

## **STREULICHTUNTERSUCHUNGEN AN EINEM KLEINEN, LEVITIERTEN BLÄSCHEN**

**F. Peters, S. Biermann**

Institut für Thermo- und Fluidodynamik IB6, Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum

### **Einleitung**

In den vergangenen GALA-Jahren haben wir [z.B. Graßmann, Peters 2003] das Mie Scattering Imaging (MSI) Verfahren präsentiert, das aus der streifenförmigen Streulichtverteilung im Fernfeld eines mit Laserlicht beleuchteten Tröpfchens dessen Durchmesser bestimmt. Die Funktion des Verfahrens konnte bis in den  $\mu\text{m}$ -Bereich nachgewiesen werden und zwar nicht nur für Einzeltröpfchen, sondern insbesondere auch für Tröpfchenensembles wie z.B. Sprays.

Wir beschäftigen uns nun mit der Laserlichtstreuung an kleinen sphärischen Bläschen im Submillimeterbereich, beginnend mit einem Einzelbläschen in Wasser. Im nächsten Kapitel wird zunächst die Lösung eines fundamentalen Problems präsentiert, nämlich die Levitation eines Einzelbläschens zu optischen Untersuchungen. In den darauf folgenden Kapiteln werden Streulichtaufnahmen nach dem MSI-Verfahren mit theoretischen Berechnungen der Intensitätsverteilung des Streulichtes verglichen, und die daraus gewonnene Information über die Größe des Bläschens wird beispielhaft genutzt, um den Widerstandskoeffizienten eines Bläschens als Funktion der Reynoldszahl zu bestimmen. Außerdem werden die gemessenen Werte mit theoretischen Modellen zum Widerstandsbeiwert von Bläschen und harten Kugeln, sowie einer empirischen Formel von Kaskas (1964) verglichen.

### **Levitation eines kleinen Bläschens**

Zur experimentellen Untersuchung kleiner Objekte hält man diese gerne ortsfest. Ein festes Partikel kann man problemlos unter ein Mikroskop legen, nicht jedoch ein Tröpfchen, weil es durch den Kontakt mit Wänden oder anderen Medien seine sphärische Gestalt verlieren würde. Es sind deshalb eine Reihe von Verfahren entwickelt worden, um einzelne Tröpfchen zu levitieren. Dabei werden die Kräfte ausgenutzt, die Lichtwellen, akustische Wellen oder elektrische Felder auf Tröpfchen ausüben [Davis, Schweiger 2002].

Die Levitation von kleinen Bläschen in ausgedehnter Flüssigkeit gestaltet sich ungleich schwieriger. Eine naheliegende Möglichkeit besteht darin, eine abwärts gerichtete Strömung in einem Umlaufkanal so einzustellen, dass der Strömungswiderstand gerade den Auftrieb ausgleicht. Das führt aber nicht notwendig zu einer stabilen Lage, weil es sehr schwierig ist, die Strömung mit geeigneten Gradienten der Geschwindigkeit und des Drucks so zu versehen, dass Lagestörungen ausgeglichen werden. Dieses Problem haben wir mit Hilfe einer rotierenden Strömung gelöst.

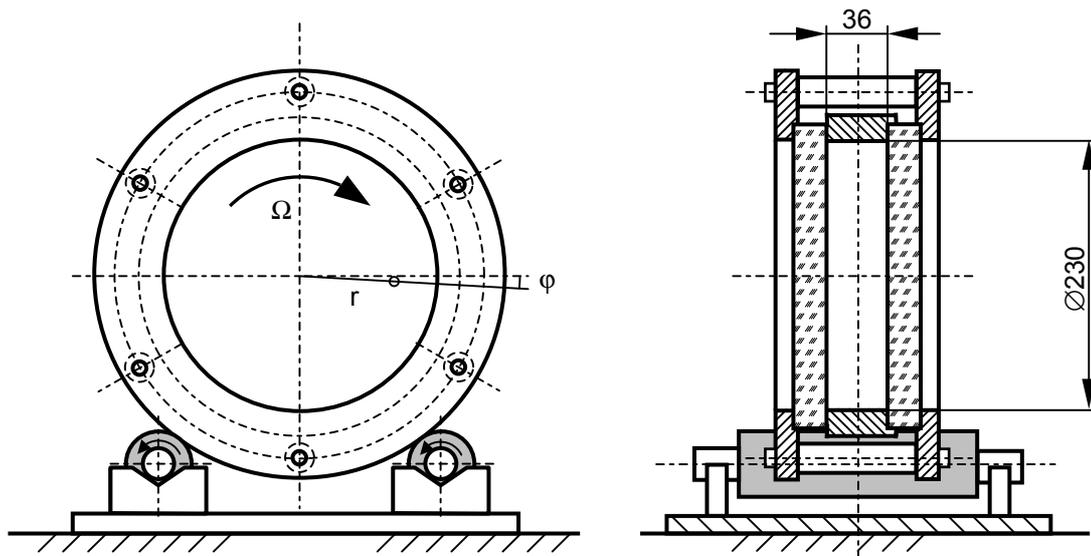


Abb. 1: Blick auf die Drehkammer entlang der Rotationsachse und quer dazu im Mittelschnitt

