

Geschwindigkeiten und Temperaturen im vertikalen, beheizten Spalt

Velocity and Temperature Distribution in a vertical slit

Ricardo Buder, Christian Friebe, Andreas Hantsch, Dirk Kesslau

*Institut für Luft- und Kältetechnik, Bertolt-Brecht-Allee 20, 01309 Dresden

Auftrieb, natürliche Konvektion, Temperatur, Geschwindigkeit
buoyancy, natural convection, temperature, velocity

Kurzreferat

Diese Arbeit befasst sich mit der Temperatur- und Geschwindigkeitsgrenzschicht im senkrechten, symmetrisch beheizten Spalt. Die Untersuchungen erfolgten numerisch (OpenFoam) und experimentell mittels Laser-Doppler-Anemometrie (LDA), Particle-Image-Velocimetry (PIV) und Hintergrund-Schlieren-Methode (BOS). Es erfolgte ein Vergleich der gemessenen Geschwindigkeiten mittels PIV und LDA, sowie der Vergleich der Geschwindigkeiten zwischen Simulation und Messung und zwischen dem berechneten Temperaturfeld und der Messung des selbigen mittels BOS. Die Untersuchungen erfolgten für Rayleigh-Zahlen im Bereich von 30 bis $3,5 \times 10^4$.

Einleitung

Die Ausbildung einer konvektiv getriebenen Strömung zwischen zwei beheizten Wänden spielt in vielen technischen Anwendungen eine Rolle. Dies sind zum Beispiel Plattenheizkörper in Wohnungen oder abzukühlendes Gut nach einem Fertigungsprozess.

Für die Untersuchungen wurde ein vereinfachtes Modell verwendet (siehe Abbildung 1).

Zwei frei im Raum positionierte Seitenwände aus schwarz eloxiertem Aluminium ($180 \times 400 \text{ mm}^2$) sind auf den Rückseiten wärmegeämmt ($\lambda = 0,04 \text{ W/(m K)}$, $\delta = 10 \text{ mm}$). Zwischen Wärmedämmung und Aluminiumwand befindet sich eine elektrische Heizung ($P_{\text{max}} = 100 \text{ W}$ bei $U = 12 \text{ V DC}$). Für die Vergleichbarkeit der Messungen wurde zwischen Wärmedämmung und Heizelemente ein PT100-Temperaturfühler integriert. Die Bestimmung der Verlustleistung \dot{Q}_v der Wände erfolgte mit einem Spalt $b = 0 \text{ mm}$ für verschiedene Temperaturen. Unter Vernachlässigung der Strahlungsanteile gilt der Erste Hauptsatz der Thermodynamik für die Wand:

$$0 = P_{\text{el}} + \dot{Q}_{\text{konv}} + \dot{Q}_v \quad (1)$$

Alle Messungen erfolgten bei jeweils konstanter Wandtemperatur (gemessen mit dem PT100). Als Kenngröße wird nach Elenbaas (1942) die angepasste Rayleigh-Zahl

$$Ra^* = Gr Pr \frac{b}{L} = \frac{|g| \beta_0 (T - T_0) b^3}{\nu^2} Pr \frac{b}{L} \quad (2)$$

verwendet. Hierin sind $|g|$ die Erdbeschleunigung, β_0 der volumetrische Ausdehnungskoeffizient, $(T - T_0)$ die Temperaturdifferenz zwischen der Oberfläche und der ungestörten Anströmung, b und L die Spaltbreite und Spalthöhe, ν die Viskosität des Mediums bei Wandtemperatur sowie Pr die Prandtl-Zahl des Mediums bei Wandtemperatur. Die Abbildung 1

zeigt die verwendeten Größen. Die Untersuchungen erfolgten nach der in der Tabelle 1 dargestellten Matrix.

