DYNAMISCHES AUSWERTEVERFAHREN FÜR ZEITAUFGELÖSTE PIV-BILDSEQUENZEN

R. Hain, C. J. Kähler

Institut für Strömungsmechanik der TU Braunschweig Bienroder Weg 3 38106 Braunschweig E-Mail: <u>r.hain@tu-bs.de</u>

Abstract

In diesem Beitrag wird ein korrelationsbasiertes Auswerteverfahren für zeitaufgelöste PIV-Bildsequenzen vorgestellt. Kern des Verfahrens ist die symmetrische Auswertung um eine beliebige Aufnahme einer Bildsequenz und die anschließende Kopplung der Ergebnisse zu einem resultierenden Geschwindigkeitsvektorfeld. Neben einer Genauigkeitssteigerung ist mit diesem Verfahren die Erfassung von Strömungsphänomenen möglich, die bisher nur schlecht experimentellen Untersuchungen zugänglich waren. Um quantitative Aussagen über die erzielten Genauigkeitssteigerungen machen zu können, erfolgt anhand von synthetisch generierten PIV-Bildsequenzen die Validierung des hier diskutierten Verfahrens.

1. Einleitung

In den letzten Jahren wurden für die Particle Image Velocimetry sehr zuverlässige und effiziente Auswerteverfahren für einfach belichtete Bildpaare entwickelt. Die Bestimmung der Partikelbildverschiebung ist heute mit einer Genauigkeit von 0,05 Pixel möglich [Stanislas et al 2003]. Voraussetzung für diese hohe Genauigkeit ist die Verwendung von leistungsstarken Doppelpuls-Lasern sowie hochwertigen CCD Kameras mit geringem Rauschen und kleinen Pixeln. Leider können mit derartigen Systemen zurzeit nur bei sehr geringen Strömungsgeschwindigkeiten zeitaufgelöste Messungen durchgeführt werden. Um solche Messungen bei höheren Strömungsgeschwindigkeiten zu realisieren, sind CMOS Kameras in Verbindung mit diodengepumpten Lasern notwendig. Derartige Systeme erlauben heute Aufnahmefrequenzen von 2000 Hz bei einer Auflösung von 1 MPixel. Im Vergleich zu der konventionellen PIV Technik wirken sich bei diesen Komponenten zum einen die geringe Empfindlichkeit, das hohe Rauschen und die großen Pixel der Kameras negativ aus. Zum anderen entstehen Probleme durch die stark abnehmende Pulsenergie der Laser mit zunehmender Repititionsrate. Während die geringe Empfindlichkeit der Kameras in Verbindung mit der schwachen Pulsenergie der Laser die Größe des Beobachtungsfeldes beschränkt, wird durch das Rauschen und die großen Pixel der Kameras die erzielbare Genauigkeit bei der Bestimmung der Partikelbildverschiebung herab gesetzt [Nerger et al 2003].

Ein weiterer Nachteil sind die im Vergleich zu konventionellen PIV Systemen hohen Zeitabstände zwischen den Aufnahmen, die bei äquidistanten Pulsabständen den Einsatzbereich der zeitaufgelösten Systeme einschränken. Es ergeben sich für diesen Fall die in Abb. 1 dargestellten Diagramme, aus denen hervor geht, bei welchen Strömungsgeschwindigkeiten mit derartigen Systemen eine zeitaufgelöste Untersuchung möglich ist. Bei einer Anströmgeschwindigkeit von 10 m/s erhält man bei einer Aufnahmefrequenz von 2000 Hz eine Partikelverschiebung im physikalischen Raum von 5 mm (Abb. 1 links). Die entsprechende Partikelbildverschiebung ergibt sich aus der rechten Darstellung für verschiedene Abbildungsmaßstäbe. Für 5 mm Partikelverschiebung im Raum ergibt sich bei einem Abbildungsmaßstab von 0,1 eine Partikelbildverschiebung von etwa 30 Pixel. Da die Auswertung bei solch hohen Partikelbildverschiebungen in der Regel aufgrund von Gradienten und Partikelbewegungen senkrecht zum Lichtschnitt nur zu einem fehlerhaften Ergebnis führt, folgt für das genannte Beispiel eine Aufnahmefrequenz von mindestens 5000 Hz.