Eine zylindrische Kammer mit einem Innendurchmesser von 230 mm und 36 mm Tiefe (Abb. 1) wird blasenfrei mit Wasser gefüllt. Die Seitenwände der Kammer bestehen aus dicken, auf  $\lambda/10$  geschliffenen Glasplatten. Die Platten werden von massiven Aluminiumringen gehalten, die auf zwei gummierten Rollen laufen. Eine der Rollen wird von einem frequenzgesteuerten Motor angetrieben, so dass die Kammer bei etwa 10-30 U/min mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  um ihre Mittelachse rotiert. Nach einer Anlaufphase von wenigen Minuten rotiert das Wasser mit der Kammer wie ein starrer Körper.

Injiziert man mit Hilfe einer Mikroliterspritze ein kleines Luftbläschen mit einem Durchmesser  $d$  von etwa 1 mm, so beobachtet man dieses nach kurzer Zeit auf einem kleinen Orbit, der im Drehsinn der Kammer durchlaufen wird. Der Orbit zieht sich schließlich zusammen, und das Bläschen stabilisiert sich bei einem bestimmten Radius  $r$  und einem sehr kleinen Winkel  $\varphi$  etwas unterhalb der Horizontalen. Die Lage des Bläschens ist bei gegebener Gas/Flüssigkeit-Kombination ausschließlich von  $\Omega$  und  $d$  abhängig. Verringert man  $\Omega$  oder vergrößert man  $d$ , so wandert das Bläschen nach außen und umgekehrt.

Reinheit des Wassers und Gleichförmigkeit der Drehung sind zur Erzielung der Stabilität von entscheidender Bedeutung. Geringste Störungen in diesen Punkten führen zu minimaler Restbewegung, die oftmals in der Größenordnung des Bläschens selbst liegt und tolerabel sein kann. Fängt das Bläschen aber ein Feststoffteilchen, wie etwa eine Staubfluse, so begibt es sich wieder auf einen Orbit um seine ursprüngliche Ruhelage. Ist ein Bläschen so groß, dass von ihm Wirbel abreißen oder dass es durch die Oberflächenspannung nicht mehr sphärisch gehalten werden kann, nimmt es ebenfalls keine stabile Lage ein, sondern oszilliert oder wandert auf größeren Orbits. Auch Gruppen von Bläschen lassen sich erzeugen. Durch gegenseitige Beeinflussung kann sich zwar das individuelle Bläschen in der Gruppe nicht stabilisieren, die Gruppe insgesamt aber hält sich in einem gewissen Bereich auf und kann beobachtet werden. Diese Bewegungsformen sind von aufsteigenden Bläschen bekannt [Lohse 2003].

Mit der vorliegenden Arbeit wird die Drehkammer zum Studium von Bläschen erstmals vorgestellt. Natürlicherweise beziehen wir uns zunächst auf kleine, sphärisch bleibende, individuelle Bläschen mit einem Durchmesser um 1 mm.

