

LDA-Methoden in Messungen aller drei Geschwindigkeitskomponenten in Rohrströmungen

Zh. Zhang

FH-Aargau, Dept. Technik
CH-5210 Windisch/Schweiz

1 Einleitung

Bei Innenströmungen stellt das Kreisrohr mit konstantem Querschnitt die einfachste Geometrie und am weitesten verbreitete Anwendung dar. Das Einsetzen der LDA-Methode (Laser Doppler Anemometrie) in Messungen von Kreisrohrströmungen ist jedoch dadurch erheblich erschwert, dass die Brechung von Laserstrahlen an den Rohrwandoberflächen von der Position des LDA-Messvolumens in der Strömung abhängt. Diese ortsabhängige Brechung geschieht sowohl an der Innen- als auch an der Aussenseite des Rohres, so dass auch deren Wandstärke die Positionierung des LDA-Messvolumens in der Strömung beeinflusst. Es ist sofort klar, dass sich deswegen die zwei Messvolumina eines zweikomponentigen LDA-Systems im Rohr nicht mehr treffen können. Das heisst, dass nur einkomponentige LDA-Messungen möglich sind.

Die Veränderung von geometrischen Parametern von Laserstrahlen durch ortsabhängige Brechung beeinflusst ausserdem die optischen Eigenschaften des Messsystems und daher die Zuverlässigkeit der Messmethode. In Messungen von tangentialen und insbesondere radialen Geschwindigkeiten sind komplexe Strahlengangberechnungen unentbehrlich. Es existiert in der Tat noch kein gültiges Verfahren für direkte Messungen von radialen Geschwindigkeiten, falls die Strömung nicht dem Brechungsindex des Rohres angepasst ist. Dieser optische Sachverhalt zwingt oft die LDA-Anwender, das eigene LDA-System an jedem Messort im Rohr bereits vor der Messung zu kalibrieren, was immer mit einem grossen Aufwand verbunden ist.

Des Weiteren ist die Signalqualität bei solchen Messungen stark vom Messort im Kreisrohr abhängig. Praktische Messungen zeigen, dass sich hinreichende Signalqualität nur im Gebiet des ersten Drittels des Rohrdurchmessers ergibt. Nach Erkenntnissen von [1, 2] kann dieses Gebiet bis auf zwei Drittel des Rohrdurchmessers erweitert werden, wenn die Aussenwand des Kreisrohres eben ist. Für die Bestimmung der kompletten Strömungsverteilung auf dem ganzen Durchmesser ist es jedoch stets notwendig, von den beiden Enden des Durchmessers ausgehend zu messen.

In diesem Paper werden Verfahren für die Bestimmung von allen drei Geschwindigkeitskomponenten im Kreisrohr beschrieben. Es geht um die Strahlengangberechnung und ihre Vereinfachung für die praktische Anwendung. Es wird auch gezeigt, wie die Signalqualität systematisch verschlechtert wird, wenn das Messvolumen tief in der Strömung positioniert ist.

2 Messverfahren

In der Berechnung des Strahlengangs wird davon ausgegangen, dass die Aussenwand des Kreisrohres eben und die optische Achse des LDA-Systems senkrecht zu dieser Ebene ausgerichtet sind. Da die Wandstärke somit keine Rolle für die optische Eigenschaft des LDA-Systems spielt, ist nur noch die Brechung von Laserstrahlen an der Innenseite des Kreisrohres zu berücksichtigen. Die aus zwei Laserstrahlen gebildete Ebene wird optische Ebene bezeichnet.

2.1 Messungen der axialen Geschwindigkeit

Zu diesem Zweck ist die optische Ebene des LDA-Systems parallel zur Rohrachse auszurichten. Falls die optische Ebene zudem auch durch die Rohrachse läuft, kann die Brechung von Laserstrahlen an der Rohrwand als Brechung an einer ebenen Wand angesehen werden. Es gibt keine Veränderungen im Bezug auf die Bildung des Messvolumens, dem Interferenzstreifenabstand im Messvolumen und der Verschiebung des Messvolumens gegenüber der Verschiebung der LDA-Optik. Es wird hier demonstriert, dass diese Eigenschaften auch gut erhalten bleiben, falls die optische Ebene von der Rohrachse abweicht.

