

GESCHWINDIGKEITSPROFILE DER EXZENTRISCHEN ZYLINDER- SPALTSTRÖMUNG BEI ENGEN SPALTWEITEN

VELOCITY PROFILES OF THE CYLINDER GAP FLOW FOR SMALL GAP WIDTH

Peter Stütcke¹, Matthias Nobis¹, Nicoleta Scurtu², Christoph Egbers²

¹ Westsächsische Hochschule Zwickau, Dr.-Friedrichs-Ring 2a, 08056 Zwickau

² Brandenburgische Technische Universität, Siemens-Halske-Ring 16, 03046 Cottbus

Taylor-Couette-Strömung, Exzentrizität, kleine Spaltweite, LDA
Couette-Taylor Flow, eccentricity, small gap width, LDA

Zusammenfassung

Im Spalt zwischen zwei rotierenden Zylindern wird der Übergang von der Couette-Strömung zur Taylor-Wirbel-Strömung durch die Winkelgeschwindigkeiten der beiden Zylinder, ihrer Geometrie und den dazu gehörenden Reynoldszahlen beschrieben. Für ein gegebenes Streckungs- und Radienverhältnis haben Andereck et al 1986 ein Stabilitätsdiagramm entworfen, welches die verschiedenen Strömungsformen über den beiden Reynoldszahlen darstellt. Auf der Taylor-Couette-Tagung in Le Havre zeigte Muller 2007 eine Erweiterung dieses 2D-Stabilitätsdiagramms in eine dritte Dimension unter Einbeziehung eines weiteren Parameters für nicht-Newton'sche Fluide. Dieser Gedanke bezüglich der Erweiterung des Stabilitätsdiagramms wurde für exzentrische Zylinderspaltströmungen aufgegriffen und ein Stabilitätsdiagramm für die Konstellation des rotierenden Innenzylinders mit stehendem Außenzylinder bei engen Spaltweiten erstellt.

In der vorliegenden Arbeit wird die Stabilitätsgrenze der Couette-Strömung über der Exzentrizität untersucht. Dabei werden LDA-gemessene Strömungsgeschwindigkeiten mit Ergebnissen basierend auf der linearen Störungstheorie von Eagles et al 1978 und numerischen Berechnungen verglichen.

Ein weiterer Aspekt, zu dem experimentelle und numerische Ergebnisse vorgestellt werden, ist der Einfluss der Verhältnisse an den Enden des Innenzylinders auf die Form der Geschwindigkeitsprofile im Zylinderspalt. Ist der Zylinderspalt am Innenzylinder begrenzt, d.h. eine Umströmung des Innenzylinders ist nicht möglich, so entsprechen die Geschwindigkeitsprofile bei kleinen Reynoldszahlen den Vorgaben der 1D-Gleitlagertheorie für unendlich breite Spalten. Bei offenen, d.h. umströmten Enden des Innenzylinders zeigen numerische und experimentelle Daten in guter Übereinstimmung Geschwindigkeitsprofile mit deutlich geringerer Krümmung, was auf einen geringeren Druckaufbau im Spalt bei exzentrischer Anordnung hindeutet.

Einleitung

In Anlehnung an das von Muller 2007 vorgeschlagene Vorgehen wird mit den drei Parametern Reynolds-Zahl, Spaltweite und Exzentrizität ein Diagramm gebildet, s. Abb. 1. Bei kleinen Spaltweiten und Reynolds-Zahlen wird zum einen die Grenze zwischen Couette- und Taylor-Wirbel-Strömung gezeigt und zum anderen verdeutlichen die eingetragenen Datenpunkte aus Vohr 1968, Butenschön 1976, Halstenberg 1978, Oikawa et al 1989 und Tenna-

loon und Andereck 1993 die typischen Bereiche für Gleitlageranwendungen und Untersuchungen der Strömungsstabilität am Beispiel der Zylinderspaltströmung.

Die charakteristischen Parameter sind:

Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{U_1 \cdot H_0}{\nu} \quad (1)$$

Spaltweite

$$\Psi = \frac{H_0}{R_1}$$

Exzentrizität

$$\varepsilon = \frac{e}{H_0}$$

Dabei sind H_0 die mittlere Spaltweite, U_1 die Umfangsgeschwindigkeit am Innenzylinder (Halbmesser R_1) und ν die kinematische Viskosität des Fluids.

Eine Auswahl von Literaturdaten ist in Abb. 1 für kleinere Spaltweiten zusammengefasst.