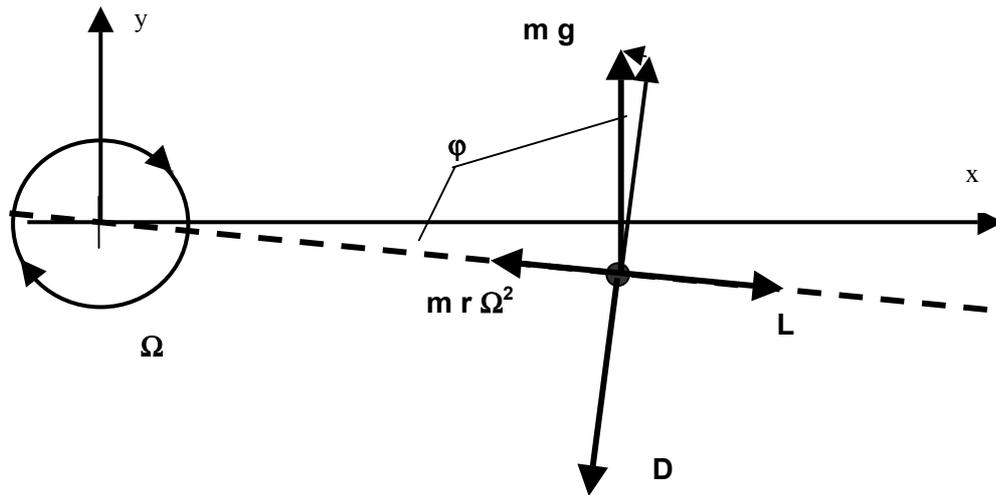


Abb. 2: Kräftegleichgewicht am stabilen Bläschen

Abb. 2 zeigt diejenigen Kräfte auf, die am Bläschen angreifen und bei stabiler Lage in der Summe Null ergeben. Die vertikal ausgerichtete Auftriebskraft  $m g$  mit der Masse  $m$  des von dem Bläschen verdrängten Wassers und der Erdbeschleunigung  $g$  wird im Wesentlichen vom Strömungswiderstand  $D$  kompensiert, der in Strömungsrichtung der umgebenden Flüssigkeit orientiert ist. Der kleine Winkel  $\varphi$  bewirkt jedoch, dass nicht der gesamte Auftrieb mit dem Widerstand im Gleichgewicht steht, sondern nur die Komponente  $m g \cos \varphi$ . Es bleibt also eine kleine Komponente  $m g \sin \varphi$  in negativer radialer Richtung übrig - auch wenn  $\varphi$  so klein ist, dass der Kosinus praktisch nicht von eins abweicht.

Die durch die Rotation hervorgerufene Druckkraft  $m r \Omega^2$  zeigt ebenfalls in negative radiale Richtung. Entgegengesetzt dazu wirkt eine Auftriebskraft  $L$ , die durch die unsymmetrische Umströmung des Bläschens aufgrund der linearen Zunahme der Fluidgeschwindigkeit  $r \Omega$  mit dem Abstand  $r$  von der Drehachse entsteht. Beide Kräfte erweisen sich als nahezu gleich groß. Ihre Differenz kompensiert schließlich auch die oben übrig gebliebene Komponente  $m g \sin \varphi$ , und es kommt zum vollständigen Gleichgewicht aller beteiligten Kräfte.

Das Gleichgewicht der Kräfte sagt jedoch noch nichts über die Lagestabilität des Bläschens aus. Diese wird dann erreicht, wenn für beliebige, hinreichend kleine Auslenkungen aus der Ruhelage eine aus allen Kräften resultierende Rückstellkraft entsteht, welche die Amplitude der Auslenkung im Laufe der Zeit abklingen lässt. Die Analyse dieses Problems gelingt erst, wenn man genaue Modelle über Widerstand und Auftrieb hat. Das erste zu untersuchende Problem besteht also darin, im Gleichgewichtsfall diese Kräfte zu bestimmen.

Dazu benötigt man die Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$ , mit der die Kammer rotiert, und den Aufenthaltsort des Bläschens in Form von  $r$  und  $\varphi$ . Diese Größen sind leicht zu beschaffen, wobei noch zu erwähnen ist, dass das Bläschen sich nicht notwendig in der Mitte zwischen den beiden Glaswänden aufhält, da es zu wenig Wasser verdrängt, um die Wände zu "spüren". Es wandert aber auch nicht an die Wand. Im Einzelfall wählt man dasjenige Bläschen aus, das sich in der Mitte aufhält.

Das alles entscheidende Problem ist die genaue Bestimmung des Bläschendurchmessers  $d$ . Hierzu benutzen wir die MSI Methode, wie wir sie zuvor [Graßmann 2003] zur Untersuchung kleiner Tröpfchen entwickelt hatten.

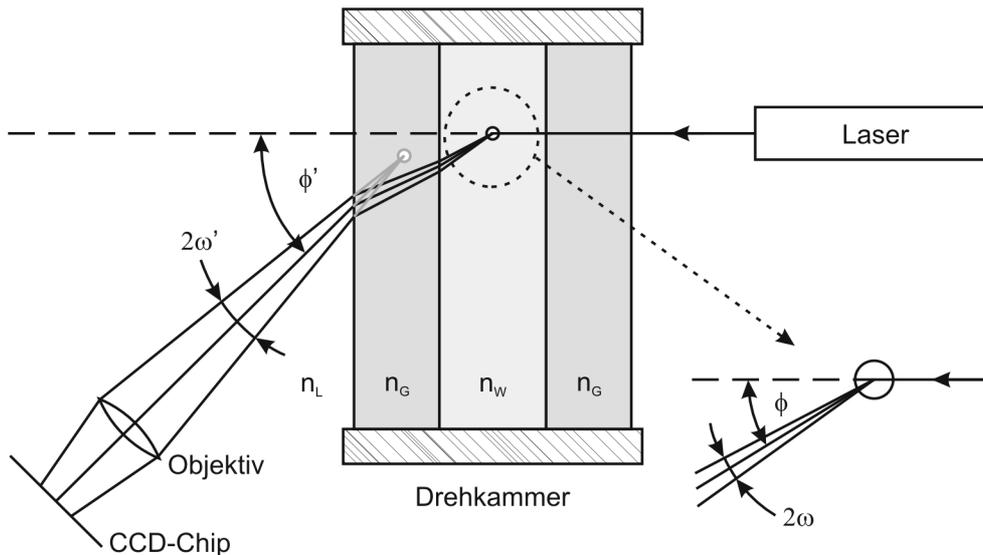


Abb.3 Optischer Aufbau im Horizontalschnitt durch das Austrittsfenster der Drehkammer