In Abb.1 ist die entsprechende Abweichung d dargestellt. Da die optische Achse des LDA-Systems senkrecht zur z -Achse steht und daher die beiden Laserstrahlen symmetrisch gebrochen werden, wird hier nur einer von beiden betrachtet. Der Laserstrahl vor und nach der Brechung wird jeweils durch den Einheitsvektor \vec{a}_1 und \vec{a}_2 repräsentiert. Die z -Komponenten der Einheitsvektoren \vec{a}_1 und \vec{a}_2 können daher direkt angegeben werden:

$$a_{1z} = \sin \alpha_1 \quad (1)$$

und

$$a_{2z} = \sin \alpha_2. \quad (2)$$

Dabei bezeichnen die Winkel α_1 und α_2 die Halbschnittwinkel zwischen den beiden Laserstrahlen vor und nach der Brechung. Aus dem Brechungsgesetz für den betrachteten Laserstrahl gemäss

$$a_{2z} = n_1/n_2 \cdot a_{1z} \quad (3)$$

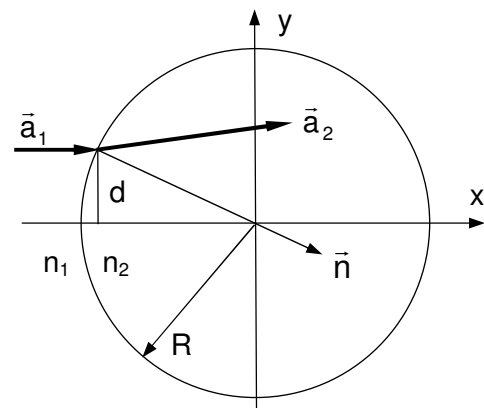


Abb. 1: Laserstrahl-Anordnung und die Abweichung d in Messungen der axialen Geschwindigkeit.

erfolgt aus Gln. (1) und (2) sofort

$$\sin \alpha_2 = n_1/n_2 \cdot a_{1z} = n_1/n_2 \cdot \sin \alpha_1. \quad (4)$$

Der Halbschnittwinkel und daher auch der Interferenzstreifenabstand im Messvolumen sind somit von der Abweichung d unabhängig. Detailliertere Berechnungen dazu findet man in [3], wo auch die Verschiebung des Messvolumens gegenüber der Verschiebung der LDA-Optik erörtert wurde.

Es muss darauf hingewiesen werden, dass sich bei grossen Abweichungen ($d > 0.5R$) die Signalqualität deutlich verschlechtert. Der Grund dafür ist der zunehmende Astigmatismus [3, 4]. Ferner beschränkt sich die hinreichende Signalqualität nur im Strömungsgebiet von etwa zwei Dritteln des Rohrdurchmessers. Der physikalische Hintergrund hierfür wird im Kapitel 3 erläutert.

2.2 Messungen der tangentialen Geschwindigkeit

Zu diesem Zweck muss die optische Ebene senkrecht zur Rohrachse ausgerichtet werden. Wichtig ist dabei zu wissen, wo sich das Messvolumen befindet und wie sich der Interferenzstreifenabstand mit der Messvolumenposition verändert. Aufgrund der symmetrischen Auslegung von beiden Laserstrahlen befindet sich das Messvolumen m gemäss Abb. 2 auf der x-Achse, wo der Laserstrahl ankommt. Die Ausgangsposition ist nach Abb. 2 die Position 1, bei der das Messvolumen sich an der Rohrwand befindet. Aus Berechnungen in [1, 2] stehen folgende Grundgleichungen zur Bestimmung des Messvolumens zur Verfügung:

$$\frac{R - s_{1x}}{\sin(\alpha_1 - \varphi)} = \frac{R}{\sin \alpha_1} \quad (5)$$

$$\frac{R - s_{2x}}{\sin(\alpha_2 - \varphi)} = \frac{R}{\sin \alpha_2} \quad (6)$$

$$n_1 \sin(\alpha_1 - \varphi) = n_2 \sin(\alpha_2 - \varphi). \quad (7)$$

Wenn der Laserstrahl von P1 auf P2 wechselt, lassen sich daraus die Position s_{2x} des Messvolumens und der Schnittwinkel α_2 aus folgendem Zyklus berechnen:

$$s_{1x} \xrightarrow{(5)} \varphi \xrightarrow{(7)} \alpha_2 \xrightarrow{(6)} s_{2x}. \quad (8)$$

Die Position des virtuellen Messvolumens bei s_{1x} entspricht einer x-Verschiebung des Laserstrahls in der Rohrwand (P1 → P2). Mit hinreichender Genauigkeit ist diese Verschiebung gleich dem n_1/n_0 -fachen der Verschiebung der LDA-Optik in der Umgebung (für die Luft ist $n_0 = 1$).