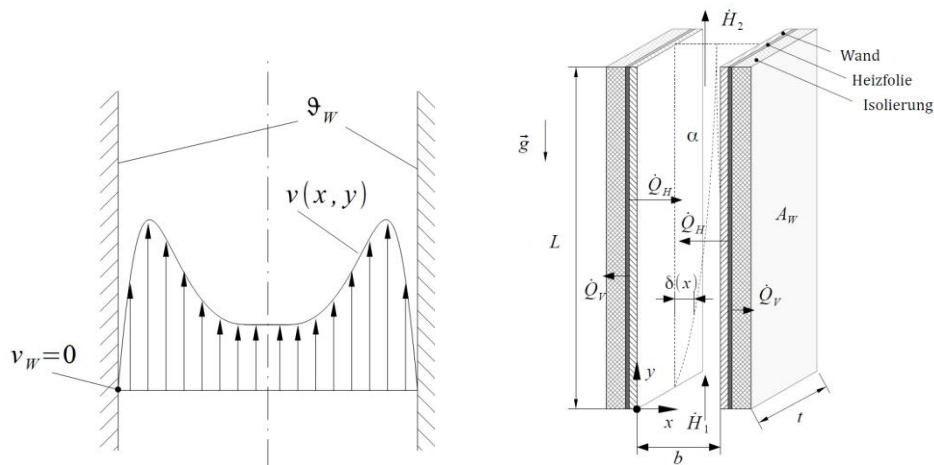


Abbildung 1: Erwartete Verteilung der Geschwindigkeiten im beheizten Spalt und Beschreibung der verwendeten Größen mit idealisierter Energiebilanzierung

Tabelle 1: Versuchsmatrix und zugehörige Ra^* (hier vorgestellte Ergebnisse unterstrichen)

Ra^*	T_W in °C				
	35,4	45,5	52,3	60,2	
b in m	0,01	31	<u>45</u>	51	<u>57</u>
	0,02	499	713	820	914
	0,03	2529	<u>3609</u>	4149	<u>4626</u>
	0,05	<u>19510</u>	<u>27850</u>	32013	35695

Experimentelle Untersuchungen

Bestimmung der Geschwindigkeit mit Particle-Image-Velocimetry (PIV)

Die Vermessung der Geschwindigkeitsfelder zwischen den parallel beheizten Platten erfolgte mit dem Verfahren der Particle-Image-Velocimetry (PIV). Das Messprinzip (s. Abbildung 2) basiert auf der hochfrequenten, digitalen Bildaufnahme beleuchteter Ölpartikel, die der zu untersuchenden Strömung folgen. Innerhalb eines sehr kurzen Zeitabstandes wird ein Doppelbild erzeugt und aus definierten Abfragebereichen per Kreuzkorrelation die wahrscheinliche Partikelgeschwindigkeit berechnet. Um die Partikel in der Bildverarbeitung zuverlässig detektieren zu können, werden hochenergetische, gepulste Laserebenen für die Kontrasterzeugung und ein lichtempfindlicher CCD-Chip in der Kamera verwendet. Das Verfahren erlaubt es, innerhalb kürzester Zeit ein detailliertes Strömungsfeld berührungslos zu vermessen. Für die Bestimmung der Geschwindigkeitsprofile über der gesamten Plattenhöhe wurde eine Traversiervorrichtung verwendet. Um bereits am Spalteintritt eine ausreichende Ausleuchtung zu erreichen, wurde ein Umlenkspiegel verwendet.

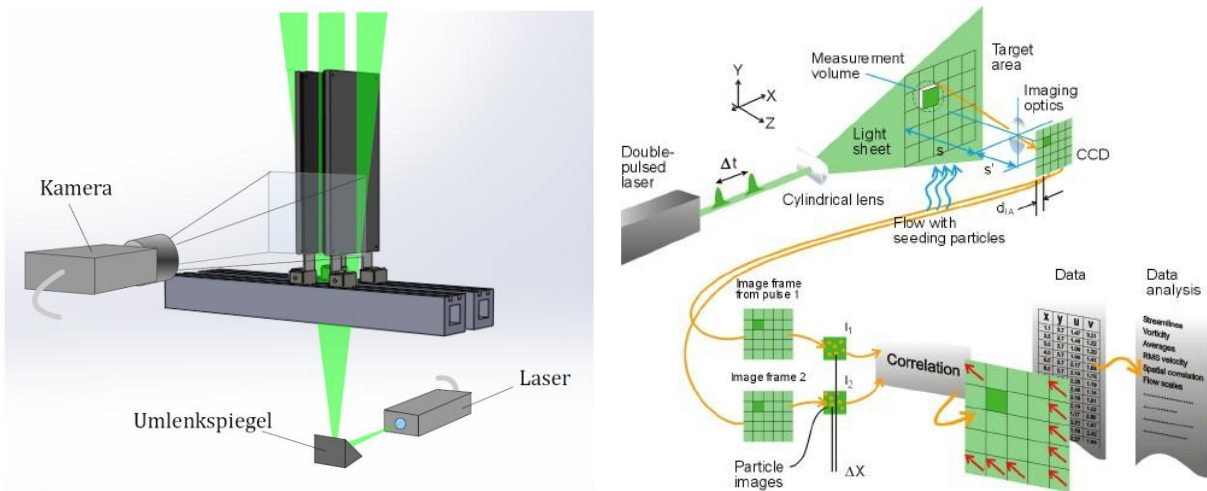


Abbildung 2: Versuchsaufbau bei der PIV (links), Messprinzip der PIV (rechts) nach Dantec (2015)