Abb. 1: Auswirkung von Aufnahmefrequenz, Strömungsgeschwindigkeit und Abbildungsmaßstab auf die Partikelbildverschiebung unter Voraussetzung äquidistanter Pulsabstände und einer Pixelgröße von $17,5^2 \mu m^2$

Zum Vergleich wird mit einem konventionellen PIV System dagegen bei einem Pulsabstand von 10 µs eine Aufnahmefrequenz von 100 kHz für ein Bildpaar erreicht. Dadurch können auch kleine Beobachtungsfelder bei hohen Strömungsgeschwindigkeiten realisiert werden. Schwierigkeiten treten sowohl bei der konventionellen als auch bei der zeitaufgelösten Particle Image Velocimetry auf, wenn die Strömungsgeschwindigkeiten im Aufnahmefenster stark unterschiedlich sind, da eine optimale Partikelbildverschiebung nicht in allen Bereichen der Aufnahme erreicht werden kann. Beispiele für solche Strömungen sind laminare Ablöseblasen, turbulente Streaks, Grenzschicht- und Nachlaufströmungen sowie Freistrahle. Um dieser Problematik zu begegnen, wurde ein neues Auswertekonzept realisiert, welches den zeitlichen Informationsfluss in einer Bildsequenz berücksichtigt.

2. Das dynamische Auswerteverfahren

2.1. Grundlagen

Die Leistungsfähigkeit eines Messverfahrens kann durch seine Messgenauigkeit und Dynamik bewertet werden. Nach [Adrian 1997] gibt es für ein PIV System zwei entscheidende Dynamikbereiche. Zum einen ist dies der Geschwindigkeitsdynamikbereich und zum anderen die örtliche Dynamik.

Betrachtet man ein PIV System, so liegt der Geschwindigkeitsdynamikbereich heute bei etwa 200. Diese Dynamik (*DVR*) stellt das Verhältnis der maximalen zur minimal auflösbaren Geschwindigkeit dar. Unter Berücksichtigung der Abbildungsoptik lässt sich dieses Verhältnis in Abhängigkeit der maximalen Partikelbildverschiebung Δx_{max} auf dem Sensor sowie deren Bestimmungsungenauigkeit $\sigma_{\Delta x}$ ausdrücken als:

$$DVR = \frac{\Delta x_{\max}}{\boldsymbol{s}_{\Delta x}} \tag{1}$$

Diese Dynamik zeigt nur eine leichte Abhängigkeit von dem verwendeten PIV System, jedoch ist sie bei Systemen für zeitaufgelöstes PIV aufgrund des höheren Rauschens der Kameras und der damit verbundenen höheren Ungenauigkeit $\sigma_{\Delta x}$ kleiner als bei konventionellen PIV Systemen. Die Definition für die örtliche Dynamik lautet:

$$DSR = \frac{L_x}{\Delta x_{\min}}$$
(2)

 L_x stellt die Abmessung des Sensors in x-Richtung und Δx_{min} die örtliche Auflösung dar, die durch die Größe der Abfragefenster bestimmt wird. Durch einen Sensor mit einer Auflösung von 1k x 1k px² wird beispielsweise bei einer Auswertung mit 16 x 16 px² Abfragefenstern eine Dynamik $DSR \approx 60$ erreicht. Während sich die Dynamik DSR prinzipiell nur durch größere Sensoren, Mehrkameraanordnungen oder kleinere Auswertefenster verbessern lässt, soll im folgenden gezeigt werden, wie die Dynamik DVR und damit die Messgenauigkeit erhöht werden kann.

Der Dynamikbereich *DVR* der Geschwindigkeit begrenzt die erfassbaren Geschwindigkeitsskalen in einer Strömung. Das hier vorgestellte Verfahren sorgt für eine Erweiterung des Dynamikbereichs durch eine an die Strömungsverhältnisse angepasste zeitliche Abtastung des PIV Signals. Betrachtet man dazu eine turbulente Strömung in Wasser mit einer Strömungsgeschwindigkeit von $U_{\infty} = 1$ m/s und einer Reynoldszahl Re = 10^5 , so ergibt sich eine Kolmogoroff-Länge von $I_k \approx 0,02$ mm und eine Kolmogoroff-Zeitskala von $\tau_k \approx 0,3$ ms. Diese Größen bezeichnen die Skalen der kleinsten in der Strömung vorkommenden Turbulenzballen. Um diese Skalen auflösen zu können, müsste nach dem Sampling Theorem die Abtastung in Zeitrichtung mit etwa 6000 Hz und in Raumrichtung mit etwa 0,01 mm durchgeführt werden. Nur auf diese Weise wäre eine vollständige Rekonstruktion des orts- und zeitaufgelösten Geschwindigkeitssignals möglich. Bei der Wahl eines Aufnahmefensters von 20 x 20 mm² in Verbindung mit einem 1k x 1k px² großen Sensor folgt jedoch nur eine Auflösung von 0,02 mm/px. Für die örtliche Abtastung muss noch die Größe der Abfragefenster beachtet



