

Quantifizierung der Unsicherheit von Netzmessungen in einer Venturi-Düse bei unsicheren Zuströmbedingungen

Uncertainty quantification of velocity area methods inside a Venturi nozzle with uncertain inflow conditions

A. Weissenbrunner*, **J. Steinbock***, **A. Fiebach***, **T. Lederer***

*Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) - Institut Berlin, Abbestr. 2-12, 10587 Berlin

CFD, Netzmessungen, LDV, Unsicherheitsquantifizierung, Polynomial Chaos
CFD, velocity area methods, LDV, uncertainty quantification, Venturi

Zusammenfassung

Um den Volumenstrom von Wasser, das durch ein Rohr fließt, möglichst effizient mit Laser-Doppler-Velocimetrie (LDV) zu bestimmen, wird eine Venturi-Düse eingesetzt, um das Strömungsprofil in der Messebene zu vergleichmäßigen. Für die Rekonstruktion des Volumenstroms aus den LDV-Messpunkten wird üblicherweise die Netzmessung (Velocity Area Methoden) angewendet. Dabei wird ein ideales rotationssymmetrisches Profil angenommen. In diesem Beitrag wird mithilfe von CFD-Simulationen und Anwendung von Polynomial-Chaos-Methoden eine Unsicherheitsabschätzung des erwarteten Profils berechnet. Dabei werden drallbehaftete und asymmetrische Zuströmbedingungen in verschiedenen Abständen hinter einem Raumkrümmer angenommen. Ferner wird gezeigt wie sich die Abweichungen im Profil auf die Unsicherheit der Netzmessungen bei verschiedener azimuthaler Anordnung auswirken.

Einleitung

Die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) in Berlin, baut eine Durchflussprüfanlage für heißes Wasser ($> 100^\circ\text{C}$). In diesem Temperaturbereich ist eine klassische, auf volumetrischen oder gravimetrischen Verfahren basierende metrologische Rückführung nicht realisierbar. Daher kommt ein laser-optisches Normal für die Bestimmung des Referenzdurchflusses zum Einsatz. Es wird in einer Venturi-Düse, die gemäß der Norm DIN EN ISO 5167-3 ausgeführt ist (siehe Abb. 1), das Strömungsprofil mittels LDV abgetastet und durch Integration über der Querschnittsfläche der Volumenstrom bestimmt.

In diesem Anwendungsfall wird die Venturi-Düse genutzt, um mögliche Asymmetrien im Strömungsprofil zu homogenisieren. Es wird ein theoretisches Profil bei voll ausgebildeter Zuströmung in der Venturi-Kontur hergeleitet, siehe Abb. 2. Basierend auf diesem Profil kann eine Berechnung der Messunsicherheit durchgeführt werden. Jedoch stellt sich die Frage nach der Stabilität dieses Profils auch bei gestörten Zuströmbedingungen und somit nach einer Erweiterung der Unsicherheitsbetrachtung.

Im Folgenden wird die Auswirkung einer asymmetrischen und drallbehafteten Anströmung, wie sie durch einen Raumkrümmer erzeugt wird, auf das Geschwindigkeitsprofil in der Ven-

turi Düse ermittelt. Um diesen Effekt zu quantifizieren, wurde eine Polynomial-Chaos-Untersuchung mithilfe von CFD-Simulationen durchgeführt. Durch die Polynomial-Chaos-Methode kann, ähnlich der Monte-Carlo-Methode, die Auswirkung unsicherer Eingangsgrößen auf ein System bestimmt werden.

Damit kann sowohl das erwartete Profil als auch die dazugehörige Standardabweichung jedes Punktes effizient ermittelt werden. Es wird weiterhin der Einfluss der so berechneten Profilunsicherheit auf die Unsicherheit der Volumenstrombestimmung durch Netzmessungen gezeigt.