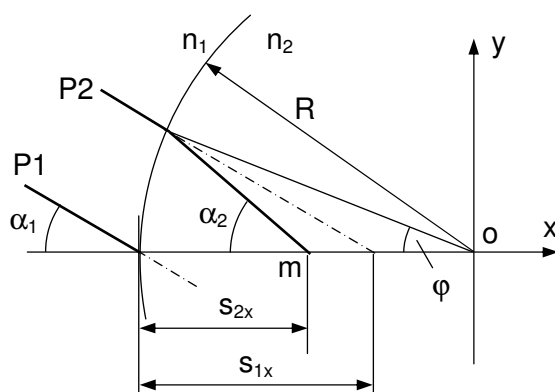


Abb. 2: Laserstrahl-Anordnung in Messungen der tangentialen Geschwindigkeit.

a) Vereinfachungen

Die Berechnungen nach Gl. (8) können vereinfacht werden, indem die Approximation $\sin x \approx x$ für $x \ll 1$ verwendet wird (paraxiale Approximation). Daraus ergeben sich aus Gln. (5) bis (7):

$$\frac{s_{2x}}{R} = \frac{1}{1 + \frac{n_1}{n_2} \left(\frac{R}{s_{1x}} - 1 \right)} \quad (9)$$

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{n_1}{n_2} - \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) \frac{s_{1x}}{R} \quad (10)$$

Sowohl die Position des Messvolumens als auch der Schnittwinkel sind nun als Funktion von s_{1x} direkt und explizit dargestellt worden. Nach Berechnungen in [3] beträgt die Ungenauigkeit in obigen Grössen weniger als 0.3%.

b) Interferenzstreifenabstand und Geschwindigkeitskorrektur

Mit dem Halbschnittwinkel zwischen zwei gebrochenen Laserstrahlen errechnet sich der Interferenzstreifenabstand im Messvolumen aus folgender Gleichung

$$\Delta x = \frac{\lambda_2}{2 \sin \alpha_2} \quad (11)$$

Wegen $\lambda_1/\lambda_2 = n_2/n_1$ lässt sich diese Gleichung weiter schreiben als

$$\Delta x = \frac{n_1}{n_2} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \frac{\lambda_1}{2 \sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \Delta x_0 \quad (12)$$

Dabei steht Δx_0 für den Initialwert des Interferenzstreifenabstands. Die tatsächliche Geschwindigkeit ergibt sich aus der Korrektur der gemessenen Geschwindigkeit bei

$$u = k \cdot u_m \quad (13)$$

mit dem Faktor

$$k = \frac{n_1 \sin \alpha_1}{n_2 \sin \alpha_2} \quad (14)$$

Unter der Berücksichtigung von Gln. (5), (6) und (7) lässt sich der Korrekturfaktor auch beschreiben durch

$$k = \frac{R - s_{2x}}{R - s_{1x}} \quad (15)$$

Mit Gl. (9) ist dieser Faktor schliesslich eine lineare Funktion von s_{2x} :

$$k = 1 + (n_1/n_2 - 1) \frac{s_{2x}}{R} \quad (16)$$

c) Anmerkungen

Auch in Messungen der tangentialen Geschwindigkeit sind Signale mit hinreichend hoher Qualität nur im Gebiet von etwa zwei Dritteln des Rohrdurchmessers erhältlich. Der physikalische Hintergrund wird in Kapitel 3 beschrieben.