Abb. 2: Bewegung eines Fluidelements

werden. Damit lässt ein 16 x 16 px² großes Abfragefenster die Erfassung von Strukturen mit einer Größe von 0,64 mm und ein 32 x 32 px² großes Abfragefenster von 1,28 mm zu. In jedem Fall können Strukturen in der Größe der Kolmogoroff-Länge unter diesen Bedingungen nicht aufgelöst werden. Mit zunehmender Größe der auflösbaren Längen steigen auch die Zeitskalen der Strömung an, so dass die hochfrequenten Bewegungen in der Strömung durch die unzureichende örtliche Abtastung nicht aufgelöst werden können.

Das dynamische Auswerteverfahren erweitert den Dynamikbereich *DVR* durch Auswertungen der PIV Aufnahmen mit verschiedenen zeitlichen Abständen Δt symmetrisch um eine Aufnahme *n*. Betrachtet man die in Abb. 2 dargestellte Bewegung eines Fluidelements, das durch die örtliche Auflösung erfasst wird, so ergeben sich je nach Auswertung verschiedene Verschiebungsvektoren. Zum Beispiel hat der Vektor von n - 1nach n + 1 eine andere Richtung als der Vektor von n - 13 nach n + 3. Während der Vektor zwischen n - 1 und n + 1 den Strömungszustand zum Zeitpunkt *n* besser repräsentiert, kann der Vektor zwischen n - 3 und n + 3 mit einem geringeren relativen Fehler bestimmt werden. Dies ist auf die schon zuvor erwähnte Ungenauigkeit von etwa 0,05 Pixel zurückzuführen. Vor allem bei kleinen Partikelbildverschiebungen von unter einem Pixel kann dadurch eine deutliche Steigerung der Genauigkeit erreicht werden, da der Vektor zwischen n - 1 und n + 1 nur sehr ungenau bestimmt werden kann.

2.2. Implementierung



Abb. 3: Symmetrische Auswertung um ein Bild n beim dynamischen Auswerteverfahren

Dem dynamischen Auswerteverfahren liegt eine Bildsequenz mit äquidistanten Zeitabständen Δt zwischen den einzelnen Aufnahmen zugrunde (Abb. 3). Ziel ist die Bestimmung des Geschwindigkeitsvektorfeldes zum Zeitpunkt *n* mit minimalem Messfehler. Dazu erfolgt zunächst die Korrelation des Bildpaares *n* - 1 und *n* + 1 (im folgenden *n* ± 1) symmetrisch um



Abb. 4: Zusammensetzung der einzelnen Vektorfelder zu einem Gesamtvektorfeld

Abschätzung für den relativen Fehler bei der Bestimmung der Partikelbildverschiebung gegeben. Beträgt beispielsweise die Partikelbildverschiebung bei der Auswertung $n \pm 1$ an einer Stelle 5 Pixel, so wird der Vektor dort bei einer gewünschten Partikelbildverschiebung von 10 Pixel aus der Auswertung $n \pm 2$ herangezogen. Damit diese Vorgehensweise zu einem Vektorfeld ohne Fehlvektoren führt, muss jedoch auch die vorliegende Strömung bei der Auswertung beachtet werden. Dies gilt hauptsächlich für Bereiche in Strömungen, in denen große Geschwindigkeitsgradienten auftreten. Dort können die Partikelbildverschiebungen in der Auswertung $n \pm 1$ zwar gering sein, jedoch führt beispielsweise die Auswertung $n \pm 3$ aufgrund der hohen Gradienten zu keinem sinnvollen Ergebnis. Wie in Abb. 4 dargestellt ist, werden daher die Gradienten bei der Berechnung des zusammengesetzten Vektorfeldes

die Aufnahme *n*. Das Ergebnis dieser Auswertung ist ein Vektorfeld, welches in der Einheit Pixel vorliegt. Legt man nun eine vorgegebene

Partikelbildverschiebung zugrunde, so lässt sich aus diesem Vektorfeld die für jeden Ort benötigte Auswertung $n \pm N$ berechnen, die dieses Kriterium erfüllt. Die Partikelbildverschiebung wird als Kriterium verwendet, da die Genauigkeit, mit der diese bestimmt werden kann, gut bekannt ist. Somit ist auch eine gute berücksichtigt. Die Umrechnung des gewonnenen Vektorfeldes unter Berücksichtigung der jeweiligen Auswertung sowie des Abbildungsmaßstabs führt auf ein Geschwindigkeitsvektorfeld mit hoher Genauigkeit.