### Bestimmung der Größe eines levitierten Bläschen mit der Mie-Scattering-Imaging Methode (MSI)

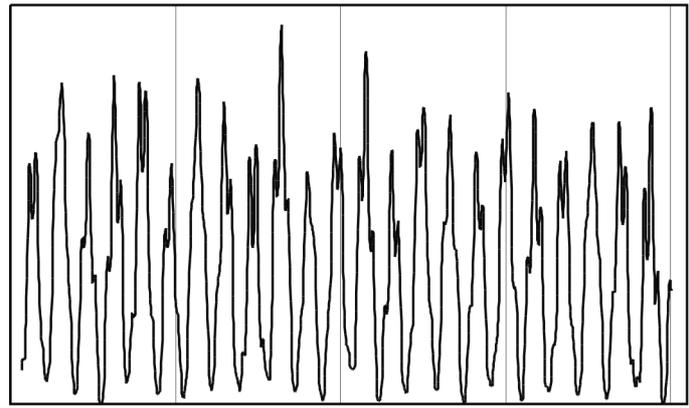
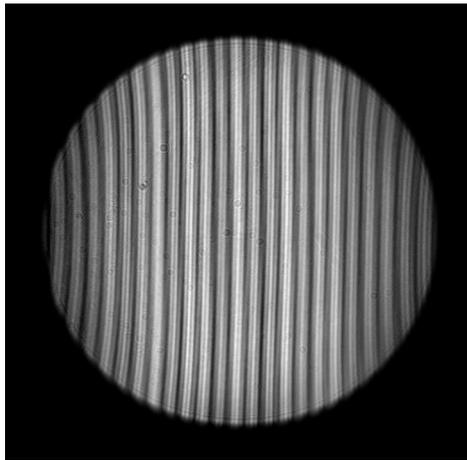
Das stabilisierte Bläschen wird, wie in Abb. 3 gezeigt, mit einem Argon-Ionen Laser ( $\lambda=514,5 \text{ nm}$ ) angestrahlt, der senkrecht auf die Glasscheibe fällt, um innerhalb der Kammer Mehrfachreflexionen zu vermeiden. Das Bläschen besteht aus Luft mit einer Brechzahl sehr nahe 1. Das gestreute Licht breitet sich in Wasser mit der Brechzahl 1,333 aus, was einem Verhältnis von  $m = 3/4$  entspricht (Temperatureinflüsse werden im Augenblick vernachlässigt). Es gibt verschiedenste Codes, welche die Intensitätsverteilung des gestreuten Lichts nach Mie (1908) als Funktion von Größe, Brechzahl und Wellenlänge berechnen [siehe z.B. "<http://www.t-matrix.de>"]. Es ist dabei zu berücksichtigen, dass im Mie-Parameter,

$$x = \pi n_W d / \lambda,$$

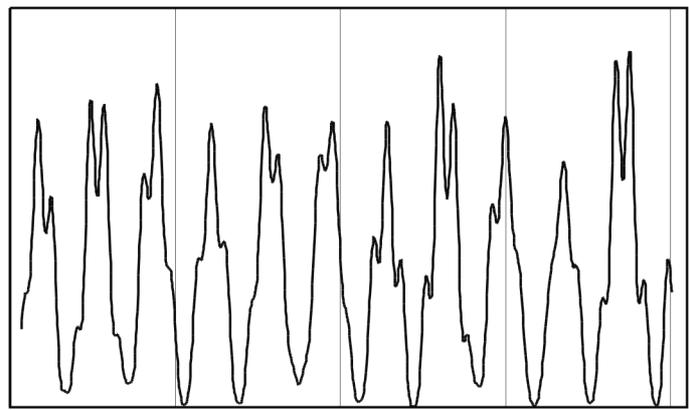
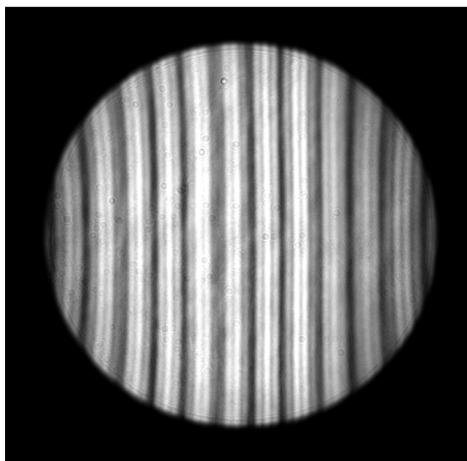
auch die absolute Brechzahl  $n_W$  des Umgebungsmediums (hier Wasser) vorkommt [siehe etwa Bohren, Huffmann 1983]. Dies scheint oft vergessen zu werden, da im klassischen Fall "Tröpfchen in Gas" das Gas mit Brechzahl 1 angesetzt wird. Bei Flüssigkeiten, wie Wasser, als Umgebungsmedium ist deren deutlich von 1 verschiedene Brechzahl alles andere als vernachlässigbar.

