

MESSUNG UND SIMULATION DES EINFLUSSES DER KORRELATIONSTIEFE AUF MICRO PARTICLE IMAGE VELOCIMETRY

MEASUREMENT AND SIMULATION OF THE EFFECT OF DEPTH OF CORRELATION ON MICRO PIV

R. Lindken, M. Rossi, J. Westerweel

Laboratory for Aero- & Hydrodynamics
Delft University of Technology
Leeghwaterstraat 21
2628 CA Delft
Niederlande

Particle Image Velocimetry (PIV), Korrelationstiefe, Messgenauigkeit
Particle Image Velocimetry (PIV), Depth of Correlation, Measurement Accuracy

Einleitung

In der Mikroskopischen Particle Image Velocimetry (μ PIV) wird das Messvolumen bestimmt von der Bildgröße, die von der Größe des CCD-Chips der zur Messung benutzen Kamera und der Vergrößerung des abbildenden Mikroskopobjektivs abhängt, sowie der Korrelationstiefe, die die Tiefe des aktiven Messvolumens definiert. Die Korrelationstiefe ist größer als die Schärfentiefe, da auch sehr unscharf abgebildete Partikelbilder zur Korrelation beitragen.

Variationen der Geschwindigkeit in einem PIV Auswertefenster erzeugen einen Messfehler. Bei Messungen nahe an der Wand sind auf Grund der hohen wandnormalen Geschwindigkeitsgradienten die Variationen der Geschwindigkeit in einem Auswertefenster hoch und so erhöht sich der Messfehler.

Liegen die Messebenen parallel zu Wand, treten die hohen Geschwindigkeitsvariationen normal zur Messebene auf. Durch eine Reduzierung der Tiefe des Messvolumens, also der Korrelationstiefe, kann der Messfehler bei wandnormalen Messungen reduziert werden.

Die Messung der Strömung über einer Oberfläche kann unter bestimmten Bedingungen benutzt werden, um die Topographie der Oberfläche und die Wandschubspannungen zu bestimmen. Wenn die no-slip Randbedingung gilt und es keine Strömungsablösung an der Wandstruktur gibt, entspricht die Position der Wand dem Ort an dem das Geschwindigkeitsprofil gegen Null geht. Für Newtonsche Flüssigkeiten kann die Wandschubspannung wie folgt berechnet werden:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{wall} \quad (1)$$

wobei μ die dynamische Viskosität ist und $\partial u / \partial n$ der wandnormale Geschwindigkeitsgradient.

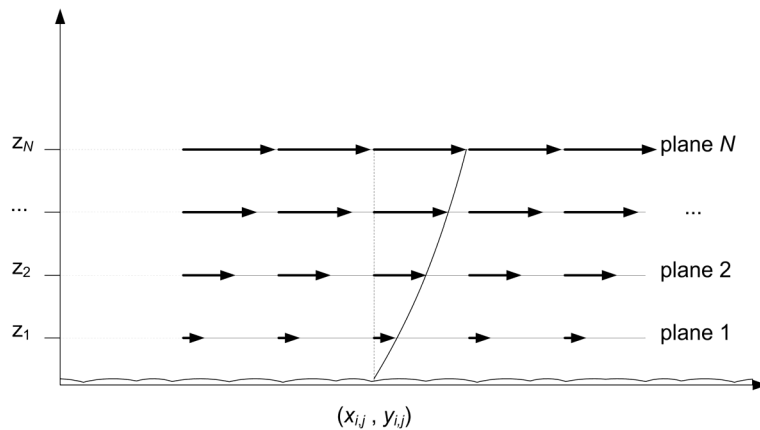


Abb. 1: Schematische Darstellung der Bestimmung der Topographie aus einem Volumen von zwei-dimensionalen Geschwindigkeitsdaten

Die Messung des Geschwindigkeitsgradienten kann mittels Micro Particle Image Velocimetry erfolgen (Santiago et al. 1998). Stone et al. (2002) haben gezeigt, dass es möglich ist, die Form der Wand eines Mikrokanals mit einer Genauigkeit von mehreren 10 Nanometern zu messen basierend auf μ PIV Messungen der Strömung in einer Messebene normal auf der Wand.

Wir haben die Topographie und Wandschubspannungen über einer Endothelzellschicht mittels μ PIV in mehreren Ebenen über der Oberfläche gemessen (Rossi et al. 2006, Lindken et al. 2006). In diesem Beitrag wollen wir auf die Genauigkeit der Messungen und den Einfluss verschiedener Parameter auf die Messungen eingehen.