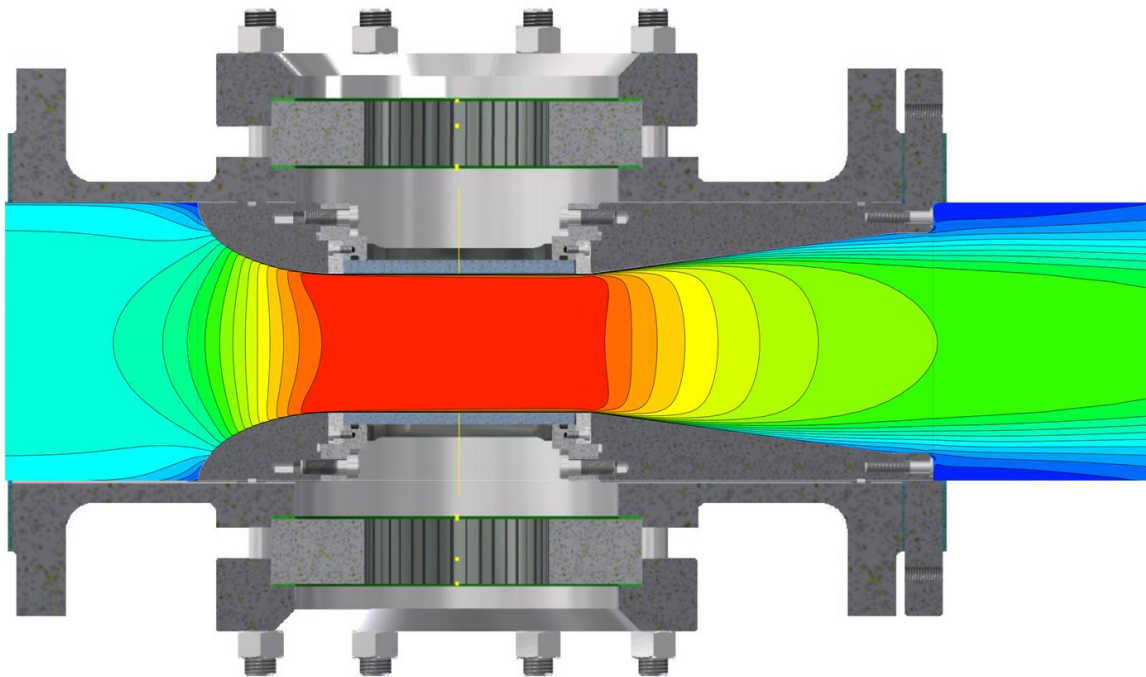


Abb. 1: Schnittansicht durch den optischen Zugang in der Venturi-Düse mit eingelegter CFD-Ansicht der dimensionslosen axialen Geschwindigkeitsverteilung

Klassische Netzmessungen

Bei Netzmessungen wird der Volumenstrom berechnet in dem der Querschnitt in gleich große Flächenelemente geteilt wird. Die Messposition jeder Teilfläche ist entweder durch den Flächenschwerpunkt oder der Position der Durchschnittsgeschwindigkeit in diesem Bereich gegeben. Der Durchfluss wird durch Multiplikation der mittleren gemessenen Geschwindigkeit mit der Fläche des Querschnitts bestimmt. Einige Verfahren wenden auch noch eine Extrapolation/Wandkorrektur an. In den Normen sind bis zu fünf radiale Messpunkte aufgeführt. Die Verfahren heißen log-linear (LL), Log-Tschebyscheff (LC), Schwerlinien (S) und Schwerlinien mit Wandkorrektur (SW). Sie sind in den Normen VDI 2640, ISO 3966 und ISO 3354 beschrieben und beruhen alle auf Winternitz 1957.

Um die Messpunkte an dem Ort der mittleren Geschwindigkeit zu positionieren, muss implizit ein Geschwindigkeitsverlauf über den Querschnitt angenommen werden. Wobei in den eben genannten Verfahren stets von einem voll ausgebildeten Rohrströmungsprofil mit einem logarithmischen Verlauf ausgegangen wird. Dieses bildet sich nur nach einer ausreichend langen geraden Rohrstrecke aus. In der Praxis sind diverse störende Elemente wie Krümmen, in die Rohrleitung ragende Dichtungen oder Abzweigungen in der Vorlaufstrecke zur Messung

verbaut. Daher weicht das Profil von der idealen Form ab, was zu Fehlern bei der Berechnung des Volumenstroms mit der oben genannten Methode führt.