Wir beobachten das Streulicht mit einer CCD-Kamera in Vorwärtsstreuung unter  $\phi' = 45^\circ$  relativ zum Laser. Der Austritt des Streulichts aus der Drehkammer erfordert aufgrund der unterschiedlichen Brechzahlen (Wasser  $n_W$ , Glas  $n_G$ , Luft  $n_L$ ) auf dessen Weg eine Umrechnung mit Hilfe der geometrischen Optik auf den tatsächlichen Streuwinkel  $\phi$  von  $32^\circ$ , unter dem das gestreute Licht das Bläschen verlässt.

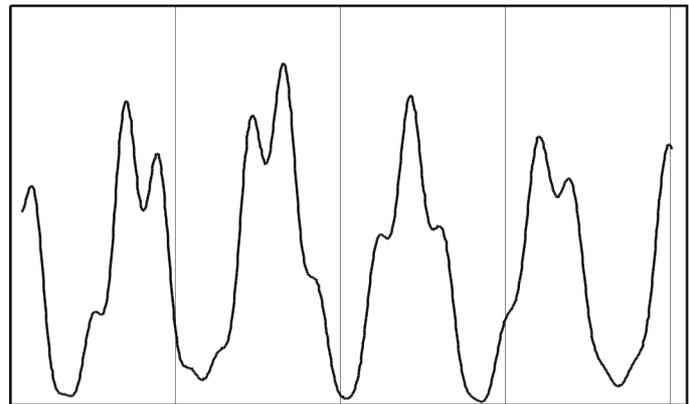
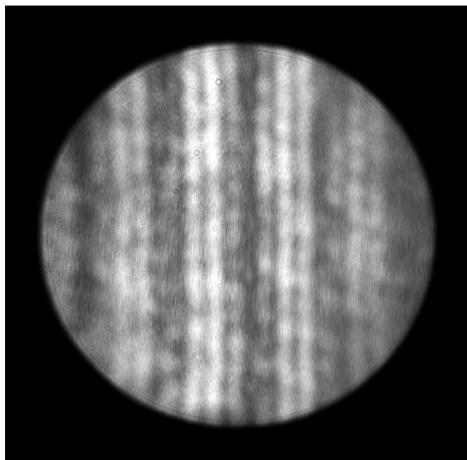
Bei scharfer Einstellung des Objektivs erschiene das Bläschen in der Bildebene als kleiner, heller Fleck. Das Prinzip der MSI Methode besteht nun gerade in einer unscharfen Abbildung, so dass sich der kleine Fleck in der Bildebene zu einem Umriss der Apertur (hier ein Kreis) aufweitet, einem sogenannten Blendenbild. Das Kameraobjektiv empfängt mit der Frontlinse vom virtuellen Punkt des Bläschens (in Abb. 3 grau angedeutet) Licht aus dem Winkelbereich  $2\omega' = 3,15^\circ$ , der sich aus der Apertur des Objektivs und der Entfernung vom virtuellen Bläschen ergibt. Daraus erhält man mit Hilfe der geometrischen Optik  $2\omega = 2^\circ$ .



31° 31,5° 32° 32,5° 33°



31° 31,5° 32° 32,5° 33°



31° 31,5° 32° 32,5° 33°

Abb. 4: Vergleich von Experiment (links) mit Theorie (rechts). Dargestellt ist die Intensitätsverteilung im beobachteten Winkelbereich für 3 verschiedene große Bläschen. Die Durchmesser betragen: oben 1423  $\mu\text{m}$ , Mitte 685  $\mu\text{m}$  und unten 290  $\mu\text{m}$ . In den Blendenbildern links sind die Streifen gerade, weil die Schnittebene eine Symmetrieebene ist, durch die die Streifen normal hindurchstoßen. Weiter oberhalb und unterhalb des Bildes wölben sich die Streifen.