Wie in Bild 1 dargestellt messen wir zwei-dimensionale Geschwindigkeitsfelder in verschiedenen Ebenen parallel zur Oberfläche. Aus N μ PIV Messebenen erhalten wir für jeden Koordinatenpunkt (x,y) auf der Oberfläche ein Geschwindigkeitsprofil mit N Datenpunkten. Mittels eines Polynoms 2ter Ordnung (Stone et al. 2002) bestimmen wir die Form des Geschwindigkeitsprofils. Die Extrapolation des Profils zu Null bestimmt die Wandposition. Die Wandschubspannung an diesem Koordinatenpunkt wird aus der Bestimmung des Geschwindigkeitsgradienten an diesem Ort ermittelt. Durch Wiederholung dieser Auswertung für jeden Messpunkt (x,y) ergibt sich eine Karte der Oberfläche mit Höhenpunkten und Wandschubspannungsverteilung.

Die Qualität der Auswertung hängt von vielen Parametern ab, die sich gegenseitig beeinflussen. Wir stellen ein Model der Messmethode vor und nutzen dieses Model in einer Monte-Carlo Simulation um die Parameter des Messsystems zu optimieren.

Beschreibung des Messfehlers in wandnahen μ PIV Messungen

Der Einfluss verschiedener Messfehler in PIV Messungen ist ausführlich zum Beispiel in Keane und Adrian (1990, 1992) und Westerweel (1997, 2000, 2008) beschrieben.

Für wandnahe Messungen ist der wandnormale Geschwindigkeitsgradient der dominante Fehlereinfluss. Wie in der Einleitung beschreiben hängt der Messfehler von der Korrelationstiefe δ_{corr} ab. Meinhart (2000) definiert die Korrelationstiefe als zweimal den Abstand von der Objektebene zu der nächsten Ebene, in der ein Partikel so weit defokussiert abgebildet wird, dass es nicht mehr signifikant zu der Geschwindigkeitsmessung beiträgt. Olsen und Adrian (2000) leiten folgende Beschreibung für die Korrelationstiefe δ_{corr} her:

$$\delta_{corr} = 2 \left[\frac{(1 - \sqrt{\varepsilon})}{\sqrt{\varepsilon}} \left(f^{\#2} d_p^2 + \frac{5.95(M+1)^2 \lambda^2 f^{\#4}}{M^2} \right) \right]^{1/2} \quad (2)$$

mit dem Partikeldurchmesser d_p , der Lichtwellenlänge λ , der Vergrößerung M , der Blendenzahl für unendlich korrigierte Objektive $f^\#$ (Meinhart 2003) und ε als der relative Beitrag zur Korrelationsfunktion eines um den Abstand $\delta_{corr}/2$ verschobenen Partikels. Der Wert ε wird empirisch zu 0,01 gesetzt.

Die PIV-Aufnahmepaare werden in kleine Auswertefenster unterteilt und eine Kreuzkorrelation wird zwischen den Auswertefestern in den beiden Bildern des Aufnahmepaares ausgeführt. Die Position des Korrelationspeaks ergibt die durchschnittliche Verschiebung Δx der Partikel in dem Auswertefenster. Daher ist die Geschwindigkeit u gegeben als

$$u = \Delta x / (M \Delta t) \quad (3)$$

Adrian (1991) und Westerweel (2000) zeigen das der zufällige Fehler $\sigma_{\Delta x}$ in der Bestimmung der Verschiebung ungefähr proportional zum Durchmesser des Korrelationspeaks d_D ist:

$$\sigma_{\Delta x} \approx c \frac{d_D}{\sqrt{2}} \quad \text{mit} \quad c = \frac{1}{2\gamma\hat{\tau}_\infty/\eta} \frac{D_l/d_r}{N_l^{1/2}} \quad (4)$$

mit $\gamma\hat{\tau}_\infty$ als durchschnittliche Beleuchtung eines einzelnen Partikelbildes in Grauwerten (Adrian 1988). η ist die Quadratwurzel der Varianz des Rauschens, D_l ist die Länge des Auswertefensters, d_r ist die Größe der Pixel und N_l ist die Partikelbilddichte. Der Wert c wird von Prasad et al. (1992) zu $c=0.05$ für standardmäßige PIV Aufnahmen angegeben.

Wie zuvor erwähnt erfolgen die Geschwindigkeitsmessungen parallel zur Oberfläche. Daher erwarten wir nur starke Geschwindigkeitsgradienten normal zur Messebene und vernachlässigbare Geschwindigkeitsgradienten in der Messebene. Unter der Annahme, dass die Partikel der Strömung folgen und das Fehler auf Grund von Brownscher Molekularbewegung und auf Grund des Saffman Effekts vernachlässigt werden können (Meinhart und Wereley 2005) zeigt Westerweel 2008, daß d_D wie folgt beschrieben werden kann:

$$d_D = \sqrt{2d_\tau^2 + \frac{4}{3}(M|\Delta u|\Delta t)^2} \quad (5)$$

mit d_τ als Partikelbilddurchmesser und Δu als lokale Änderung des Geschwindigkeitsfeldes. Für den oben beschriebenen Fall lässt sich Δu ausdrücken als

$$|\Delta u| \sim \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \cdot \delta_{corr} \quad (6)$$

