 2 mit dem größten Varianzanteil zeigt eine Mode der Wellenzahl  $m=8$  und erst mit den nächst höheren EOFs 3 und 4 die bereits in den Messreihen erkennbare Mode  $m=4$ . Der Grund hierfür könnte in der Auswertemethode behaftet sein, allerdings zeigt auch das beispielhafte Messbild der Temperaturverteilung, dass in der Strömung offenbar 8 kalte Wirbel existieren. Inwieweit die Mode  $m=8$  von physikalischer Relevanz für die Erklärung des beobachteten Strömungszustands ist, muss eine weitere Analyse zeigen.

In der Darstellung der gemessenen Zeitreihe ist deutlich zu erkennen, dass an diesem Parameterpunkt keine ungestörte großskalige Strömung vorliegt. Kleinräumige und kurzlebige Störungen scheinen gemeinsam mit der großskaligen Strömungsstruktur zu existieren. Die Analyse

der kleinräumigen Störungen ist zurzeit Gegenstand weiterer Untersuchungen.

## 6 Dankesworte

Die Autoren danken Y. Wang für die Durchführung der Thermographie-Messungen und K. Alexandrov für die Unterstützung bei der Aufbereitung der Temperaturdaten.

Der Experimentaufbau ist seit 2007 als Referenzexperiment Bestandteil des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderten Schwerpunktprogramms (SPP) 1276 Met-Ström (siehe <http://metstroem.mi.fu-berlin.de>). Die innerhalb des SPP fortdauernden experimentellen Untersuchungen werden durch eine Projektförderung der DFG unterstützt.

## 7 Literatur

Dettinger, M.D., Ghil, M., Strong, C.M., Weibel, W., Yiou, P., 1995: " Software expedites singular-spectrum analysis of noisy time series ", EOS Trans. AGU 76(2): 12,14,21

Elsner, J.B., Tsonis A.A., 1996: " Singular Spectrum Analysis: a new tool in time series analysis ", Plenum Press, 164pp.

Ghil, M., Allen, R. M. , Dettinger, M. D. , Ide, K., Kondrashov, D., Mann, M. E. , Robertson, A., Saunders, A., Tian, Y., Varadi, F. and Yiou, P., 2002: "Advanced spectral methods for climatic time series", Rev. Geophys., 40 (1), pp. 3.1-3.41, 10.1029/2000RG000092.

Harlander, U., von Larcher, Th., Wang, Y., Egbers, C., 2009: " PIV- and LDV-measurements of baroclinic wave interactions in a thermally driven rotating annulus ", Exp. in Fluids, DOI 10.1007/s00348-009-0792-5

Hide, R., 1958: " An experimental study of thermal convection in a rotating fluid ", Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A, 250, pp. 441-478

Hide, R., Mason, P.J., Plumb, R.A., 1977: " Thermal convection in a rotating fluid subject to a horizontal temperature gradient: spatial and temporal characteristics of fully developed baroclinic waves ", J. Atmos. Sci., 34, pp. 930-950

Lorenz, E.N., 1956: " Empirical orthogonal functions and statistical weather prediction ", Scientific rep. no 1, statistical forecasting project, Dept. Met., M.I.T.

von Larcher, Th., Egbers, C., 2005: " Experiments on transitions of baroclinic waves in a differentially heated rotating annulus ", Nonl. Proc. in Geophys., 12, pp. 1033-1041

von Larcher, Th., 2007: " Zur Stabilität barokliner Wellen im starr rotierenden Zylinderspalt ", VDI Verlag, 113pp.

von Storch, H., Zwiers, F.W., 1999: " Statistical analysis in climate research ", Cambridge University Press, Cambridge, pp. 1-484