Bestimmung der Geschwindigkeit mit Laser-Doppler-Anemometrie (LDA)

Die Laser-Doppler-Anemometrie (kurz LDA) basiert auf dem Prinzip der Frequenzverschiebung f_D von Laserlicht aufgrund der Reflektion einer bewegten Lichtquelle. Um ein eindeutig interpretierbares Signal zu erhalten, wird die Überlagerung zweier kohärenter Laserstrahlen in einem definierten Winkel und als Lichtquelle ein definierter Ölnebel verwendet. Durch trigonometrische Umformungen ergibt sich eine direkte physikalische Abhängigkeit zwischen der Frequenzverschiebung f_D und dem zur Winkelhalbierenden orthogonalen Partikelgeschwindigkeitsbetrag v_P

$$f_D = \frac{2 \sin \alpha}{\lambda_0} v_P .$$

Um neben dem Geschwindigkeitsbetrag auch die Richtung der Strömung (positive oder negative Richtung in Bezug auf x) erfassen zu können, wird eine Phasenverschiebung des Laserlichtes mittels einer Bragg-Zelle erzeugt. Überlagern sich Referenz- und phasenverschobener Strahl, entsteht eine Interferenzbewegung, die auf die Partikelrichtung im Messvolumen schließen lässt (s. Abbildung 3).

Bestimmung der Temperaturverteilung mit Hintergrund-Schlieren-Verfahren (BOS)

Die Bestimmung der Temperatur erfolgt mit einem Hintergrund-Schlieren-Verfahren (BOS). Dazu wird die Verschiebung eines Hintergrundmusters (siehe Abbildung 4) bestimmt. Die Verschiebung ergibt sich aus der einem Gradienten des Brechungsindex n normal zur Betrachtungsrichtung z .

Der Winkel der Ablenkung ϵ normal zur Betrachtungsebene berechnet sich nach Pedrotti (1996) und Eckelmann (1997) aus der Beziehung

$$\epsilon_{x,y} = \int \frac{1}{n_0} \frac{\partial n}{\partial(x,y)} dz \quad (3)$$

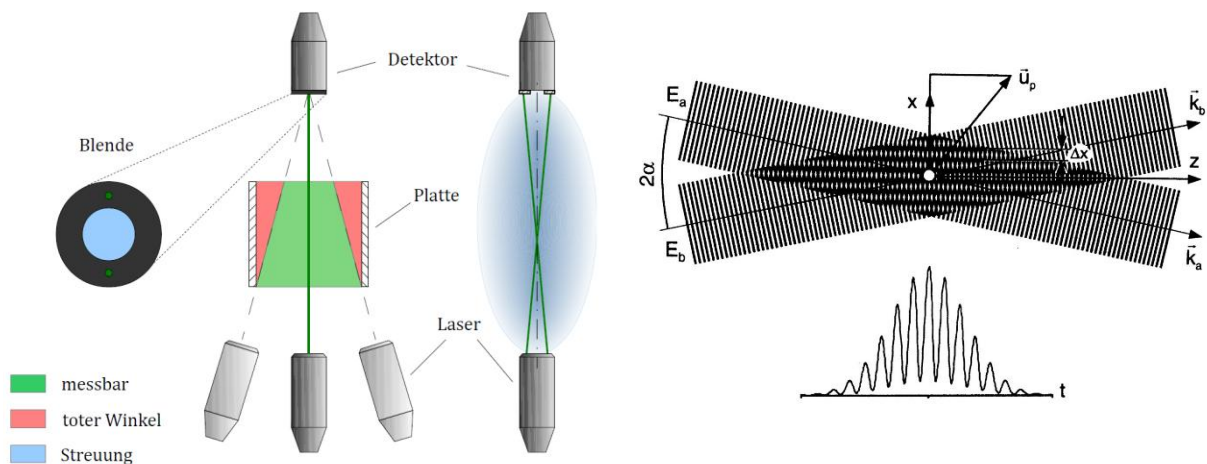


Abbildung 3: Positionierung des Messpunktes der LDA im Spalt (links), Messprinzip der Laser-Doppler-Anemometrie (rechts) nach Zhang (2010)