Der genaue Profilverlauf an der Messposition ist nur schwer vorherzusagen und hängt von der individuellen Einbaukonfiguration ab. Dies wirkt sich direkt auf die zu erwartende Messunsicherheit aus. Durch die Verwendung einer Venturi-Kontur wird das unregelmäßige Strömungsprofil vergleichmäßigt. In der Kontraktion werden durch die Beschleunigung der Strömung die relativen Unterschiede in der Geschwindigkeit etwa auf ein Viertel reduziert.

Netzmessungen in einer Venturi-Düse

Das Strömungsprofil in einer Venturi-Düse hat nicht den Verlauf eines voll ausgebildeten logarithmischen Profils. Die im vorherigen Abschnitt genannten Verfahren können daher nicht ohne weiteres angewendet werden, ohne dass sich der Fehler erhöht.

In diesem Fall muss für die Berechnung des Volumenstroms mit Netzmessung ein Geschwindigkeitsprofil genutzt werden, wie es in einer Venturi-Düse vorherrscht.

Unter der Annahme, dass vor der Düse ideale Strömungsbedingungen herrschen, kann ein theoretischer Verlauf auf Basis eines Tangens-Hyperbolicus-Ansatzes

$$u(r) = u_0 \tanh \left(k \left(1 - \frac{r}{R} \right) \right)^b \quad (1)$$

hergeleitet werden, siehe auch Strunck 2011. Dabei bezeichnet r die lokale radiale Position und R den Innenradius des Rohres. Für jede spezielle Form der Düse und des Kontraktionsverhältnisses müssen die Parameter u_0 , k und b angepasst werden. Dazu wurden LDV-Messungen und numerische Simulationen bei den Reynoldszahlen 1×10^5 , 3×10^5 , 4.5×10^5 und 1×10^6 durchgeführt.

Die Parameter können in Abhängigkeit von der Reynoldszahl bestimmt werden, siehe Steinbock et al. Das theoretische Profil stellt eine gute Approximation sowohl der Messpunkte als auch der Simulationsergebnisse dar. Die Venturi-Profile sind in Wandnähe wesentlich steiler, in der Rohrmitte wesentlich flacher als ein voll ausgebildetes Strömungsprofil bei gleicher Reynoldszahl, siehe Abb. 2. Es stellt sich heraus, dass der Einfluss der Reynoldszahl auf die Profilform in der Venturi-Düse geringer ist als bei einem voll ausgebildeten Profil.

Auf Basis des theoretischen Profils aus Gleichung (1), können analog zu dem voll ausgebildeten Profil, optimale radiale Messpunkte gefunden werden. Der Volumenstrom Q ergibt sich aus dem Produkt des Flächenmaßes der Messebene A_q mit dem Mittelwert der N Messwerte \tilde{u}_i , das heißt