2.3 Messungen der radialen Geschwindigkeit

Falls das Fluid nicht dem Brechungsindex des Rohres angepasst ist, sind Messungen der radialen Geschwindigkeit im Kreisrohr bis heute kaum möglich. Sowohl die Positionierung als auch die Quantifizierung des Messvolumens (Interferenzstreifenabstand, Orientierung usw.) konnten bisher nicht einfach berechnet werden. Nach jüngsten Ergebnissen [3] und anhand der Abb. 3 für die Positionierung des Messvolumens auf der y -Achse können folgende Berechnungen zusammengefasst werden.

a) Positionierung der LDA-Optik

Der Ausgangspunkt ist die Positionierung des Messvolumens im Rohrzentrum $r = 0$ (gestrichelte Laserstrahlen). Dies kann leicht erzielt werden aus den Berechnungen im Kapitel 2.2. Zur Positionierung des Messvolumens auf der y -Achse und bei einem Abstand r sind nach [3] folgende Verschiebungen mit der LDA-Optik notwendig:

$$\frac{\Delta x_r}{R} = 0, \quad (17)$$

$$\frac{\Delta y_r}{R} = \frac{n_2}{n_1} \frac{r}{R}. \quad (18)$$

Das bedeutet, dass für die Verschiebung des Messvolumens auf der y -Achse die LDA-Optik parallel um ein Verhältnis von n_2/n_1 zu verschieben ist.

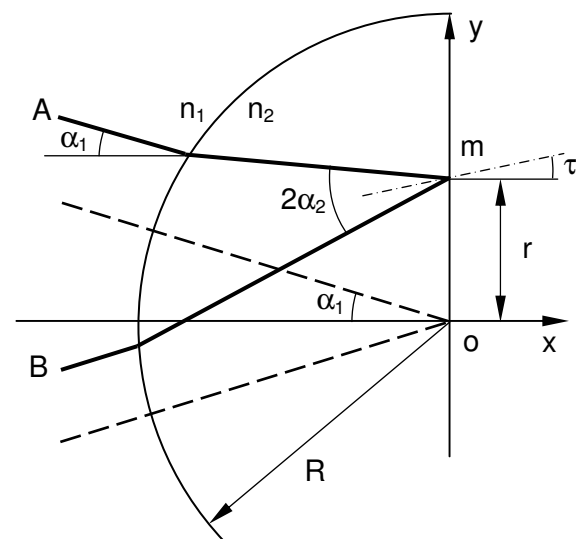


Abb. 3: Laserstrahl-Anordnung in Messungen der radialen Geschwindigkeit.

b) Schnittwinkel zwischen beiden Laserstrahlen

Aus Berechnungen in [3] ergibt sich ein konstanter Schnittwinkel zwischen beiden Laserstrahlen:

$$2\alpha_2 = 2\alpha_1. \quad (19)$$

c) Interferenzstreifenabstand und Geschwindigkeitskorrektur

Der Interferenzstreifenabstand im Messvolumen errechnet sich mit dem Halbschnittwinkel zwischen den beiden gebrochenen Laserstrahlen. Wegen $\lambda_1/\lambda_2 = n_2/n_1$ ergibt sich dann:

$$\Delta x = \frac{\lambda_2}{2 \sin \alpha_2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\lambda_1}{2 \sin \alpha_1} = \frac{n_1}{n_2} \Delta x_0. \quad (20)$$

Dabei steht Δx_0 wiederum für den Initialwert des Interferenzstreifenabstands.

Wie bei Gl. (13) im Kapitel 2.2 müssen die gemessenen Geschwindigkeiten im vorliegenden Fall mit dem Korrekturfaktor wie folgt multipliziert werden:

$$k = n_1/n_2. \quad (21)$$

d) *Orientierung des Messvolumens*

Die Orientierung des Messvolumens ist durch den Bisektor der beiden gebrochenen Laserstrahlen gegeben. Die Senkrechte dazu bestimmt dann die gemessene Geschwindigkeitskomponente, die jedoch nicht der radialen Geschwindigkeit entsprechen muss. Unter der Annahme, dass der Winkel τ wie in Abb. 3 positiv ist, errechnet sich dieser Winkel nach [3] zu

$$\tau = \arcsin\left(\frac{r}{R}\right) - \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \frac{r}{R}\right). \quad (22)$$