Innerhalb des Blendenbildes erscheint die im Winkelbereich  $2\omega$  von etwa  $2^\circ$  enthaltene Streulichtverteilung in Form vertikaler Streifen. Abb. 4 zeigt zu drei experimentellen Mustern die jeweils gerechneten Streulichtverteilungen im gewählten Aperturwinkelbereich. An den Mustern fällt auf, dass der Grobstruktur der Streifen eine Feinstruktur überlagert ist, die sich in der Theorie detailliert wiederfindet. Diese Feinstruktur gewinnt insbesondere für sehr kleine Bläschen eine große Bedeutung, da sich durch sie eine erheblich höhere Genauigkeit erreichen lässt als durch die Verwendung der Grobstruktur allein. Das Vorhandensein dieser Feinstruktur hängt von der Positionierung der Kamera in Bezug auf die Polarisationsrichtung des Lasers ab. Am deutlichsten ist sie, wenn man die Kamera in einer zur Polarisationsrichtung des Lasers senkrechten Ebene durch den Laserstrahl positioniert.

Zur Umwertung des experimentellen Streifenmusters in einen Durchmesser stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, die auch von Graßmann (2003) erläutert werden. Im Kern geht es darum, das experimentell gewonnene Streifenmuster mit berechneten Mie-Streifenmustern bestmöglich abzugleichen, wobei  $d$  variiert wird. Wenn die bestmögliche Übereinstimmung erzielt ist, so ist der Durchmesser gefunden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde folgender Weg beschritten: Per Mie-Rechnung wurde zunächst ermittelt, wieviele Streifen  $n$  der Grobstruktur sich bei gegebenem Durchmesser im beobachteten Winkelbereich einfinden. Diese Zahl  $n$  wurde gegen den Durchmesser in Abb. 5 geplottet. Da der Winkelbereich relativ klein ist, ergibt sich eine fast perfekte Gerade. Nun kann man im Experiment die Streifen zählen und mit dem Diagramm den Durchmesser ermitteln. Da man beim Zählen u.U. den Fehler eines halben Streifens macht, kann man wie in Abb. 4 geschehen, den Durchmesser um den aus Abb. 5 gefundenen ein wenig variieren, bis der Abgleich sogar hinsichtlich der Feinstruktur stimmt. So erhält man z.B. für die etwas mehr als 11 Streifen im mittleren Bild von Abb. 4 zunächst mit der linearen Ausgleichsfunktion aus Abb. 5 ein Durchmesser von etwa  $672 \mu\text{m}$ . Der anschließende Feinabgleich ergab, wie in Abb. 4 angegeben, einen Durchmesser von  $685 \mu\text{m}$ .

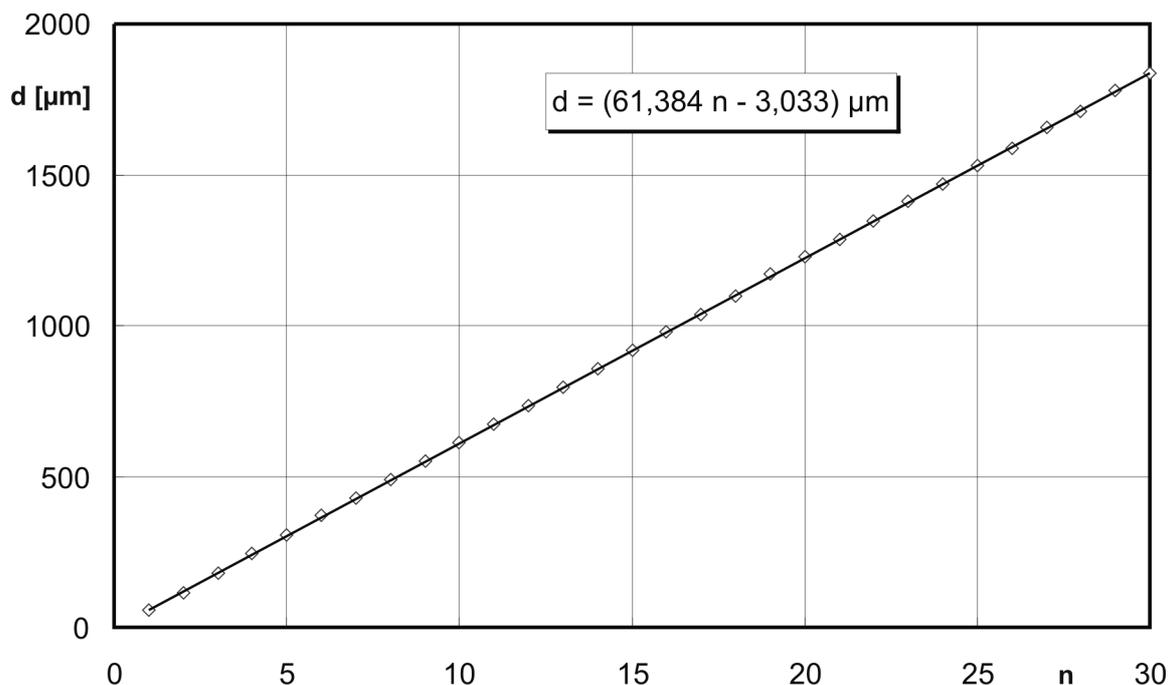


Abb. 5: Bläschendurchmesser  $d$  als Fkt. der „Grob-Streifenanzahl“  $n$  im beobachteten Winkelbereich