$$Q = \frac{A_q}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{u}_i.$$

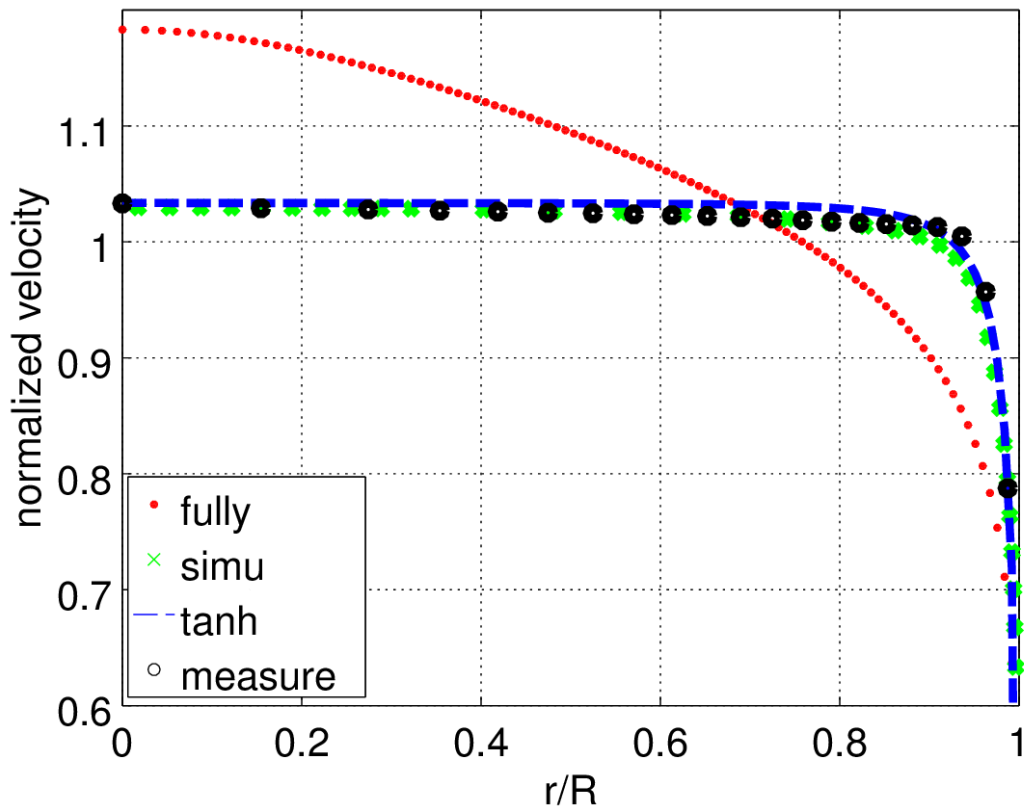


Abb. 2: Vergleich der normalisierten Geschwindigkeiten bei einer Reynoldszahl von 3×10^5 : das voll ausgebildete Profil nach Merzkirch et al. 2005 (rot $\cdot\cdot$), das simulierte Venturi Profil (grün x), das theoretische Tanh Profil (blau $- -$) und LDV-Messungen in der Venturi-Düse (schwarz o)

Unsicherheitsquantifizierung mit Polynomial-Chaos

Polynomial-Chaos ist eine weit verbreitete Methode zur Unsicherheitsquantifizierung. Sie geht zurück auf Wiener 1938. Die Idee ist eine Zerlegung der zufälligen Größe $u(x, \xi)$ in eine Reihe von orthogonalen Polynomen. Im Gegensatz zu dem klassischen Monte-Carlo-Ansatz, ist eine bessere Konvergenz zu erwarten.

Eine Größe $u(x, \xi)$, welche nicht nur von der örtlichen Variable x , sondern zusätzlich von der Zufallsgröße ξ abhängig ist, wird durch die Summe

$$u(x, \xi) = \sum_{i=0}^{\infty} \hat{u}_i \Psi_i(\xi)$$

approximiert. Dabei ist Ψ_i ein Element aus einer Familie von orthogonalen Polynomen und \hat{u}_i sind die dazugehörigen Moden. Der Erwartungswert, sowie die Varianz ergeben sich aus

$$E(u) = \hat{u}_0,$$

$$Var(u) = E(u^2) - E(u)^2 = \sum_{i=1}^{\infty} \hat{u}_i^2.$$

Eine detailliertere Beschreibung der Methode befindet sich z.B. in Le Maitre et al. 2010. Die Wahl der orthogonalen Polynome hängt von der Wahrscheinlichkeitsverteilung ab. In diesem Beitrag wird von gleichverteilten Zufallsvariablen ausgegangen. Gemäß dem Askey-Schema werden daher Legendre-Polynome als Ansatz in der Reihenentwicklung verwendet.

Unsicherheitsquantifizierung des Strömungsprofils in einer Venturi-Düse

In diesem Abschnitt wird das Verhalten einer Venturi-Düse bei gestörten Anströmbedingungen untersucht. Hierfür wird eine Zufallsvariable $\xi \in [5, 100]$ eingeführt, die den Abstand in Rohrdurchmessern zu einem Raumkrümmer, der vor der Venturi-Düse platziert ist, modelliert, siehe Prinzipskizze Abb. 3.