3. Programmablauf zur Erzeugung synthetischer PIV Aufnahmen

Abb. 5: Ablauf des Simulationsprogramms

Die Kenntnis der genauen Partikelbildverschiebung ist für die Beurteilung eines Auswerteverfahrens sehr wichtig, da nur auf diese Weise eine quantitative Aussage über die Güte des Verfahrens gemacht werden kann. Da sich eine exakte Lösung experimentell nur schwer bestimmen lässt (z.B. durch die Verschiebung eines Kunststoffblocks mit Teilchen), wurde ein Programm zur Erzeugung künstlicher PIV-Aufnahmen entwickelt, mit dem sich beliebige Strömungsfelder realisieren lassen. Der schematische Ablauf dieses Programms ist in Abb. 5 dargestellt. Für die Beleuchtung der Partikel können rechteck- und gaussförmige Lichtschnitte beliebiger Dicke simuliert werden. Weiterhin ist die Vorgabe der Partikelbilddichte und des Partikelbilddurchmessers mit einer vorzugebenden Abweichung möglich. Mittels einer schwankenden Helligkeit über das Bild können Lichtschnittcharakteristik sowie Reflexionen nachgestellt werden. Die Erfassung der Sensorcharakteristik ist durch einen vorgebbaren Füllfaktor (Verhältnis von lichtempfindlicher zu gesamter Pixelfläche) sowie durch eine anpassbare Dynamik (z.B. 10 bit) gegeben. Zusätzlich ist die Lichtempfindlichkeit der Pixel in Abhängigkeit der auftreffenden Lichtmenge sowie der Position im Pixel einstellbar. Für die Verschiebung der Partikel kann neben einfachen Strömungen wie

Translations-, Gradienten- und verschiedenen Wirbelströmungen auch die Lösung einer Direkten Numerischen Simulation (DNS) zugrunde gelegt werden. Dabei entsteht allerdings das Problem, dass die Daten einer DNS nur an diskreten Punkten vorliegen und die Netzpunktabstände einer DNS in den drei Raumrichtungen variieren können. Aus diesen Gründen ist eine Interpolation zwischen den Werten an den Netzpunkten notwendig, wobei die Interpolation linear sowie höherer Ordnung durchgeführt werden kann. Auch zeitliche Interpolationen zwischen den Daten einer DNS sind häufig notwendig, da die Lösungen der numerischen Simulation aufgrund von Speicherplatzersparnis nur nach vorgegebenen Zeitschritten festgehalten werden. Durch dieses Vorgehen können mit der Lösung einer Direkten Numerischen Simulation sehr realitätsnahe Partikelbildverschiebungen simuliert werden, die die Bilanzgleichungen erfüllen. Anderseits ist mit diesem Simulationsprogramm die Analyse der einzelnen Einflussfaktoren auf den Aufnahmevorgang möglich, da diese im Gegensatz zu einer realen Aufnahme unabhängig voneinander variiert werden können. Zur Validierung des Programms ist in Abb. 6 die Abhängigkeit des Messfehlers als Funktion des Par-



Abb. 6: RMS Wert über dem Partikelbilddurchmesser

tikelbilddurchmessers dargestellt. Zum Vergleich sind Kurven gezeigt, die auf der Basis von Simulationen mit der kommerziellen Software PivView 2.0 der Firma PivTec erzeugt wurden. Es wurden jeweils folgende Simulationsparameter verwendet: Kein Rauschen; im Mittel 16 Partikelbilder pro 32² Pixel; Sensordynamik (8 bit) wird nahezu voll ausgenutzt. Die Auswertung der generierten Bilder erfolgte in beiden Fällen mit der kommerziellen Software DaVis 6.2 der Firma La-Vision. Beide Programme sind durch den 2. PIV-Challenge [www.pivchallenge.org] gut validiert. Der Vergleich in Abb. 6 zeigt nur geringe Unterschiede in den Kurvenverläufen der RMS Werte. In beiden Fällen nimmt der RMS Wert mit zunehmender Auswertefenstergröße ab, was durch