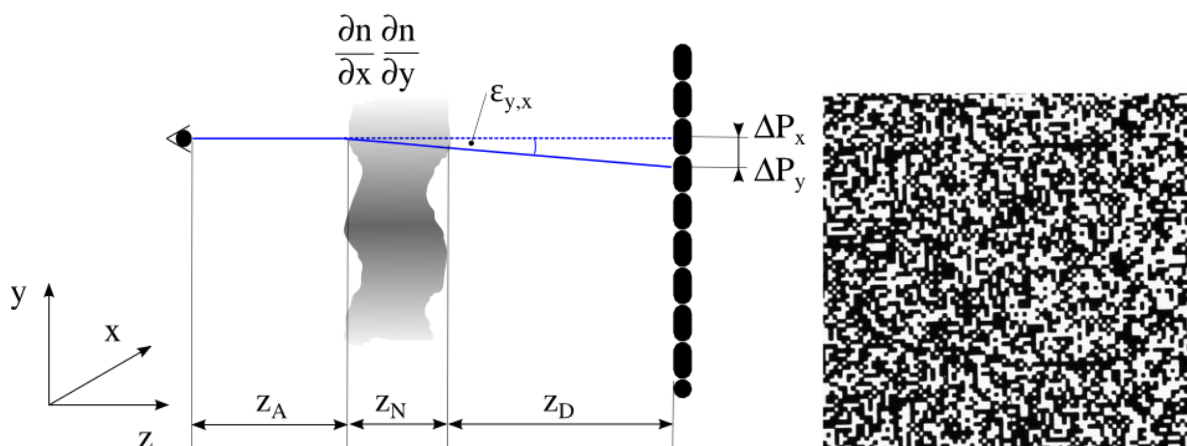


Abbildung 4: Prinzipdarstellung der Verschiebung des Hintergrundes durch einen Gradienten des Brechungsindex in der optischen Achse und verwendetes zufallsgeneriertes Hintergrundmuster

Nach Vinnichenki (2011) ergibt sich durch Erweitern dieser Gleichung die Poisson-Gleichung zur Berechnung des skalaren Brechungsindex aus dem Gradientenfeld der Hintergrundverschiebung

$$\nabla^2 n = -\frac{2}{z_D(2z_D + z_N)} \left(\frac{\partial(\Delta P_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\Delta P_y)}{\partial y} \right) \quad (4)$$

Aus der Gladstone-Dale-Beziehung (Gladstone, 1863) und der allgemeinen Gasgleichung kann aus dem Brechungsindex die Temperatur berechnet werden

$$T = \frac{p K}{R(n-1)} \quad (5)$$

Dabei ist p der Druck, K die Gladstone-Dale-Konstante und R die spezifische Gaskonstante des Mediums Luft.

Numerisches Modell

Zur numerischen Berechnung der vorliegenden Problemstellung müssen die Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie gelöst werden. Unter der Annahme eines stationären

ren, laminaren und inkompressiblen Strömungszustandes mit konstanten Stoffwerten lauten diese (Bird et al., 1960; Patankar, 1980):

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (6)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \beta \mathbf{g}(T - T_0), \quad (7)$$

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)T = \frac{\lambda}{\rho_0 c_p} \nabla^2 T. \quad (8)$$

Hierin sind \mathbf{u} der Geschwindigkeitsvektor, p der Druck, T die Temperatur, ρ_0 die Dichte bei Referenztemperatur T_0 , ν die kinematische Viskosität, λ die Wärmeleitfähigkeit, c_p die spezifische Wärmekapazität, β der Ausdehnungskoeffizient, \mathbf{g} der Fallbeschleunigungsvektor und $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)^T$ der Nabla-Operator. Der letzte Term in Gl. (7) ist der Auftriebsterm, für dessen Herleitung die Boussinesq-Approximation verwendet wird (siehe z. B. Patankar, 1980).