e) *Radialgeschwindigkeit*

Wegen $\tau \neq 0$ darf die gemessene Geschwindigkeit u_τ selbst nach ihrer Korrektur durch den Faktor k gemäss Gl. (21) nicht der radialen Geschwindigkeit gleichgesetzt werden. In der Tat kann die radiale Geschwindigkeit nur bestimmt werden, wenn zugleich die tangentielle Geschwindigkeit am gleichen Messort bekannt ist. Unter der Annahme, dass die positive tangentielle Geschwindigkeit auf der y -Achse nach rechts (x -Achse) gerichtet ist, lässt sich die radiale Geschwindigkeit aus folgender Gleichung bestimmen:

$$u_\tau = u_r \cos \tau - u_t \sin \tau. \quad (23)$$

f) *Anmerkungen*

In der Praxis verschlechtern sich die Messungen mit zunehmendem Abstand r wegen des Astigmatismus. Das heisst, dass sich bei grossem Abstand r die effektive Öffnung (Apertur) der Empfangsoptik zum Messvolumen verkleinert. Im allgemeinen ergeben sich gute Signale nur im Bereich $r < 0.5R$. Diese optische Eigenschaft ist identisch zu der in Messungen der axialen Geschwindigkeit (Kapitel 2.1 und Abb. 1), wo die Abweichung sich im Bereich $d < 0.5R$ beschränken soll.

3 Optische Aberration und 2M-Eigenschaft

Es wurde oft darauf hingewiesen, dass LDA-Messungen im Kreisrohr nur bis etwa zwei Drittel des Rohrdurchmessers erfolgen können. Der Grund dafür ist, dass bei der Empfangsoptik die Apertur zum Messvolumen mit der Tiefe abnimmt. Dies kann leicht demonstriert werden, indem eine zweikomponentige LDA-Sonde mit vier Laser-

strahlen eingeschaltet wird. Während zwei Laser für Messungen der axialen Geschwindigkeit ihr Messvolumen bei $(n_2/n_1)s_{1x}/R$ bilden, gelten die anderen zwei Laserstrahlen für die Messungen der tangentialen Geschwindigkeit an der Stelle s_{2x}/R (siehe Abb. 2). Der Abstand zwischen zwei Messvolumina kann daher berechnet werden. Es ergibt sich zusammen mit Gl. (9)

$$\Delta s_R = \frac{s_{2x}}{R} - \frac{n_2}{n_1} \frac{s_{1x}}{R} = \frac{s_{2x}}{R} - \frac{1}{(R/s_{2x} - 1) + n_1/n_2}. \quad (24)$$

Abb. 4 zeigt am Beispiel einer Wasserströmung diese Verschiebung in Abhängigkeit von der Position des Messvolumens für die tangentiale Geschwindigkeit. Dabei ist die Position durch $r/R = s_{2x}/R - 1$ angegeben worden. Es ist ersichtlich, dass diese Verschiebung mit der Tiefe r/R zunimmt. Diese von Null verschiedene Verschiebung deutet darauf hin, dass bei der Empfangsoptik jedes elementare Segment an der Frontlinse einen eigenen individuellen Fokuspunkt in der Strömung aufweist. Die Signale aus dem Messvolumen können daher nur von wenigen solchen Segmenten empfangen werden. Die nach Gl. (24) berechnete Verschiebung kann somit als ein Mass für die effektive Apertur der Empfangsoptik benutzt werden. Je grösser diese Verschiebung ist, desto kleiner wird die effektive Apertur zum Messvolumen.

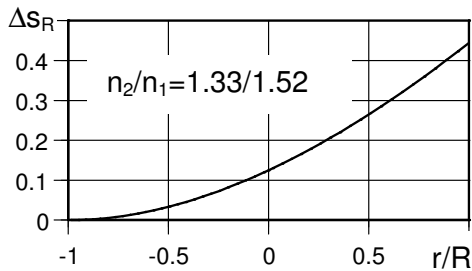


Abb. 4: Messvolumenverschiebung [3]

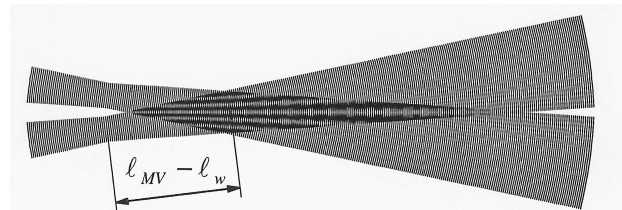


Abb. 5: Messvolumenverzerrung in Messungen der tangentialen Geschwindigkeit

Eine andere unerwünschte Erscheinung ist die Verzerrung des Messvolumens. Nach Berechnungen in [3] entsteht das Messvolumen für tangentiale Geschwindigkeit exakt aus der Laserkreuzung gemäss Abb. 5. Je tiefer sich das Messvolumen in der Strömung befindet, desto grösser wird die Verschiebung zwischen dem Messvolumen und der Strahltaile. Zum einen erkennt man hier eine reale Messvolumenverzerrung. Zum anderen ist die Lichtintensität im Messvolumen viel schwächer als in der Strahltaile, welche wiederum zu schwachen Signalen führt.