die damit steigende Glättung zu begründen ist. Der optimale Partikelbilddurchmesser liegt zwischen 1,5 und 2 Pixel. Aufgrund der großen Pixel der CMOS Kameras, die heute für zeitaufgelöstes PIV verwendet werden, treten im Experiment häufig Partikelbilddurchmesser von unter einem Pixel auf. Die dadurch stark zunehmende Ungenauigkeit bei der Bestimmung der Partikelbildverschiebung ist in Abb. 6 zu sehen.

4. Ergebnisse



Abb. 7: Auswirkung der Berücksichtigung von Gradienten auf das zusammengesetzte Vektorfeld

Die Funktionsweise des dynamischen Auswerteverfahrens wurde in Kapitel 2.2 dargestellt. Dort wurde als Kriterium für die Erzeugung des zusammengesetzten Vektorfeldes die Partikelbildverschiebung genannt. Ein anderes Kriterium ist das Signal zu Rausch Verhältnis, das theoretisch mit zunehmender Partikelbildverschiebung leicht und bei Auftreten eines Fehlvektors sprunghaft abnimmt. In der Realität ist dieses Verhalten für viele, längst jedoch nicht für alle Vektoren zu beobachten. Hinzu kommt, dass für dieses Kriterium sämtliche Auswertungen $n \pm 1 \dots n \pm N$ notwendig sind, wodurch eine deutliche Effizienzeinbuße gegeben ist. Das implementierte Verfahren mit Berücksichtigung der Gradienten im Strömungsfeld soll dagegen eine hohe Zuverlässigkeit bei großer Effizienz ermöglichen. In Abb. 7 ist das entwickelte Verfahren auf einen Rankine-Wirbel angewendet worden, wobei links die Gradienten im Strömungsfeld nicht berücksichtigt wurden. In der Abb. 7 rechts dagegen wurden die Gradienten beachtet. Im Kern des Wirbels treten dadurch deutlich weniger Fehlvektoren auf, da die herangezogenen Vektoren aus der Korrelation von Aufnahmen stammen, die im Vergleich zur linken Abbildung einen geringeren zeitlichen Abstand haben.

Im Folgenden soll das dynamische Auswerteverfahren an einer realitätsnahen Strömung angewendet werden und mit einer konventionellen Auswertung verglichen werden. Dazu wird die Partikelbewegung durch eine transitionelle Strömung vorgegeben, die mit einer Direkten Numerischen Simulation (DNS) berechnet wurde [Bake et al 2002]. Der für die hier durchgeführten Untersuchungen betrachtete Bereich der DNS ist in Abb. 8 dargestellt. Die räumliche Ausdehnung des Ausschnitts beträgt 35 mm in x-Richtung und 10 mm in y-



Abb. 8: Direkte Numerische Simulation einer transitionellen Strömung

Richtung. Der zeitliche Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden Bildern beträgt 37,3 µs. Mit einer örtlichen Auflösung von 0,02 mm/px ergibt dies in den Bereichen der schnellen Strömung von 1 m/s eine Partikelbildverschiebung von etwa 1,9 Pixel von Bild zu Bild. Die Grenzschicht wird mit ungefähr 200 Pixel aufgelöst. Die Interpolationen der gegebenen Geschwindigkeiten an den Netzpunkten der DNS wird 6. Ordnung in x-Richtung, 4. Ordnung in y-Richtung und linear in z-Richtung durchgeführt. Zeitlich kommt eine Interpolation 2. Ordnung zum Einsatz. Als Kriterium für die Zusammensetzung des Feldes wird eine Partikelbildverschiebung von 10 Pixel vorgeschrieben. Die konventionelle Auswertung (Korrelation der Aufnahmen n und n + 1, Multipass-Auswertung) führt im Vergleich mit der exakten Lösung auf die in Abb. 9 gezeigten Abweichungen der Geschwindigkeitsbeträge. Neben dem Grenzschichtbereich (y = 0 – 100 px) mit etwa 8% Abweichung von der exakten Lösung sind auch



Abb. 9: Abweichungen der konventionellen Auswertung im Vergleich zur exakten Lösung

im übrigen Strömungsfeld Abweichungen von ungefähr 4% zu beobachten. Enorm hohe Fehler bei der Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit treten an der Wand bei y = 0 - 20 px auf, was zum Einen auf den Randeinfluss bei der Auswertung und zum Anderen auf die hohen Geschwindigkeitsgradienten in diesem Bereich zurück zu führen ist.