Zur Lösung der Gl. (6) bis (8) wird das in Abbildung 5 schematisch dargestellte Gebiet unter Ausnutzung der systemimmanenten Symmetrien verwendet. Für die zweidimensionalen Berechnungen wird angenommen, dass die Platte hinreichend breit ist, um Kanteneffekte zu vermeiden, wohingegen bei dreidimensionalen Berechnungen die reale Plattenbreite verwendet wird (Abbildung 5b).

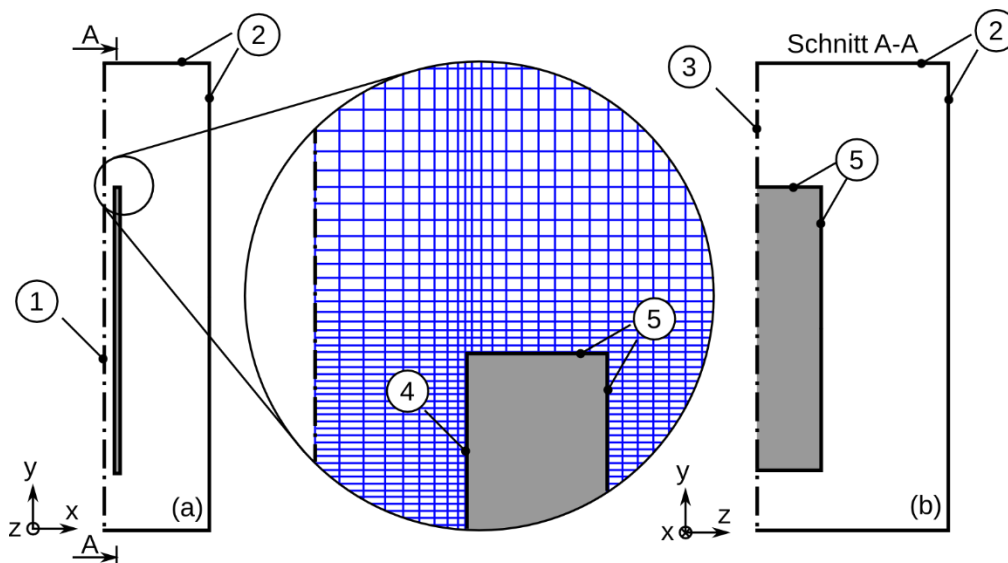


Abbildung 5: Schematische Darstellung des Berechnungsgebietes für zweidimensionale Berechnung (Abb. (a), eine Zelle in z-Richtung) und dreidimensionale Berechnungen (Abb. (a) und (b)): Symmetrieachse (1), äußere Wand (2), 2. Symmetrieachse (3), beheizte innere Wand (4), innere Wand (5)

Das numerische Gitter ist kartesisch und zu den wärmeübertragenden Wänden hin feiner aufgelöst. Vorversuche haben gezeigt, dass eine Auflösung im Kanal von $25 \times 500 \times 100$ Zellen hinreichend genau ist.

An allen Wänden wird eine no-slip-Bedingung angesetzt, wobei die Temperatur als Randbedingung 1. Art festgelegt wird. Die Temperaturfestlegung erfolgt derart, dass die Temperatur der beheizten Wand um den geforderten Wert ΔT größer ist als an allen anderen Wänden. An den Symmetrierändern werden alle relevanten Gradienten auf null gesetzt.

Ergebnisse und Diskussion

Für die Ergebnisdarstellung werden die Größen über die Beziehungen

$$\frac{u}{u_{\text{ref}}}, \frac{x}{b}, \frac{y}{L}, \text{ wobei } u_{\text{ref}} = \sqrt{\beta_0 |g| b (T - T_0)} \quad (9)$$

normiert. Hierbei ist u_{ref} die Referenzgeschwindigkeit, welches sich aus der Entdimensionalisierung des Auftriebstermes in Gl. (7) ergibt.

Die Ergebnisse der hier vorgestellten Untersuchungen sind in Abbildung 6 dargestellt. Dabei wird die örtliche normierte Geschwindigkeit in Abhängigkeit der transversalen Richtung und als Parameter in lateraler Richtung gezeigt. Dabei gelten folgende symbolische Zuordnungen: $y/L = 0$ (\square), 0,2 (\circ), 0,5 (\triangle), 1 (∇), wobei für LDA-Ergebnisse offene und für PIV-Ergebnisse geschlossene Symbole verwendet werden. Weiterhin sind die Ergebnisse der numerischen zweidimensionalen Berechnungen als offene Symbole verbunden mit einer Linie gezeigt. Die Ergebnisse einer dreidimensionalen Berechnung werden wie die der zweidimensionalen Berechnung, aber mit größeren Symbolen gezeigt. Von oben nach unten verringert sich die Kanalweite b , wohingegen in den beiden Spalten jeweils für unterschiedliche Temperaturdifferenzen aufgetragen wird.