Der zufällige Fehler in der Geschwindigkeitsbestimmung kann zusammenfassend formuliert werden als

$$\frac{\varepsilon_u}{u} = \frac{\sigma_{\Delta x}}{M u \Delta t} \approx c \sqrt{\frac{d_\tau^2}{(M u \Delta t)^2} + \frac{2}{3} \left(\frac{\left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \cdot \delta_{corr}}{u} \right)^2} \quad (7)$$

Die Formel zeigt, daß der Fehler von dem Partikelbilddurchmesser, der Korrelationstiefe, dem Zeitintervall zwischen den aufeinanderfolgenden PIV-Aufnahmen Δt und dem Geschwindigkeitsfeld u und dessen Ableitung abhängt. Die ersten beiden Faktoren sind festgelegt durch die Größe der Tracerpartikeln und durch das Mikroskopobjektiv. Δt hingegen ist frei einstellbar.

Für Poiseuille Strömung zwischen zwei unendlichen parallelen Platten können wir das Geschwindigkeitsfeld beschreiben als

$$u(z) = 4V_0 \frac{z}{L_0} \left(1 - \frac{z}{L_0}\right) \quad (8)$$

mit V_0 als maximale Geschwindigkeit in der Mitte der zwei Platten und L_0 dem Abstand zwischen den Platten. Die Strömung in einem rechteckigen Kanal mit großem Querschnittsverhältnis kann als solche Strömung angesehen werden.

Setzt man Formel (8) in Formel (7) so sieht man, dass der erste Term unter der Wurzel vom Wandabstand z und Δt abhängt während der zweite Term nur von z abhängt. Daher können wir im Prinzip durch anpassen des Zeitabstandes den erwarteten Fehler einstellen.

Mittels Monte-Carlo Simulationen vergleichen wir zwei Strategien.

- a) Δt so setzen, daß die Partikelverschiebung Δx konstant ist
- b) Δt so setzen, daß der zufällige Fehler der Geschwindigkeitsmessung $\sigma_{\Delta x}$ konstant ist

Im Fall a) ist $\Delta t(z)$ gleich $\Delta x / M u(z)$.

Im Fall b) wird $\Delta t(z)$ so gewählt, daß der Parameter $a = M |\Delta u(z)| \Delta t(z)$ konstant ist.

Abbildung 2a zeigt den relativen Fehler der Geschwindigkeitsmessung (Formel (7) und (8)) als Funktion des Abstandes von der Wand.

Der Messfehler wird generell größer in der Nähe der Oberfläche, wo die Geschwindigkeitsgradienten größer werden. Die Strategie $\sigma_{\Delta x}$ konstant zu halten führt zu größeren Fehlern in Ebenen nahe der Oberfläche, aber der Fehler verringert sich schneller bei Erhöhung des Wandabstands. Um $\sigma_{\Delta x}$ konstant zu halten, muss sich die Partikelverschiebung erhöhen (Abbildung 2b). Dieses kann im Experiment zu Dekorrelation des Signals (loss-of-pairs) führen (Keane und Adrian, 1992).

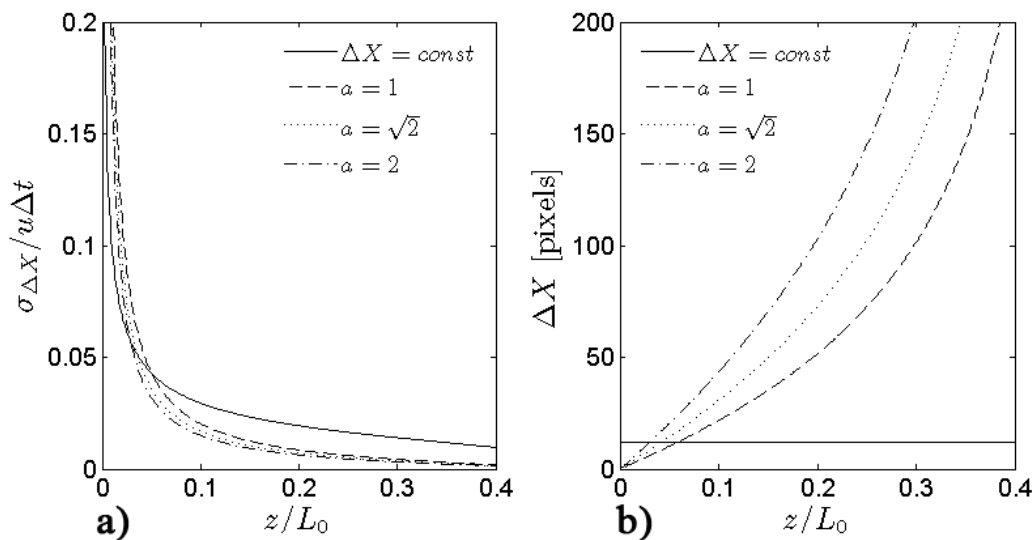


Abb. 2: a) Relativer Messfehler der Geschwindigkeit als Funktion des Wandabstandes für verschiedenen Strategien, den Zeitintervall zu wählen. b) Partikelbildverschiebung ΔX als Funktion des Wandabstandes.

Parameteroptimierung mittels Monte-Carlo Simulation

Welche der beiden Strategien für die Bestimmung von Topographie und Wandschubspannungen vorteilhaft ist, wird mittels Monte-Carlo Simulationen ermittelt.

Hierzu wurden für die gegebenen Daten von drei Mikroskopobjektiven (Tabelle 1) der Zeitabstand Δt in den PIV-Messungen variiert. Außerdem wurden folgende Parameter für die Bestimmung der Topographie und der Wandschubspannung variiert

- die Anzahl der Messebenen N
- der Abstand zwischen den Messebenen Δz
- die Höhe des gesamten Volumens in dem Geschwindigkeitsfelder zur Bestimmung der Profile ermittelt wurden L .

Abb. 3 veranschaulicht diese Parameter. Der erste Messpunkt wurde für alle Simulationen zu $z = \delta_{corr}/2$ gesetzt, so daß das Messvolumen nicht in die Oberfläche ragt.

In Abb. 4 sind die Durchschnittswerte (links) und die Standardabweichungen (rechts) der Höhe h und der Wandschubspannung τ in entdimensionalisierter Form dargestellt als Funktion der Partikelbildverschiebung Δx (hier dargestellt in Pixel-Werten mit der Pixel Größe $\Delta x/d_p$). Die Werte sind mit der Methode a) ermittelt worden. Die Simulationen zeigen, daß bei zu kleinen Partikelbildverschiebungen die Wandschubspannung zu niedrig bestimmt wird. Die Verschiebung sollte größer als 15 Pixel sein. Die Standardabweichungen der Höhe

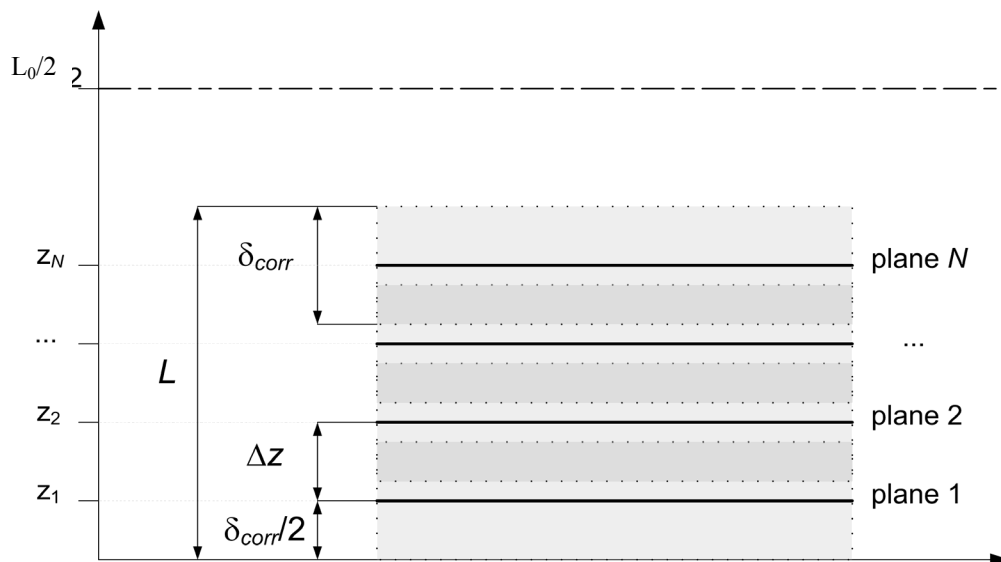


Abb. 3: Schematische Darstellung des Messvolumens. Δz gibt den Abstand zwischen den Messebenen an, δ_{corr} ist die Korrelationstiefe und L ist die Höhe des Messvolumens.

Objektiv M / NA	Schärfen- tiefe [μm]	dcorr [μm]	dcorr / L_0 [%]	dt [μm]
40x / 0.6	0.73	4.49	3.7	44.1
63x / 0.75	0.43	2.25	1.9	53.0
63x / 1.2 W	0.19	0.94	0.8	41.3

Tab. 1 Theoretische Schärfentiefe, Korrelationstiefe und Partikelbilddurchmesser ($d_p = 560 \text{ nm}$) für drei verschiedene Mikroskopobjektive

und der Wandschubspannung verringern sich, wenn die Verschiebung erhöht wird. Gleiches gilt für die Bestimmung der Werte nach Methode b). Die Ergebnisse sind aus Platzgründen nicht dargestellt. Der Wert a sollte größer als das 1,5fache des Partikelbilddurchmessers sein. Ein Vergleich der Objektive zeigt größere Unterschiede als ein Vergleich der Messstrategien. Mit höherer Numerischer Apertur NA und Vergrößerung M sinkt die Standardabweichung der Daten signifikant.

Der Effekt der Höhe des Messbereiches gemäß Abb. 3 normiert mit der Kanalhöhe $\tilde{L} = L/H$ ist in Abb. 5 für konstante Verschiebung (a) und in Abb. 6 für konstanten Messfehler (b) dargestellt.

Für einen kleinen Messbereich unter dem 0,2fachen der Kanalhöhe wird in beiden Fällen die Wandschubspannung zu niedrig bestimmt und die Höhe zu groß bestimmt. Die Standardabweichung der Höhenbestimmung bleibt ungefähr konstant. In Fall a) ist mit zunehmendem L eine leichte Zunahme zu beobachten, in Fall b) eine leichte Abnahme. Die Standardabweichung für die Wandschubspannungsbestimmung ist beinahe konstant für große Werte von L , unterhalb eines kritischen Wertes steigt die Standardabweichung stark an. Dieser Wert ist abhängig von den Objektivdaten und liegt für die hier verwendeten Objektive bei $\tilde{L} = 0,175$ für das 63x/1.2 Objektiv und bei $\tilde{L} = 0,225$ für die 63x/0,75 und 40x/0,6 Objektive.

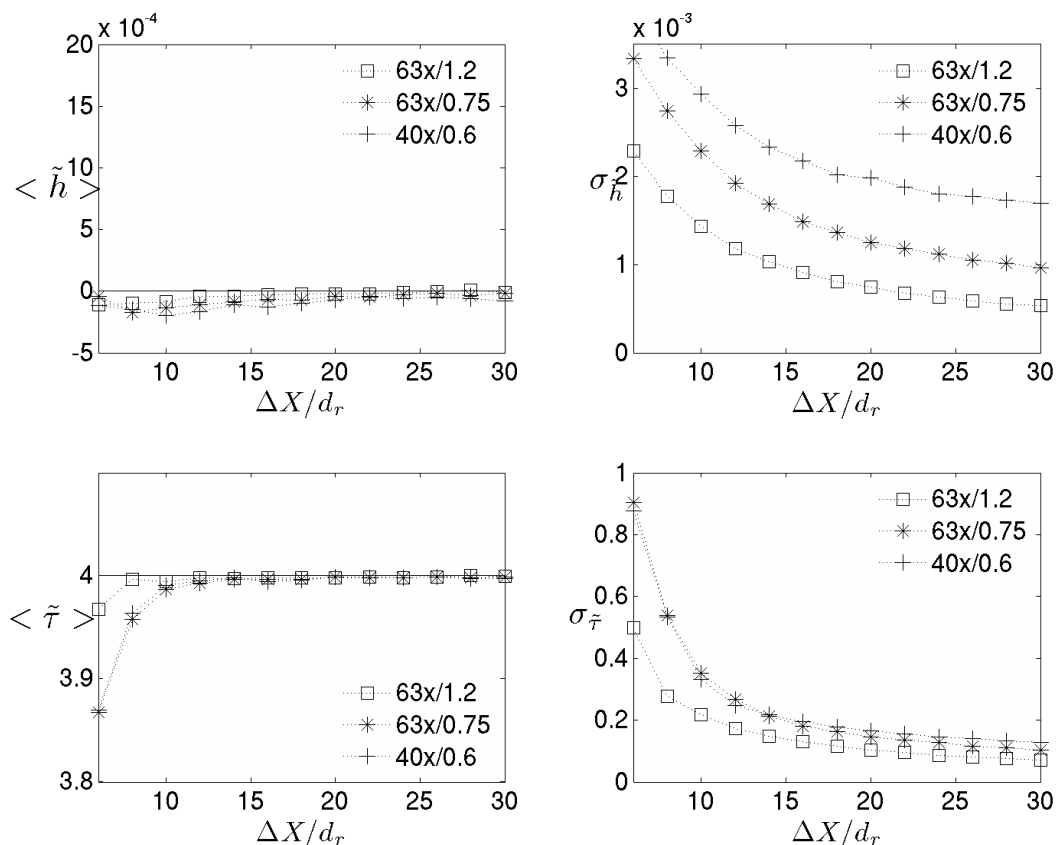


Abb. 4: Durchschnittliche Höhe und Wandschubspannung (links) sowie deren Standardabweichung (rechts) als Funktion der Partikelbildverschiebung

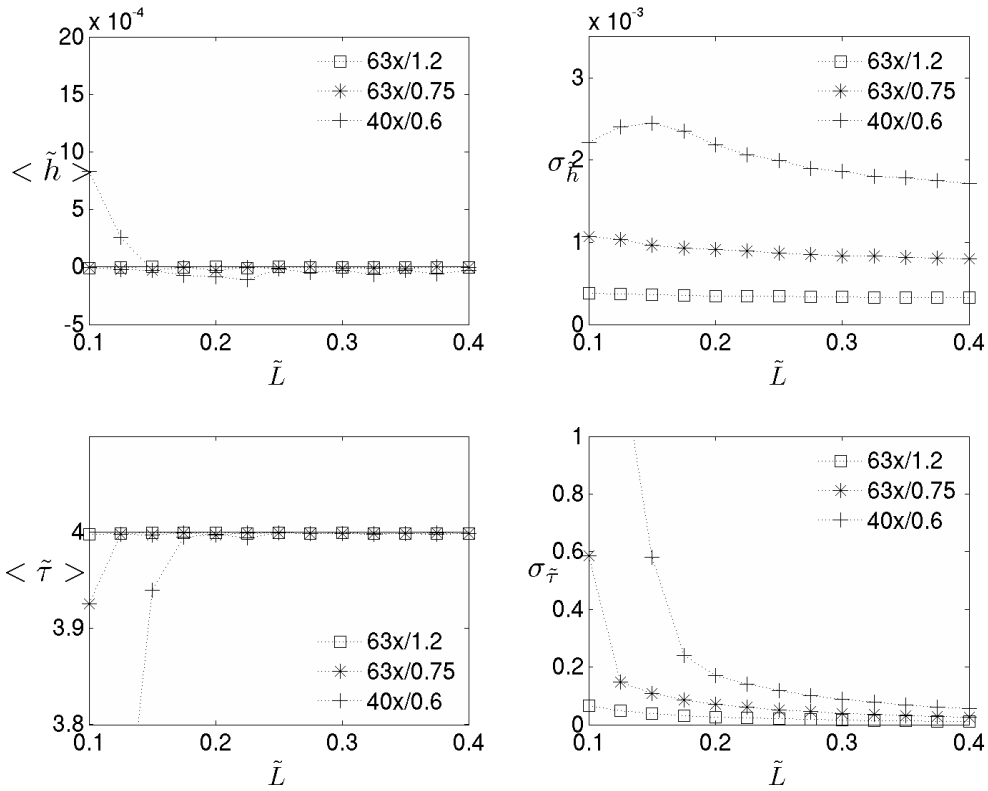


Abb. 5: Durchschnittliche Höhe und Wandschubspannung (links) sowie deren Standardabweichung (rechts) als Funktion der Höhe des Messvolumens für konstante Verschiebung (Strategie a))

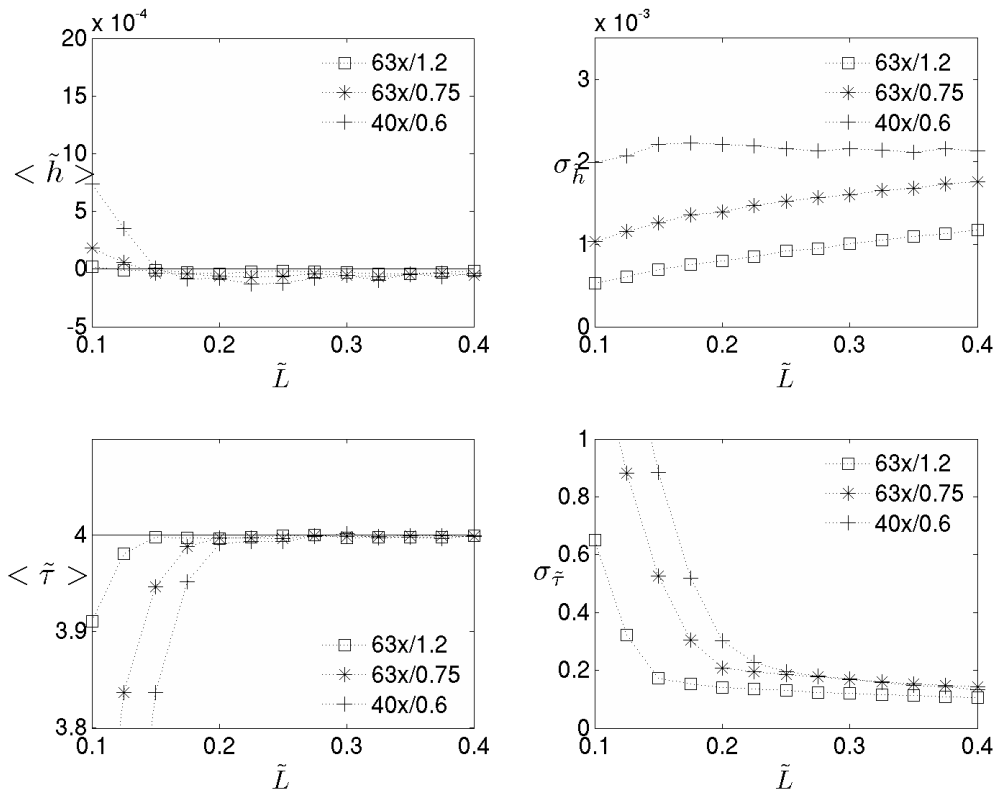


Abb. 6: Durchschnittliche Höhe und Wandschubspannung (links) sowie deren Standardabweichung (rechts) als Funktion der Höhe des Messvolumens für konstanten Messfehler (Strategie a))

Experimentelle Validierung

Wir haben μ PIV Messungen über einer glatten Glasoberfläche in einem Mikrokanal aufgeführt, um diese mit dem theoretischen Model und den Monte-Carlo Simulationen zu vergleichen. Der rechteckige Mikrokanal hat einen Querschnitt von $0,127 \times 2,5 \text{ mm}^2$ und konstante Strömung mit einem Volumenstrom von $0,8 \text{ ml/min}$ wurde erzeugt. Die Messungen erfolgten mit einem Standard μ PIV System wie in Lindken et al (2006) beschrieben. Geschwindigkeitsmessungen erfolgten in verschiedenen Höhen über der Oberfläche wie zuvor beschrieben. 200 Bilder wurden für jeden Messpunkt aufgenommen, die Auswertung erfolgte mit 128×128 Pixel großen Auswertefenstern mit einfacher Kreuzkorrelation. Keine Bildvor- oder nachbearbeitung wurde benutzt, um die Ergebnisse vergleichbar zu halten.

Aus den Geschwindigkeitsmessungen wurde die Topographie h und die Wandschubspannungsverteilung τ bestimmt. Unter der Annahme vernachlässigbarer Wandrauheit ist die Standardabweichung von h und τ nur abhängig von dem Messfehler. Die Messungen wurden mit einer konstanten Partikelbildverschiebung von 16 Pixel ausgeführt für drei verschiedene Objektive, drei verschiedene Werte der Messvolumenhöhe L und zwei Werten für die Anzahl der Messebenen N . Die Ergebnisse sind in Abb. 7 dargestellt.

Die Darstellung der Ergebnisse ist analog zu den Monte-Carlo Simulationen in Abb 5 und 6. In Übereinstimmung mit den Simulationen können wir feststellen, daß ein minimaler Wert von L notwendig ist, um den Bias in der Bestimmung der Durchschnittswerte zu reduzieren.

Dieser Wert liegt bei ungefähr $\tilde{L} = 0,25$. Die Anzahl der Messebenen hat geringeren Einfluss auf die Messgenauigkeit, was durch (aus Platzgründen nicht gezeigte) Monte-Carlo Simulationen bestätigt wird.

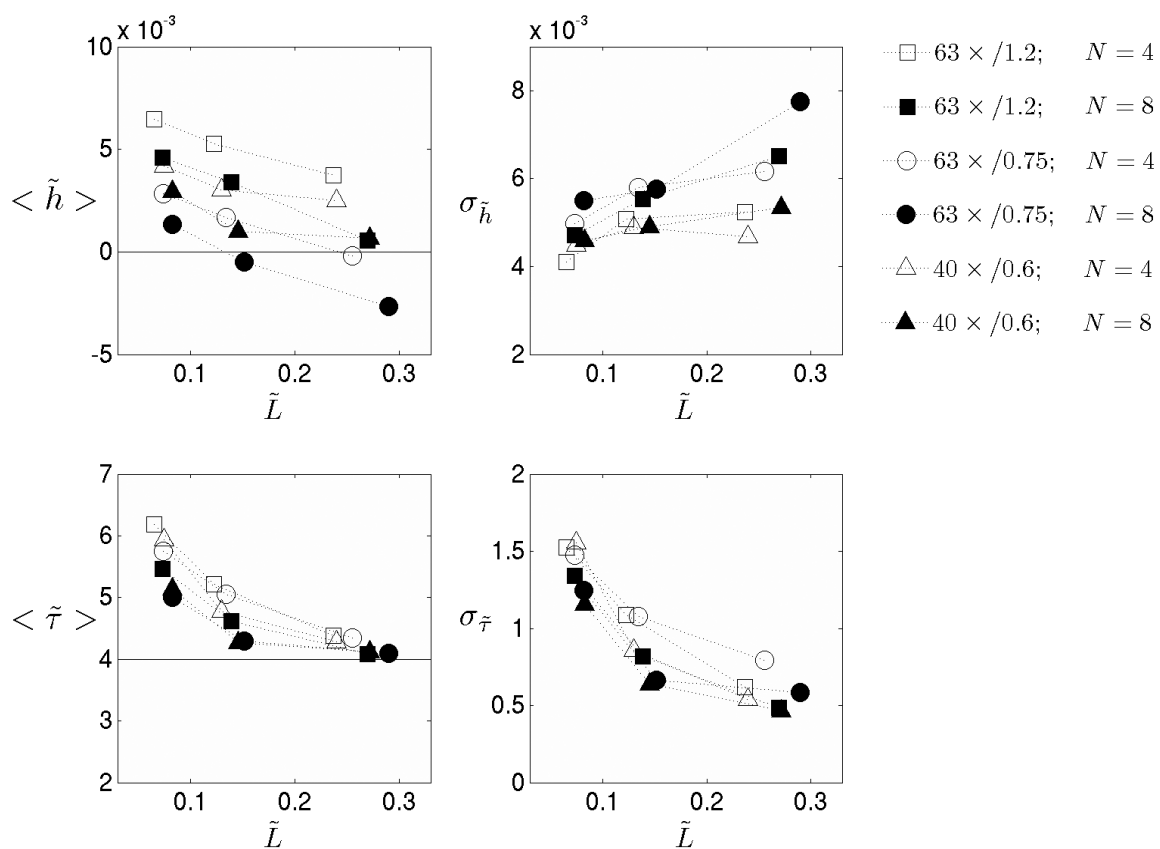


Abb. 7: Aus μ PIV-Messungen ermittelte durchschnittliche Höhe und Wandschubspannung (links) sowie deren Standardabweichung (rechts) als Funktion der Höhe des Messvolumens für drei verschiedene Mikroskopobjektive und 4 und 8 Messebenen

Ein Vergleich mit den Simulationen zeigt, dass der Fehler ungefähr dreimal größer ist als vorhergesagt. Auffällig ist, daß das 40x/0.6 Objektiv die besten Ergebnisse erzielt, gefolgt von dem 63x/1.2 und dem 63x/0.75 Objektiv. In den Simulationen hat das 40x Objektiv am schlechtesten abgeschnitten. Eine Erklärung hierfür könnte sein, daß für die Simulationen ein konstanter Wert für c in Formel (4) für alle Objektive angenommen wurde. Dieses wäre gleichbedeutend mit identischen experimentellen Bedingungen. Dieses ist im Experiment nicht gegeben. Zum Beispiel wurde für alle Messungen die gleiche Partikelkonzentration benutzt, was einer größeren Partikelbilddichte (und daher kleinerem Faktor c) für Objektive mit niedrigerer Vergrößerung entspricht.

Zusammenfassung und Ausblick

Wir haben eine theoretische Fehlerbetrachtung ausgeführt für wandnahe Messungen in einem Mikrokanal mit sehr großen Seitenverhältnis. Auf Basis dieser Fehlerbetrachtung haben wir Monte-Carlo Simulationen der Messung ausgeführt um die Parameter für eine Topographie- und Wandschubspannungsmessung zu optimieren. Die Simulation zeigt, daß die Größe des Volumens, aus dem Geschwindigkeitsprofile gewonnen werden, der entscheidende Faktor für eine hohe Genauigkeit ist. Diese Ergebnisse konnten im Experiment validiert werden. Der Messfehler ist im Experiment ungefähr dreimal höher als in der Simulation. Ein Vergleich verschiedener Mikroskopobjektive ergibt unterschiedliche Aussagen in Simulation und Experiment.

Literatur

- Keane RD; Adrian RJ (1990) Optimization of particle image velocimeters. I. Double pulsed systems. *Meas Sci Technol* 1: 1202-1215
- Keane RD; Adrian RJ (1992) Theory of cross-correlation analysis of PIV images. *Appl Sci Res* 49: 191-215
- Lindken, R.; Rossi, M.; Ekeberg, I.; Vennemann, P.; Hierck, B.P.; Westerweel, J. (2006) In vitro Messung der Wandschubspannungsverteilung auf einer Endothel Zellschicht mittels Micro Particle Image Velocimetry (μ PIV). 14. Fachtagung GALA, Braunschweig.
- Meinhart CD; Wereley ST; Gray MHB (2000) Volume illumination for two-dimensional particle image velocimetry. *Meas Sci Technol* 11: 809-814
- Meinhart CD; Wereley ST (2003) The theory of diffraction-limited resolution in microparticle image velocimetry. *Meas Sci Technol* 14: 1047-1053
- Olsen MG; Adrian RJ (2000) Out-of-focus effects on particle image visibility and correlation in microscopic particle image velocimetry. *Exp Fluids* 29: 1432-1114
- Prasad AK; Adrian RJ; Landreth CC; Offutt PW (1992) Effect of resolution on the speed and accuracy of particle image velocimetry interrogation. *Exp Fluids* 12/13: 105-116
- Rossi M; Ekeberg I; Vennemann P; Lindken R; Westerweel J; Hierck BP; Tomasini EP (2006) In vitro study of shear stress over endothelial cells by Micro Particle Image Velocimetry. 13th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon.
- Santiago JG; Wereley ST; Meinhart CD; Beebe DJ; Adrian RJ (1998) A particle image velocimetry system for microfluidics. *Exp Fluids* 25: 316-319
- Stone SW; Meinhart CD; Wereley ST (2002) A microfluidic-based nanoscope. *Exp Fluids* 33: 613-619
- Wereley ST; Meinhart CD (2005) Micron-resolution particle image velocimetry. in: *Microscale diagnostic techniques*, ed. K. S. Breuer, Springer, New York, pp. 51-112
- Westerweel (1997) Fundamentals of digital particle image velocimetry. *Meas Sci Technol* 8: 1379-1392
- Westerweel J (2000) Theoretical analysis of the measurement precision in particle image velocimetry. *Exp Fluids* 29:1432-1114
- Westerweel J (2008) On velocity gradients in PIV interrogation. *Exp Fluids*. 44:831-842