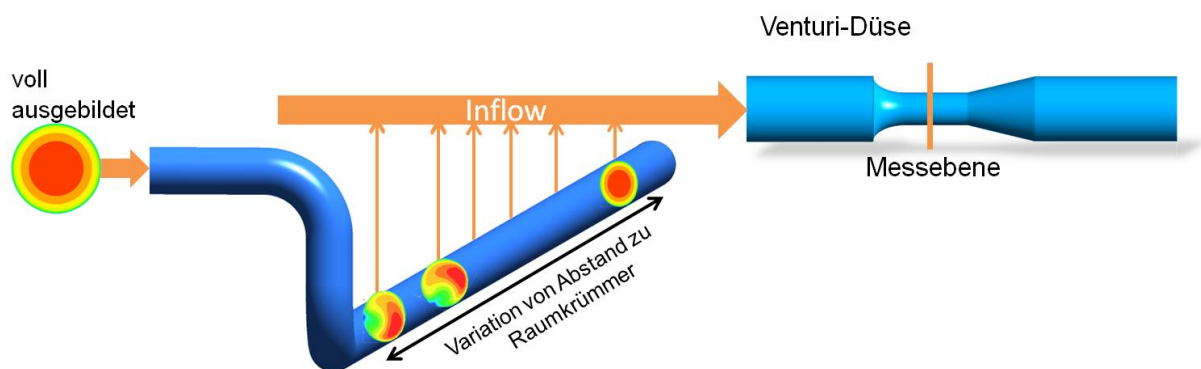


Abb. 3: Prinzipskizze des numerischen Versuchs: Ein Raumkrümmer vor einer Venturi-Düse mit variablem Abstand

Es wurde ein Raumkrümmer bei einer Reynoldszahl von 3×10^5 simuliert. Die Geschwindigkeitsprofile an 20 Ebenen hinter dem Raumkrümmer wurden als Einlass-Randbedingung für die Simulation der Strömung durch die Venturi-Düse genutzt. Dabei wurde die kommerzielle Software Ansys CFX verwendet. Für die Turbulenzmodellierung wurde das κ - ω Modell gewählt, siehe Wilcox 1994.

Ein Raumkrümmer erzeugt ein durch Asymmetrie und Drall gestörtes Strömungsprofil, das sich mit steigendem Abstand normalisiert. In der Verjüngung der Venturi-Düse wird ein gestörtes Anströmprofil geglättet. Abb. 4 zeigt das erwartete Geschwindigkeitsprofil und die dazugehörige Standardabweichung in der Messebene als Konturplot. Der Profilverlauf des Erwartungswertes der axialen Geschwindigkeit ist im wandfernen Bereich sehr flach und besitzt einen steilen Gradienten in der Nähe der Rohrwand. Die Standardabweichung weist in der Rohrmitte sehr kleine Werte auf die sich sternförmig bis in Wandnähe ziehen. In nahezu periodischen Abständen befinden sich Bereiche höherer Werte bis zu 1,6 %.

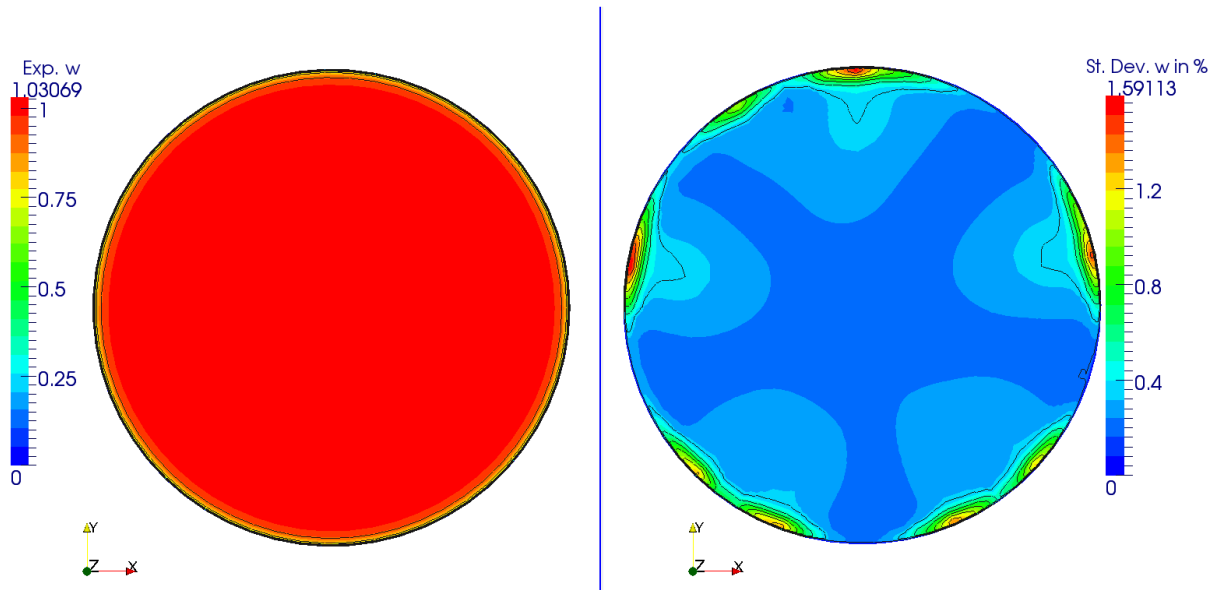


Abb. 4: Konturplot des normierten erwarteten Profilverlaufs der axialen Geschwindigkeitskomponente w und der zugehörigen Standardabweichung relativ zur volumetrischen Geschwindigkeit in %