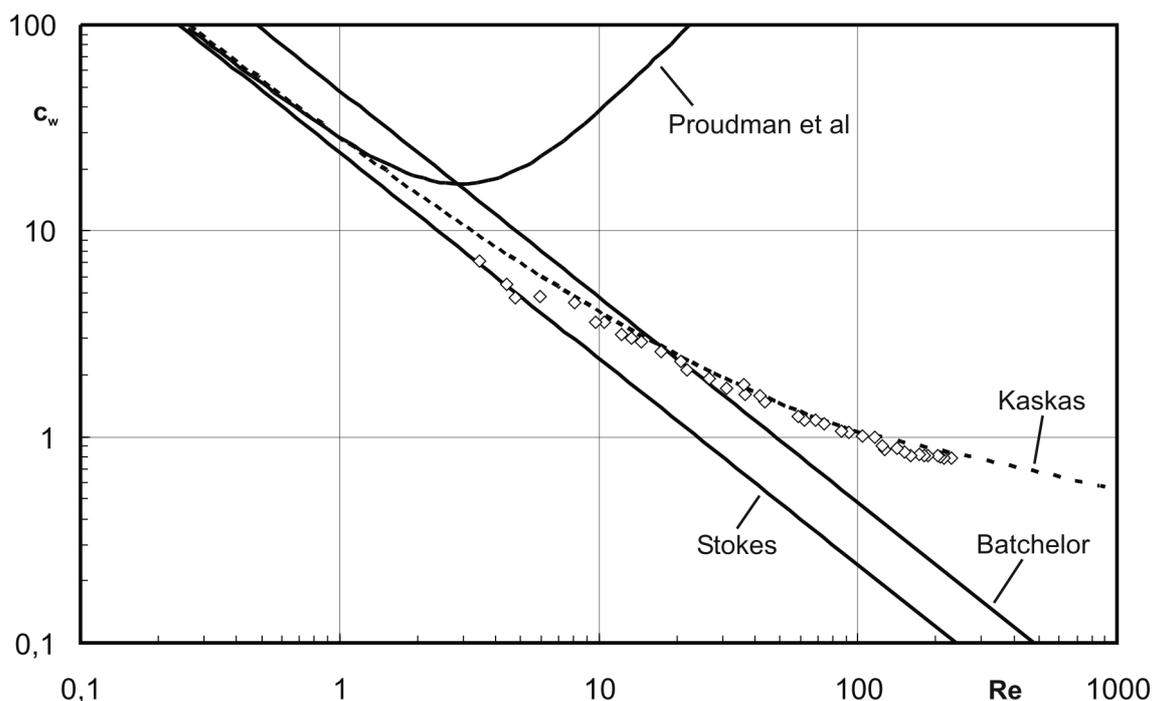


Abb. 6: Gemessene  $c_w$ -Werte für Bläschen (Karos) als Funktion von  $Re$  im Vergleich zu theoretischen Modellen (durchgezogene Kurven) und Messung an harten Kügelchen (gestrichelte Kurve)

### Der Widerstandsbeiwert des levitierten Bläschens

Aus dem Gleichgewicht der Auftriebskraft und der Widerstandskraft entwickelt man den Widerstandsbeiwert  $c_w$  in der Form ( $\cos \varphi \approx 1$ )

$$c_w = \frac{4gd}{3(r\Omega)^2}. \quad (1)$$

Die zugehörige Reynoldszahl lautet mit der kinematischen Viskosität  $\nu$

$$Re = \frac{r\Omega d}{\nu}. \quad (2)$$

Eine Messreihe wird folgendermaßen durchgeführt: Ein Bläschen wird injiziert und auf einem relativ großen Radius durch Einstellung einer entsprechenden Drehzahl stabilisiert. Hier werden Größe  $d$  und Radius  $r$  zum ersten Mal bestimmt. Nun nimmt durch Diffusion der Luft in das Wasser der Durchmesser langsam ab, worauf das Bläschen zu kleineren Radien  $r$  wandert, ohne seine Stabilität zu verlieren. Auf diese Weise lässt sich ein ganzer Reynoldszahlbereich im Verlauf einer Messung abdecken. Je nach Anfangssättigung des Wassers hat man ca. eine halbe Stunde Zeit, um das Bläschen bis zum Verschwinden in der Kammermitte zu beobachten. Die untere Grenze der optischen Bestimmung des Durchmessers wird noch zu untersuchen sein. Abb. 6. zeigt das Ergebnis einer solchen Messreihe mit Reynoldszahlen im Bereich von 3 bis 300 entsprechend Bläschengrößen zwischen 0,2 und 1,5 mm.