Die Wirkung der Messvolumenverzerrung nach Abb. 5 auf die Messgenauigkeit wurde in [5] angegeben, wonach sowohl die mittlere Geschwindigkeit als auch die Schwankungen folgendermassen beeinflusst sind (Index a für „apparent“):

$$\frac{\bar{u}_a}{\bar{u}} = 1 + \frac{1}{3}\gamma^2 \quad \frac{\sigma_a^2 - \sigma^2}{\bar{u}^2} = \gamma^2 \left(\frac{\sigma^2}{\bar{u}^2} + \frac{1}{3} \right). \quad (25), (26)$$

Die Verzerrungskonstante γ ist normalerweise kleiner als 0.02.

Sowohl die Verkleinerung der optischen Apertur zum Messvolumen als auch die Schwäche der Lichtintensität im Messvolumen führen dazu, dass Messungen im Strömungsgebiet oberhalb zwei Drittel des Rohrdurchmessers kaum möglich sind. Für ein komplettes Strömungsprofil auf einem Rohrdurchmesser müssen daher zwei Messungen, ausgehend von beiden Enden (0° , 180°), durchgeführt werden. Dies wird hier als 2M-Eigenschaft für Rohrströmungsmessungen bezeichnet.

Die Berechnungen zur Messvolumenverzerrung in Messungen der radialen Geschwindigkeit findet man in [3].

4 Zusammenfassung

Die Anwendung der LDA-Methode in Rohrströmungen setzt detaillierte Strahlengangberechnungen voraus. Diese Berechnungen können wesentlich vereinfacht werden, indem die Aussenseite des Rohres eben gemacht wird. Davon ausgehend sind detaillierte Schritte in den Messungen von allen drei Geschwindigkeitskomponenten in Rohrströmungen beschrieben worden. Das grösste Problem in solchen Messungen ist die optische Aberration, die mit der Tiefe des Messvolumens in der Strömung zunimmt und somit die Geschwindigkeitssignale dramatisch abschwächt. In der Praxis verschwinden die Geschwindigkeitssignale beim Erreichen des Messpunktes in einer Tiefe von etwa zwei Dritteln des Rohrdurchmessers total. Für ein komplettes Strömungsprofil auf dem ganzen Durchmesser müssen Messungen daher zweimal durchgeführt werden (2M-Eigenschaft). Es wurde auch gezeigt, dass die Messvolumenverzerrung stets vorhanden ist.

Zusammenfassend können die Verfahren, die in diesem Paper präsentiert werden, als optische Richtlinien für LDA-Anwendungen in Kreisrohren betrachtet werden.

Literatur

- 1 Zhang Zh; Parkinson E (2001): Strömungsuntersuchungen am Freistrahler der Pelton-Turbine und Anpassen des LDA-Verfahrens. *9. GALA-Tagung*, Winterthur, Schweiz
- 2 Zhang Zh; Parkinson E (2002): LDA application and the dual-measurement-method in experimental investigations of the free surface jet at a model nozzle of a Pelton turbine. *11th. Int. Symposium on Applications of Laser Anemometry to Fluid Mechanics*, Lisbon. Portugal
- 3 Zhang Zh (2004): Optical guidelines and signal quality for LDA applications in circular pipes. *J. Experiments in Fluids* 37: 29-39
- 4 Zhang Zh; Eisele K (1995): Off-axis alignment of an LDA-probe and the effect of astigmatism on the measurements. *J. Experiments in Fluids* 19: 89-94
- 5 Zhang Zh; Eisele K (1998): On the overestimation of the flow turbulence due to fringe distortion in LDA measurement volumes. *J. Experiments in Fluids* 25: 371-374