Unsicherheitsquantifizierung von Netzmessungen

In diesem Abschnitt soll die Unsicherheit von Netzmessungen bei gestörter Anströmung ermittelt werden. Hierbei sei angemerkt, dass hier nur die Unsicherheit betrachtet wird, die aus der Asymmetrie des Profils entsteht. Für eine vollständige Unsicherheitsanalyse der Durchflussbestimmung mittels Netzmessungen sind weitere Effekte zu berücksichtigen, siehe Steinbock et al. 2014, Juling et al. 2014.

Es werden Netzmessungen für die einzelnen Geschwindigkeitsprofile, welche aus der Variation des Abstandes zum Raumkrümmer entstanden sind, in der Verjüngung der Venturi-Düse durchgeführt, siehe Abb. 3. Aufgrund möglicher Asymmetrien werden bei Netzmessungen immer mehrere Pfade gemessen, siehe Abb. 5.

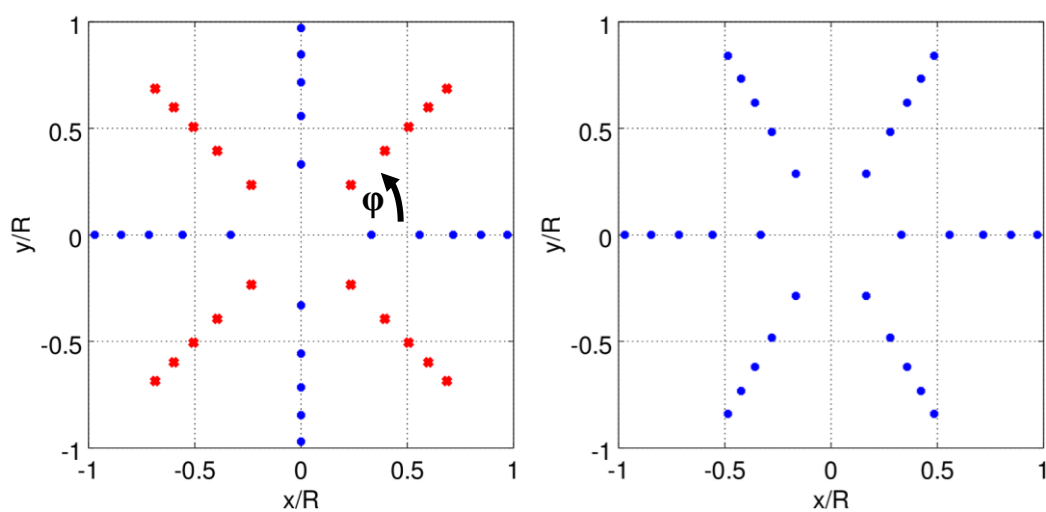


Abb.5: Anordnung der fünf Messpunkte, links: bei vier Messpfaden, einem Drehwinkel $\varphi = 0$ (blau \cdot) und $\varphi = \pi/4$ (rot \times), rechts: bei sechs Messpfaden und $\varphi = 0$.

Die Anzahl der Pfade spielt dabei eine wichtige Rolle. Je mehr Pfade gemessen werden, desto exakter ist die Volumenstrombestimmung. Jedoch steigt damit der Zeitaufwand für die Netzmessung. Daher ist es wünschenswert mit möglichst wenig Pfaden den Volumenstrom möglichst genau zu bestimmen. Abb. 5 zeigt die Anordnung bei vier und sechs Messpfaden mit je fünf Messpunkten. Im Folgenden wird mit einer weiteren gleichverteilten Zufallsvariable φ , der Drehwinkel der Messpfade modelliert, siehe Abb. 5 links. Wobei der Definitionsbereich von $\varphi \in [0, 2\pi/n]$ von der Anzahl der Messpfade n abhängt. Bei vier Messpfaden ergibt sich z.B. $\varphi \in [0, \pi/2]$.