Abb. 10: Abweichungen der dynamischen Auswertung im Vergleich zur exakten Lösung

Ein Vergleich des Strömungsfeldes in Abb. 10, das mit dem dynamischen Auswerteverfahren erstellt wurde, zeigt im Vergleich mit der exakten Strömung deutlich geringere Abweichungen. Im Hauptströmungsfeld und auch in den meisten Bereichen der Grenzschicht sind die Abweichungen kleiner 2%. Nur direkt an der Wand treten wie bei dem konventionellen Auswerteverfahren Abweichungen von bis zu 20% auf. Zu begründen sind diese hohen Abweichungen wiederum durch die Gradienten, jedoch auch durch die sehr kleinen Partikelbildverschiebungen in diesem Gebiet. In Abb. 11 sind die Auswertungen $n \pm N$ dargestellt, aus denen das Strömungsfeld durch das dynamische Auswerteverfahren zusammengesetzt wurde.



Abb. 11: Verwendete Auswertungen bei dem dynamischen Auswerteverfahren

Während außerhalb der Grenzschicht die Auswertung $n \pm 3$ verwendet wurde, kommen am äußeren Grenzschichtrand die Auswertungen $n \pm 1$ und $n \pm 2$ zum Einsatz. Trotz der mäßigen Partikelbildverschiebung ist dies aufgrund der sehr hohen Gradienten sinnvoll. Im Kern der Grenzschicht wird die Auswertung $n \pm 5$ verwendet, da die Partikelbildverschiebungen dort sehr klein sind und nur schwache Gradienten auftreten.

5. Zusammenfassung

Mit zeitaufgelösten PIV Systemen ist heute die Untersuchung von instationären Strömungen effizient möglich. Die relativ geringen Aufnahmefrequenzen sind jedoch maßgeblich für die mögliche Kombination aus der Größe des Aufnahmefensters und der Strömungsgeschwindigkeit. Zudem begrenzen sowohl die geringe Empfindlichkeit der CMOS Kameras als auch die geringe Leistung der Laser die Qualität der PIV Aufnahmen. Mit dem dynamischen Auswerteverfahren ist eine Möglichkeit gegeben, die zeitliche Abfolge der Aufnahmen für eine Genauigkeitssteigerung zu nutzen. Die höchsten Genauigkeitssteigerungen sind aufgrund des Verfahrensprinzips bei Strömungen mit stark unterschiedlichen Geschwindigkeiten möglich. Somit ist eine Auswertung von laminaren Ablöseblasen, turbulenten Streaks, Freistrahlund Grenzschichtströmungen mit deutlich erhöhter Genauigkeit möglich. Für die DNS einer transitionellen Strömung konnte im Rahmen dieses Beitrags eine Genauigkeitssteigerung

von mehreren Prozentpunkten im Vergleich zu einer konventionellen Auswertung nachgewiesen werden.

In einem nächsten Schritt soll das dynamische Auswerteverfahren auf reale PIV-Bildsequenzen von laminaren Ablöseblasen und turbulenten Streaks angewendet werden.

6. Danksagung

Diese Arbeit wurde teilweise durch Mittel der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) im Rahmen des Schwerpunktprogramms 1147 "Bildgebende Messverfahren für die Strömungsanalyse" gefördert.

Literatur

Stanislas M., Okamoto K., Kähler C.J., 2003: Main results of the *First International PIV Challenge*. Measurement Science and Technology, 14, pp. 63-89

Nerger D., Kähler C.J., Radespiel R., 2003: Zeitaufgelöste PIV-Messungen an einem schwingenden Profil (SD7003) bei Re = 60000. 11. Fachtagung "Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik", 9. – 11. September 2003, Braunschweig

Adrian R. J., 1997: Dynamic ranges of velocity and spatial resolution of particle image velocimetry. Measurement Science and Technology, 8, pp. 1393-1398

Bake S., Meyer D.G.W., Rist U., 2002: Turbulence mechanism in Klebanoff transition: a quantitative comparison of experiment and direct numerical simulation. Journal of Fluid Mechanics, 459, pp. 217-243