Mit herkömmlichen Aufsteigversuchen sind solche Daten nur mit ungleich höherem Aufwand zu erlangen, weil der aktuelle Durchmesser der Bläschen schwer zu erfassen ist und weil man keine direkte Kontrolle der Reinheit der Bläschenoberfläche hat. Letztere steht in

unserem Experiment unter stetiger Kontrolle, weil Verschmutzung zumindest bis in den Wellenlängenbereich des Lichtes eine "Verspeckung" der Streifen bewirkt. Entsprechend dieser Situation gibt es viele Messungen an festen Kugeln und wenige an Bläschen. Zum Vergleich wurde eine empirische Formel für feste Kugeln von Kaskas 1964, entnommen aus Brauer 1971 als gestrichelte Kurve geplottet, die sehr gute Übereinstimmung mit unseren Daten zeigt. Weiterhin sind noch die Stokes'sche Lösung der Kugel,  $24/Re$ , und die der Blase,  $48/Re$ , [Batchelor 2000] für kleine Reynoldszahlen eingetragen. Die Kurve nach Proudman, Pearson (1957) stellt eine erweiterte analytische Lösung der Kugelströmung dar. Für kleine Reynoldszahlen scheint sie mit der Stokes'schen Lösung und unseren Daten zusammenzulaufen während die Grenzlösung  $48/Re$  zu hoch liegt. Alle diese theoretischen Kurven sind Näherungen für den Fall kleiner Reynoldszahlen, die ihre Gültigkeit bereits für  $Re$  in der Größenordnung 1 verlieren. Dies zeigt deutlich, dass man von einer theoretischen Beschreibung des Widerstandes von Blasen in dem von uns beobachteten  $Re$ -Bereich noch weit entfernt ist.

## Zusammenfassung

Es ist gelungen eine neue Methode zur Levitation kleiner Bläschen im Submillimeterbereich zu etablieren. Die Anwendung der Mie Scattering Imaging Methode (MSI) auf diese Bläschen liefert Streifenbilder von ausgezeichneter Qualität. Es zeigt sich ein grobes Streifenmuster mit aufmodulierter Feinstruktur. Der Bläschendurchmesser ergibt sich in einfacher Weise aus dem Streifenabstand, wobei die Genauigkeit durch Auswertung der Feinstruktur erhöht werden kann. Nachdem nachgewiesen ist, dass sich kleine Bläschen im Streulicht sehr genau darstellen, kann eine Vielzahl von Fragen bearbeitet werden. Wir haben mit der Messung des Widerstandsbeiwertes begonnen, der sich im Reynoldszahlbereich von 3-300 in der Nähe der Werte von Kugeln findet.

## Literatur

- Batchelor, G.K., 2000: "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge University Press
- Brauer, H., 1971: "Grundlagen der Einphasen- und Mehrphasenströmungen", Sauerländer AG, Arau (Schweiz)
- Bohren, C.F., Huffman, D.R., 1983: "Absorption and scattering of light by small particles", Wiley
- Davis, E.J., Schweiger, G., 2002: "The Airborne Microparticle", Springer Verlag
- Graßmann, A., Peters, F., 2003: "Anwendung der Mie Scattering Imaging Methode auf die Untersuchung sphärischer Feststoffpartikel mit einem Durchmesser zwischen 2,5 und 20  $\mu\text{m}$ ", Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 11. Fachtagung der GALA e.V., Shaker Verlag
- Graßmann, A., 2003: "Größenbestimmung kleiner, dispergierter Tröpfchen mit einer bildgebenden Streulichtmethode: Mie Scattering Imaging", Shaker Verlag Aachen
- Kaskas, A., 1964: "Berechnung der stationären und instationären Bewegung von Kugeln in ruhenden und strömenden Medien", Diplomarbeit am Lehrstuhl für Thermodynamik und Verfahrenstechnik der Technischen Universität Berlin
- Lohse, D., 2003: "Bubble Puzzles", Physics Today, American Institute of Physics
- Mie, G., 1908: "Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen", Annalen der Physik, Vol. 25, No. 3, pp. 378-447
- Proudman, I., Pearson, J.R.A., 1957: "Expansions at small Reynolds number for the flow past a sphere and a circular cylinder", JFM 2, pp. 237-262