Im Folgenden wird die prozentuale Abweichung ε des durch Netzmessung ermittelten Volumenstroms Q_{netz} mit dem Exakten Wert Q_{ex} durch

$$\varepsilon = 100 \frac{Q_{netz} - Q_{ex}}{Q_{ex}}$$

definiert. Bei Variation des Winkels der Messpfadanordnung ergibt sich ein erwarteter Fehler, der kaum abhängig ist vom Abstand zum Raumkrümmer, siehe Abb. 6 in türkis. Die Standardabweichung vom Erwartungswert ist bei wenigen Messpfaden dagegen stark von der Wahl des Winkels φ abhängig, siehe Abb. 6 links in roten und blauen Fehlerbalken dargestellt. Bei der Wahl von mehr Messpfaden ist die Abhängigkeit vom Winkel auch kurz hinter dem Raumkrümmer geringer ($< 0.15\%$), siehe Abb. 6 rechts. Diese Abweichungen sind der Asymmetrie der Strömungsprofile geschuldet und nehmen mit steigendem Abstand zum Raumkrümmer ab.

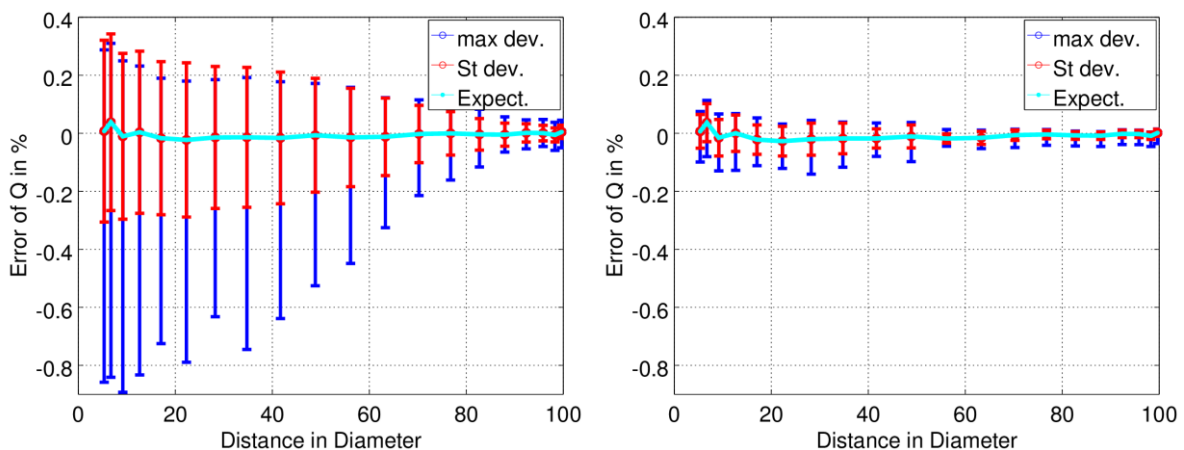


Abb. 6: Verlauf des Erwartungswertes (türkis) über den Abstand des Raumkrümmers mit der Standardabweichung (rote Fehlerbalken) und der maximalen/minimalen Abweichung (blaue Fehlerbalken) durch Variation der Winkel φ . Links bei 2, rechts bei 8 Messpfaden.

Im nächsten Schritt werden sowohl der Winkel φ , als auch der Abstand der Venturi-Düse zum Raumkrümmer als Zufallsvariablen angenommen. Abb. 7 zeigt den Verlauf des erwarteten Fehlers sowie der Standardabweichung über der Anzahl der Messpfade. Es ist zu erkennen, dass der Erwartungswert kaum von der Pfadanzahl abhängig ist, während die Standardabweichung bei steigender Messpfadanzahl von ca. 0,2 % bei 2 Pfaden, bis ca. 0,01 % abfällt. Die Standardabweichungen liegen ab einer Messpfadanzahl von sieben immer unter 0,05 %.