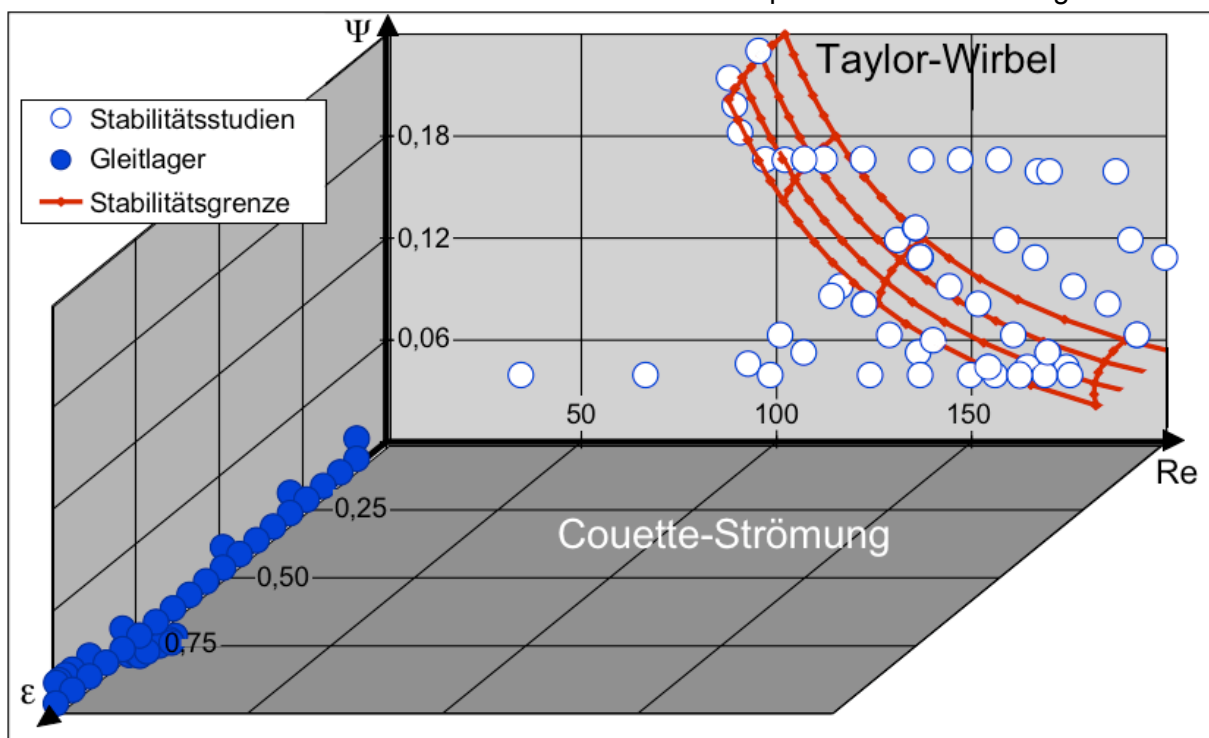


Abb. 1: Stabilitätsdiagramm der exzentrischen Spaltströmung zwischen einem rotierenden Innen- und stehenden Außenzylinder

Im linken Teil von Abb. 1 sind die Arbeiten über die Gleitlagerströmung zu finden, die durch kleine Spaltweiten ($< 1\%$) und kleine Reynolds-Zahlen charakterisiert sind und als besonderes Merkmal einen starken Effekt der Exzentrizität aufweisen. Unter diesen speziellen Bedingungen kann die Couette-Strömung mit der sog. Reynolds-Gleichung beschrieben werden, woraus sich dann eine parabolische Verteilung der Umfangsgeschwindigkeit u quer zum Spalt in Abhängigkeit von Exzentrizität ε und Spaltweite h ergibt, Gleichung (2).

$$u = C_\varepsilon \eta^2 - (C_\varepsilon + 1)\eta + 1 \quad (2)$$

mit

$$u = \frac{U(y)}{U_1} \quad \eta = \frac{y}{h} \quad (3)$$

und lokaler Spaltweite

$$h = H_0 (1 + \varepsilon \cos \varphi)$$

sowie

$$C_\varepsilon = 3 \left(1 - \frac{1 - \varepsilon^2}{\left(1 + \frac{1}{2}\varepsilon^2\right) (1 + \varepsilon \cos \varphi)} \right)$$

Ergebnisse der Stabilitätsstudien finden sich im rechten Teil von Abb. 1, wo die von Eagles et al 1974 berechnete Grenze Re_C , die Couette- von der Taylor-Wirbel-Strömung trennt. Für kleine Spaltweiten gilt nach Taylor 1923

$$Ta_C = Re_C \cdot \sqrt{\Psi} = 41.17 \quad (4)$$

Wie Eagles et al 1974 gezeigt haben, wächst die kritische Reynolds-Zahl Re_C quadratisch über ε .

Die vorliegende Studie befasst sich dem Parameterbereich unterhalb der Stabilitätsgrenze bei kleinen Spaltweiten, der – wie Abb. 1 zeigt – bislang eher wenig Beachtung gefunden hat und in dem insbesondere die Strömungsgeschwindigkeit untersucht werden soll. Es werden Geschwindigkeiten mit dem LDA gemessen und die Einflüsse der Exzentrizität und der Konfiguration der Zylinderenden betrachtet.

Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2 gezeigt. Die Rotationsachse des Innenzylinders ist das zentrale Element des Apparats. Der Außenzylinder, der zum Einstellen der Exzentrizität verschiebbar auf einem Drehtisch angeordnet ist, kann ebenfalls um die zentrale Achse rotiert werden. So kann die Umfangskoordinate mit großer Präzision angefahren werden. Zur Messung der Umfangsgeschwindigkeit $U(y)$ wird das LDA axial in den Spalt eingekoppelt und radial also quer zum Spalt traversiert, bzw. um Axialprofile zu erfassen bei festem y axial verfahren.

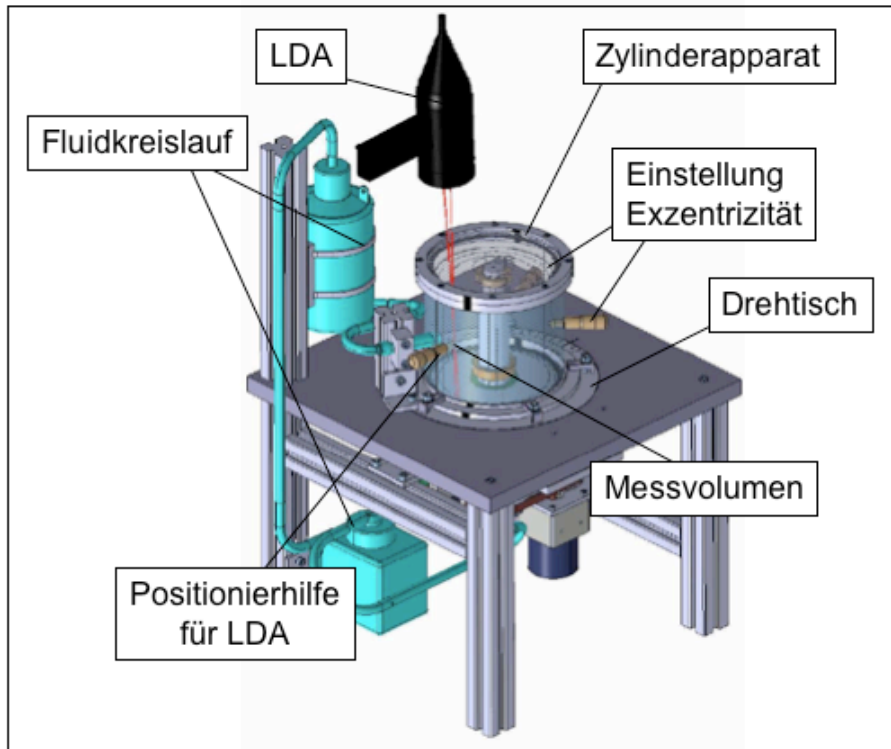


Abb. 2: Versuchsaufbau

Die verwendeten Größen im Experiment werden in der Skizze der Versuchsanordnung in Abb. 3 erklärt.

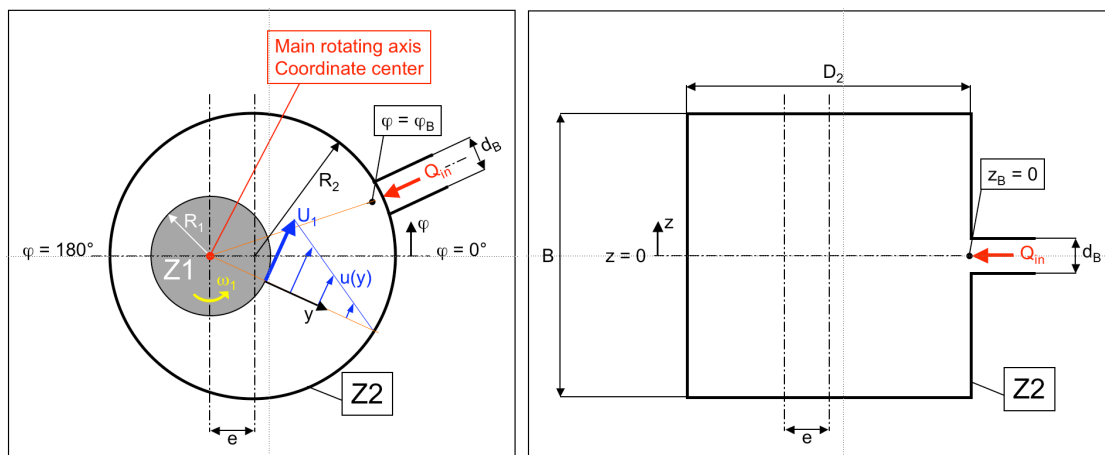


Abb. 3: Skizze Versuchsaufbau und Erklärung Koordinaten, Innenzylinder Z1, Außenzylinder Z2

Übergang von Couette-Strömung zu Taylor-Wirbel-Strömung

Beim Überschreiten der kritischen Reynolds-Zahl bilden sich torusförmige Wirbel, welche den Spalt komplett ausfüllen, s. Abb. 4.

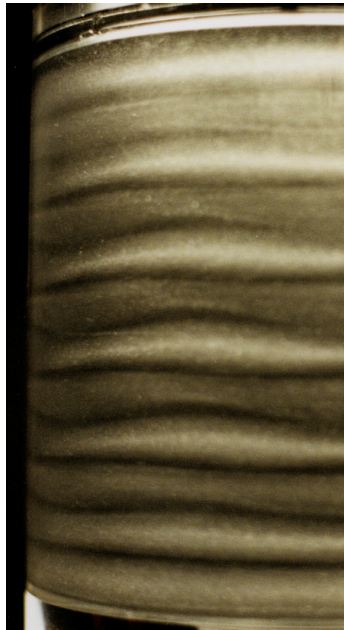


Abb. 4: Visualisierung von Taylorwirbeln, $Re = 250$, $\Psi = 20\%$

Das an sich ebene Profil der Umfangsgeschwindigkeit wird beim Überschreiten der kritischen Reynolds-Zahl von den auftretenden Wirbeln überlagert. Für $\Psi = 10\%$ und $\varepsilon = 0,25$ zeigen Messergebnisse solche Profile bei verschiedenen Reynolds-Zahlen in Abb. 5. Gemessen wurde im weiten Spalt bei $\varphi = 0^\circ$ und halber Spalthöhe $y = 0,5 h$. Abb. 6 fasst die Ergebnisse zusammen und stellt sie im Vergleich zu Daten aus anderen Quellen dar.

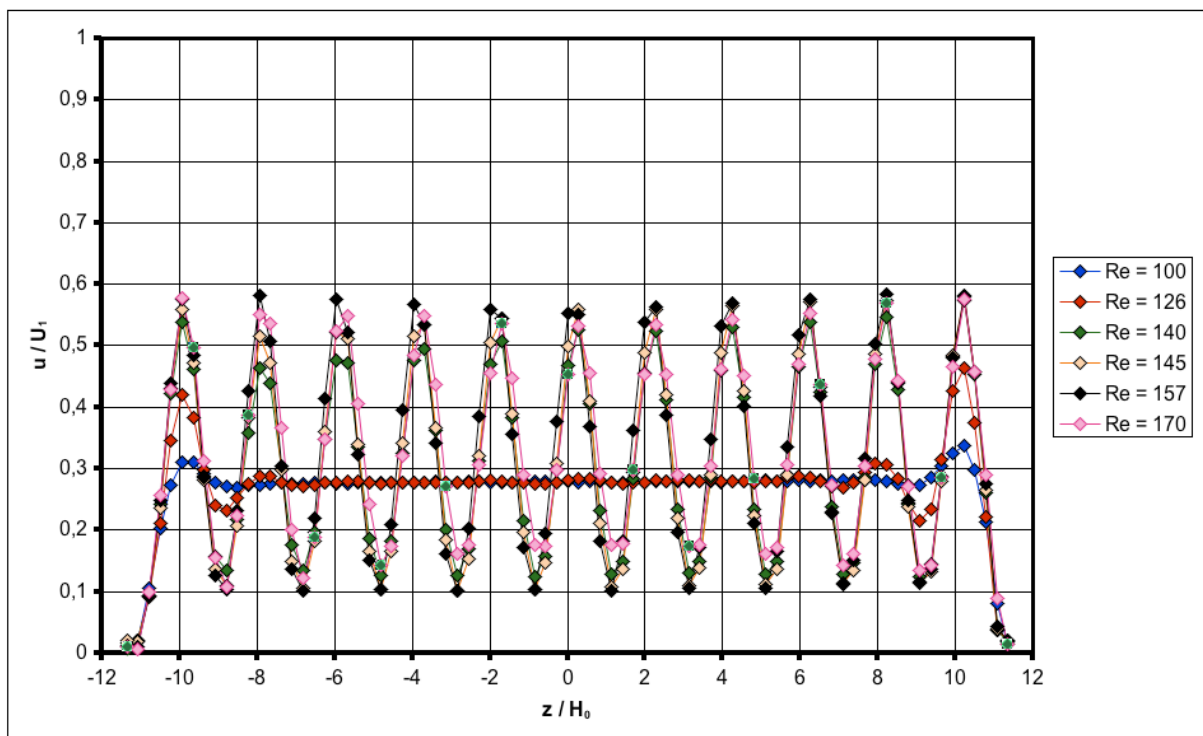


Abb. 5: Gemessene Umfangsgeschwindigkeiten über der Zylinderhöhe im weiten Spalt bei $\varphi = 0^\circ$ und halber Spaltweite $y = 0,5 h$, $\varepsilon = 25\%$, $\Psi = 10\%$, (zum Vergleich: $Re_c = 147$)

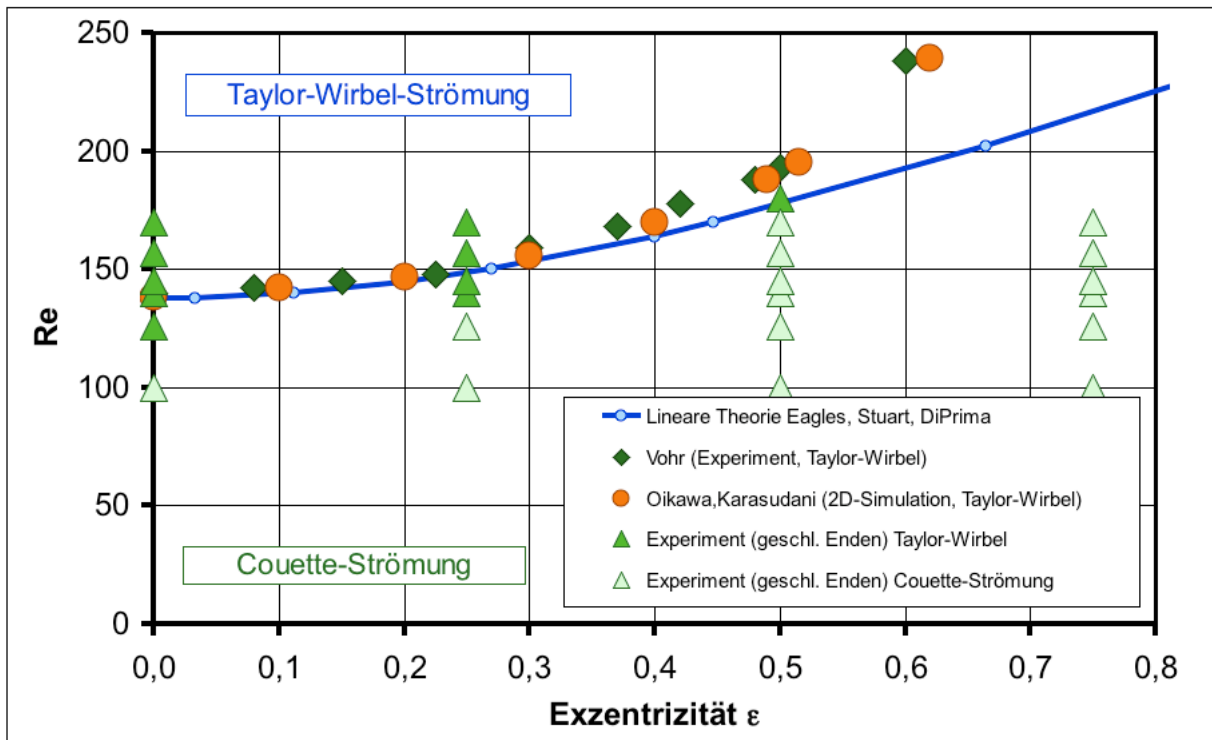


Abb. 6: Kritische Reynolds-Zahl über ϵ , Zylinder mit geschlossenen Enden

Die Übereinstimmung zwischen Stabilitätstheorie, anderen Experimenten und numerischer Simulation ist gut und zeigt, dass der vorhandene Versuchsaufbau in dieser Hinsicht vergleichbare und reproduzierbare Ergebnisse liefert.

Einfluss der Geometrie der Zylinderenden

Die im vorausgehenden Kapitel vorgestellten Experimente sind mit gleich langem Innen- und Außenzylinder durchgeführt worden, sodass nur der für eine berührungsfreie Rotation des Innenzylinders notwendige Minimalspalt vorhanden war und daher keine Umströmung der Enden vorlag. Der Spalt ist also axial durch eine feste Wand begrenzt und in der so gebildeten Ecke lässt sich auch bei kleinen Reynolds-Zahlen ein Eckenwirbel nachweisen (s. Abb. 5). Um zu sehen, ob dieser Wirbel die Formation der Taylor-Wirbel unterstützt, wird ein kürzerer Innenzylinder eingesetzt, sodass an beiden Zylinderenden der Abstand zur Stirnwand ca. eine mittlere Spaltweite H_0 beträgt. Damit ist ein Druckausgleich und eine Umströmung an den Enden möglich. Abb. 7 zeigt die sich ergebenden radialen Profile der Geschwindigkeit. Überkritische Profile weisen einen Wendepunkt auf, während die unterkritischen die typische Parabelform haben. Auch mit offenen Enden wird die kritische Reynolds-Zahl bestätigt.

Es fällt außerdem der Unterschied zur Gleitlagertheorie auf. Der Druckausgleich über die offenen Zylinderenden führt zu einer Verringerung des Spaltdruckes und so zu einer geringeren Krümmung des Profils. Dieses wird besonders deutlich, wenn man für $Re = 100$ die Geschwindigkeitsprofile für Konfigurationen mit offenen und geschlossenen Profilen vergleicht. Zur Überprüfung des Experiments wurden die Profile auch mit einer 3D-Simulation nachgerechnet. Die Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment ist, wie Abb. 8 zeigt, sehr gut und für den Fall der geschlossenen Enden liegen das Profil der gemessenen Geschwindigkeit nur unwesentlich unter dem der Gleitlagertheorie. Der letzte Aspekt ist von daher wichtig, dass die geplanten Experimente mit engeren Spalten weiter Richtung Gleitla-

gerströmung ausgedehnt werden sollen, um dann auch die Effekte eines Seitenflusses gezielt zu untersuchen.

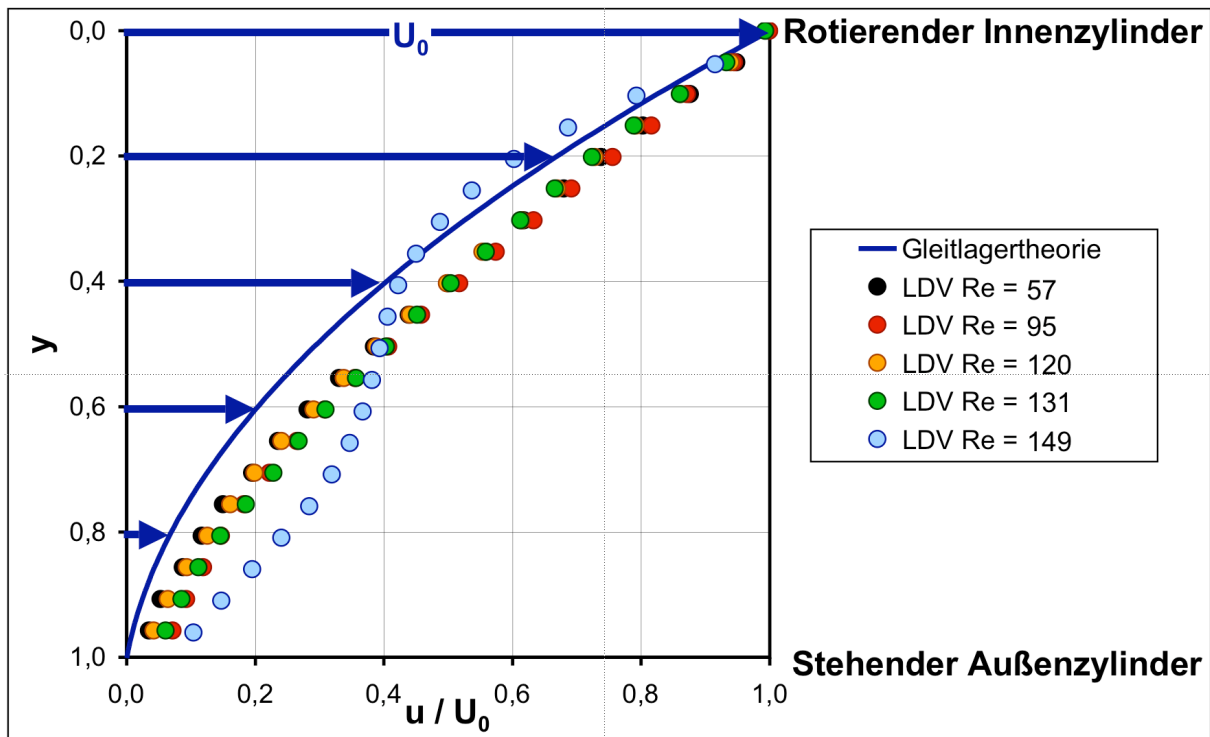


Abb. 7: Gemessene Umfangsgeschwindigkeit, Zylinder mit offenen, umströmten Enden, $\Psi = 10\%$, $\varepsilon = 25\%$, $\varphi = 0^\circ$, (zum Vergleich: $Re_c = 147$)

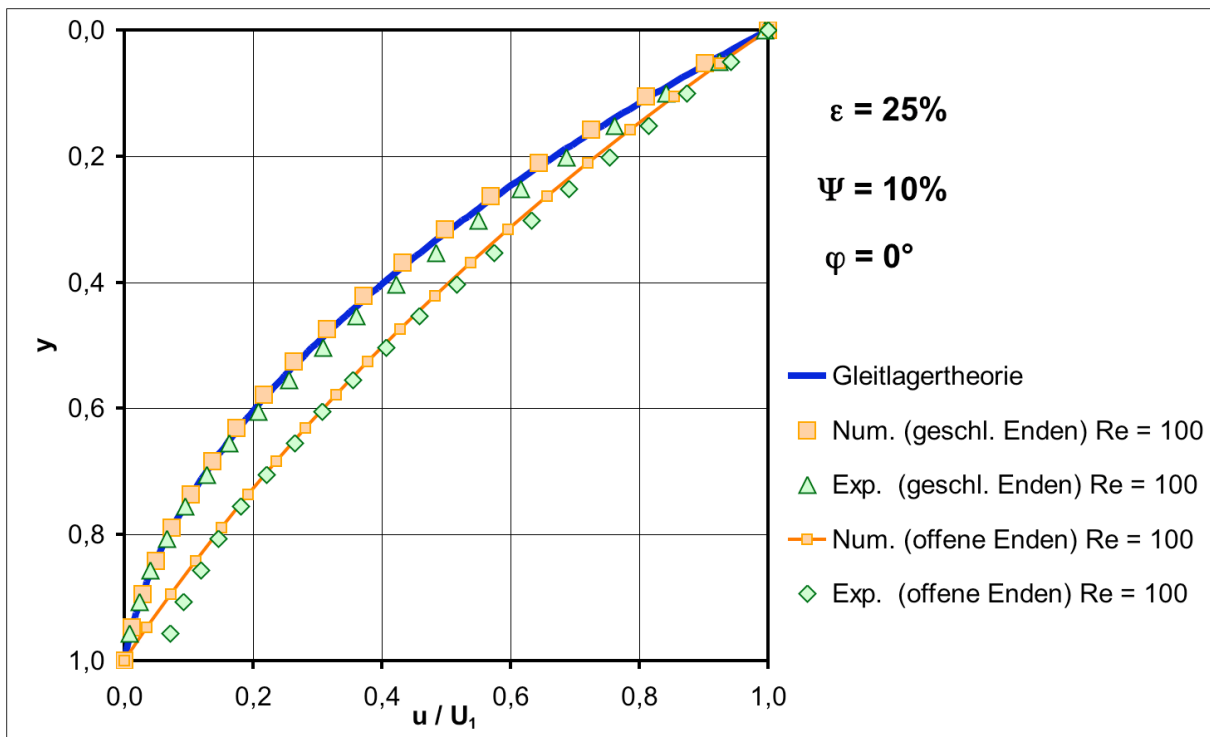


Abb. 8: Vergleich von Zylinder mit geschlossenen und offenen Enden: Experiment, numerische Simulation und Gleitlagertheorie

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde die Strömung im Spalt zwischen einem rotierenden inneren Zylinder und einem feststehenden Außenzylinder untersucht. Dabei wurde die Umfangskomponente der Strömungsgeschwindigkeit mit einem Laser-Doppler-Anemometer gemessen. Bei einer gewählten Spaltweite von 10% wurden die Reynolds-Zahl und die Exzentrizität variiert. Die so gefundenen kritischen Reynolds-Zahlen Re_C , an denen die Bildung von Taylor-Wirbeln einsetzt, zeigen in guter Übereinstimmung mit Literaturwerten den typischen quadratischen Anstieg über der Exzentrizität.

Zusätzlich wurde der Einfluss der Konfiguration der Zylinderenden auf die Ausbildung der Geschwindigkeitsprofile über der Spaltweite betrachtet. Hierbei wurde ein Versuchsaufbau mit offenen Enden, der in Anlehnung an die Verhältnisse in Gleitlagern gewählt wurde, mit einem Aufbau mit geschlossenen, durch die Stirnflächen des Außenzylinders gebildeten, also nicht rotierenden Enden verglichen. Feste Enden werden üblicher Weise bei Untersuchungen der Strömungsstabilität verwendet. Es wurde gezeigt, dass bei festen Enden, die weder umströmt werden noch einen Druckausgleich über dem Umfang zulassen, die Profile der Umfangsgeschwindigkeit in etwa mit den Profilen der Gleitlagertheorie übereinstimmen, während bei offenen Enden, die Profile deutlich weniger gekrümmt sind. Diese Ergebnisse wurden mit Hilfe von Simulationsrechnungen bestätigt.

Zusammenfassend wurde gezeigt, dass der Aufbau des vorgestellten Experiments qualitativ und quantitativ vergleichbare Ergebnisse liefert und somit geeignet ist, Geschwindigkeitsfelder in engen Spalten bei exzentrischer Zylinderanordnung zu untersuchen.

Die derzeit laufenden Untersuchungen befassen sich mit dem Einfluss des Streckungsverhältnisses (B/H_0) auf die Ausbildung bzw. Anzahl der Taylor-Wirbel im Spalt, womit dann die Voruntersuchungen abgeschlossen werden. Anschließend wird die Spaltströmung mit einem Seitenfluss überlagert. Diese Untersuchungen sollen Erkenntnisse über lokale Strömungsverhältnisse erbringen und zwar insbesondere im Umfeld von Bohrungen, Nuten, Taschen usw., die in Gleitlagern dazu dienen, das benötigte Öl einzuspeisen.

Literatur

Andereck, C.D., S.S. Liu, H.L. Swinney, 1986: Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.* **164**, 155-183

Butenschön, H.-J., 1976: Das hydrodynamische, zylindrische Gleitlager endlicher Breite unter instationärer Belastung. Diss. TU Karlsruhe

Eagles, P.M., J.T. Stuart, R.C. DiPrima, 1978: The effects of eccentricity on torque and load in Taylor-vortex flow. *J. Fluid Mech.* **87**, part 2, 209-231

Halstenberg, K.D., 1978: Das Verhalten hydrodynamischer Gleitlager bei veränderlichem Schmierstoffdurchsatz. Diss. RWTH Aachen

Muller, S.J., 2007: Instabilities in viscoelastic flows with curved streamlines. 15th Int. Couette Taylor Workshop, Le Havre

Oikawa, M., T. Karasudani, M. Funakoshi, 1989: Stability of flow between eccentric rotating cylinders. *J. Phys. Soc. Japan* **58**, No. 7, 2355-2364

Taylor, G.I., 1923: Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *Phil. Trans. Royal Soc. London.* **223**, 289 – 343.

Tennaloon, S.G.K., C.D. Andereck, 1993: Time-dependent patterns in counter rotating eccentric cylinders. *Phys. Rev. Letters* **71**, No. 19, 3111-3114

Vohr, J.H., 1968: An experimental study of Taylor vortices and turbulence in flow between eccentric rotating cylinders. *Trans. ASME, J. Lubrication Tech.* **90**, 285-296