Aus den beiden oberen Teilabbildungen ist ersichtlich, dass die Ergebnisse von PIV und LDA qualitativ gut zusammenpassen, für die geringere treibende Temperaturdifferenz jedoch stärker voneinander abweichen. Eine mögliche Ursache für diese Beobachtung ist, dass die PIV- und LDA-Messungen in unterschiedlichen Räumen stattfanden und dabei trotz aller Vorkehrungen äußere Strömungsantriebe stärker störend wirken. Weiterhin ist ersichtlich dass die Ergebnisse der numerischen Berechnung nur bedingt die Messungen abbilden. Insbesondere fällt die Rückströmung in der Kanalmitte auf. Eine Ursache für dieses Verhalten liegt in dem Einfluss von Randeffekten. Während die Messungen an der realen Geometrie durchgeführt wurden, wurde für die Berechnung ein zweidimensionales und symmetrisches Berechnungsgebiet angenommen. Damit ist eine Induktion von Umgebungsluft über die Ränder ausgeschlossen, welche zweifelsohne stattfand, wie an der deutlich gestiegenen querschnittsgemittelten Strömungsgeschwindigkeit ersichtlich ist. Der Unterschied durch Dichteänderungen liegt bei etwa 10%.

Für die engeren Spalte (unteren vier Teilabbildungen) ist generell eine sehr gute Übereinstimmung zwischen PIV und LDA zu beobachten, wohingegen für die zweidimensionalen numerischen Berechnungen maximal qualitative Übereinstimmung gegeben ist. Anders verhält es sich für die dreidimensionale Berechnung (rechts unten), welche mit großen Symbolen dargestellt wird. Hier ist in den unteren beiden Schnittebenen sehr gute Übereinstimmung zu den Messungen zu konstatieren. Weiter stromab besteht qualitative Übereinstimmung bei einer Abweichung von etwas weniger als 50%. Hier wird demnach die Induktion von Umgebungsluft weiterhin unterschätzt.

Abbildung 7 zeigt die Ergebnisse der BOS-Messungen im Vergleich zu den numerischen Berechnungen. Im oberen Teil ist die normierte gemessene Verschiebung des Hintergrundes in x-Richtung zu sehen, aus welcher mittels numerischer Lösung der Laplace-Gleichung, Gl. (4), und Gl. (5) die Temperatur berechnet werden kann. Der direkte Vergleich zu dem Ergebnis aus der entsprechenden dreidimensionalen Strömungsberechnung zeigt sehr gute Übereinstimmung.

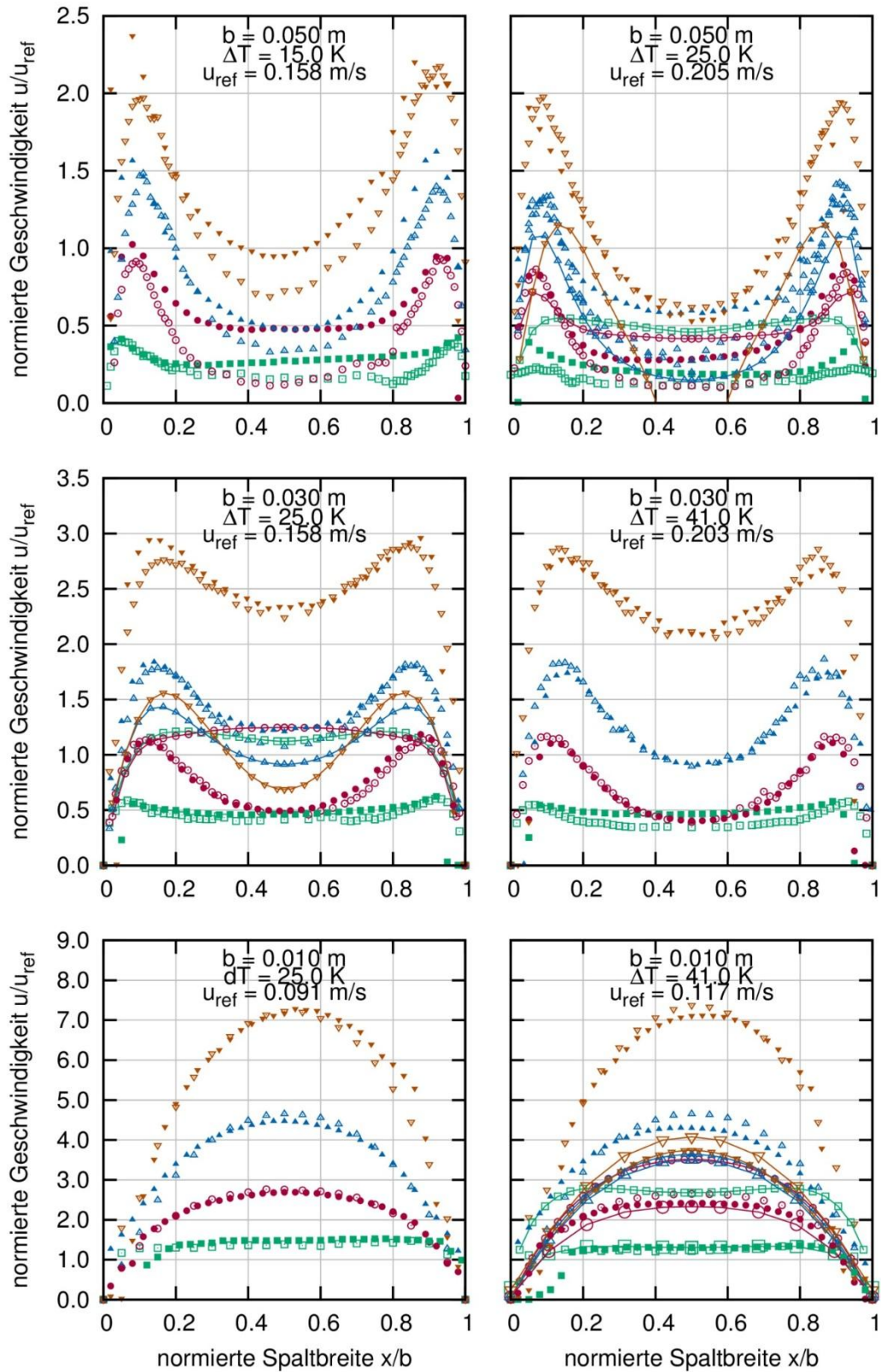


Abbildung 6: Vergleich der Geschwindigkeiten bei verschiedenen Einstellungen (LDA: offene Symbole, PIV, geschlossene Symbole, 2-D-Numerik: Line mit offenen Symbolen, $y/L=0$: \square , $0,2$: \circ , $0,5$: \triangle , 1 : ∇), 3-D-Numerik analog 2-D-Numerik aber mit vergrößerten Symbolen

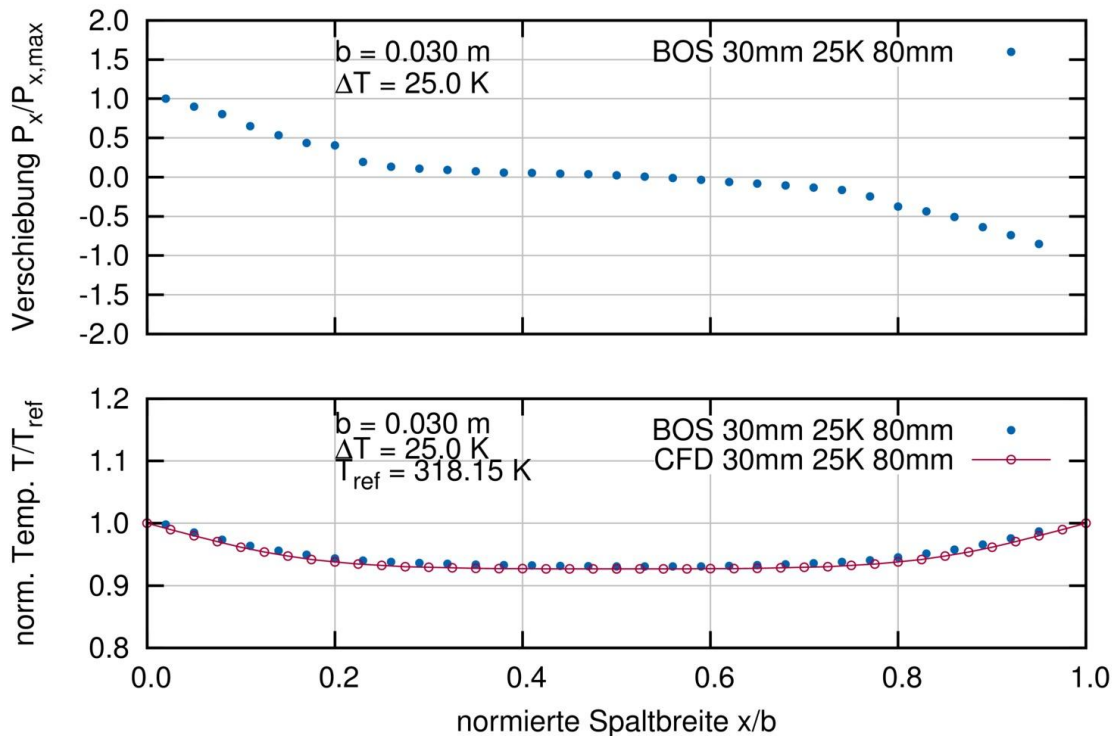


Abbildung 7: Ergebnisse der BOS-Messungen im Vergleich mit numerischer Berechnung (CFD)

Zusammenfassung

Es wurden die Ergebnisse einer Untersuchung vorgestellt, die sich mit der Konvektion in einem symmetrisch beheizten Spalt beschäftigt. Mittels LDA und PIV wurden Messungen bei verschiedenen Spaltabständen und Oberflächentemperaturen durchgeführt. Ergänzend hierzu erfolgte die Bestimmung der Temperaturverteilung an einem Fall. Die Messungen zeigen eine gute Übereinstimmung der Geschwindigkeitsverteilungen trotz geänderter Versuchsbedingungen. Der Vergleich mit den numerischen Berechnungen zeigt, dass ungeachtet des vorliegenden symmetrischen Falles (die Messungen erfolgten in der Mittelebene) ein zwei-dimensionaler Ansatz die Strömungsverhältnisse nur ungenügend abbilden kann. Grund ist hierfür der unerwartet hohe Randeinfluss an den Rändern des Spaltes. Dieser Einfluss steigt mit größer werdendem Spalt oder steigenden Oberflächentemperaturen.

Danksagung

Das diesem Beitrag zugrunde liegende Vorhaben wurde mit Mitteln des *Bundesministeriums für Wirtschaft und Technologie* unter dem Förderkennzeichen MF120091 gefördert.

Literatur

Bird, R. B., Stewart, W. E., Lightfoot, E. N. (1960): "Transport Phenomena", New York, John Wiley & Sons Inc.

Eckelmann, H. (1997): "Einführung in die Strömungsmeßtechnik", Leitfäden der angewandten Mathematik und Mechanik, Teubner-Verlag.

Elenbaas, W. (1942): "Heat dissipation of parallel plates by free convection". Physica IX, 2:1–28.

Gladstone, J. H., Dale, T. P. (1863): "Researches on the Refraction, Dispersion, and Sensitiveness of Liquids", Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol. 153, S. 317-343.

Hugenschmidt, M. (2007): "Lasermesstechnik, Diagnostik der Kurzzeitphysik", Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag.

Patankar, S. V. (1980): "Numerical heat transfer and fluid flow", New York, Hemisphere Publ. Corp.

Pedrotti, F. L., Pedrotti, L. S., Bausch, W., Schmidt, H. (1996): „Optik: Eine Einführung“, München, London, Prentice Hall, S. 726.

Raffel, R., Willert, C. E., Wereley, S. T., Kompenhans, J. (2007): “Particle Image Velocimetry - A Practical Guide”, Berlin, Heidelberg, New York, Springer-Verlag.

Vinnichenko, N.A. Znamenetskaya, I.A., Glazyrin, F.N., Uvarov (2011): “Study of background orientated schlieren method accuracy by means of synthetic analysis”, 22nd International Symposium on Transport Phenomena (ISTP-22), Delft 2011.

Wirtz, R. A., Stutzman, R. J. (1982): “Experiments on free convection between vertical plates with symmetric heating”. *Journal of Heat Transfer*, 104:501–507.

Zhang, Z (2010).: LDA Application Methods. Springer Verlag, 2010.