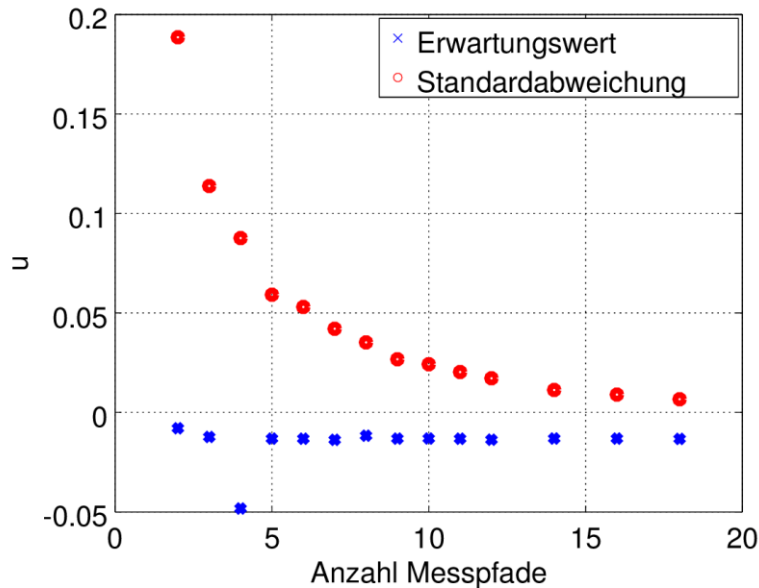


Abb.7: Verlauf des Erwartungswertes (rot, x) und der Standardabweichung (blau, o) über die Anzahl der gewählten Messpfade.

Fazit

Es wurde die Sensitivität des Strömungsprofils in einer Venturi-Düse bei gestörter Anströmung mit der Polynomial-Chaos-Methode quantifiziert. Dabei wurden die gestörten Strömungsprofile durch CFD-Simulation eines Raumkrümmers erzeugt. Ferner wurde die Unsicherheit der Volumenstrombestimmung bei Netzmessungen quantifiziert. Es wurden dafür verschiedene Anzahlen von Messpfaden in verschiedenen Drehwinkeln mit je fünf radialen Messpunkten berücksichtigt. Dabei stellte sich heraus, dass ab sieben Messpfaden die Standardabweichung unter 0.05 % liegt.

Dankesworte

Die Autoren bedanken sich bei den Mitarbeitern des FB 7.52 und 8.41, insbesondere bei Herrn Markus Juling und Herrn Konstantin Richter, welche die Referenzmessungen möglich gemacht haben.

Literatur

Winternitz, F., 1957. A Simplified Integration Technique for Pipe-Flow Measurement. Water Power, 225–234.

VDI / VDE, 1993. VDI 2640 - Blatt 1: Netzmessung in Strömungsquerschnitten - Allgemeine Richtlinien und mathematische Grundlagen. VDI / VDE Standard.

ISO / TC 30 / SC 5, 2008. ISO 3354: Measurement of clean water flow in closed conduits- Velocity-area method using current meters in full conduits and under regular flow conditions. ISO Standard.

ISO / TC 30 / SC 5, 2008. ISO 3966: Measurement of fluid flow in closed conduits - Velocity area method using Pitot static tubes. ISO Standard.

Strunck, V., Mikan, B. et al., 2011. Durchflussmessung am optischen Normal für Erdgas unter Hochdruck. Fachtagung Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik 19, online, (accessed 2014-04-14).

Wiener, N., 1938. The homogeneous chaos. Amer. J. Math., 60:897–936

Steinbock, J., Juling, M., Lederer, T., 2014, Unsicherheit der LDA-Profilrekonstruktion, Fachtagung Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik 22

Juling, M., Steinbock, J., Lederer, T., 2014, Entwicklung eines hochpräzisen Positioniersystems für ein LDA-Volumenstrommessnormal, Fachtagung Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik 22

Le Maitre, O., P., Knio, O. M., 2010 Spectral Methods for Uncertainty Quantification. Springer, Dordrecht.

Merzkirch, W. et al., 2005. Fluid Mechanics of Flow Metering. Springer-Verlag. 190
URL <http://www.springer.com/materials/mechanics/book/978-3-540-22242-2>

Steinbock, J., Weissenbrunner, A., et al., Uncertainty evaluation for Velocity-area methods, (in preparation)

Wilcox, D., C., 1994. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries.