

REKONSTRUKTION DREIDIMENSIONALER POD MODEN AUS EXPERIMENTELL ERMITTELTEN GESCHWINDIGKEITSFELDERN.

RECONSTRUCTING SPATIAL POD MODES FROM EXPERIMENTAL VELOCITY VECTOR FIELDS

Mario Jensch, Martin Brede, Alfred Leder
Octavian Frederich¹, Frank Thiele¹

Universität Rostock,
Lehrstuhl Strömungsmechanik,
Albert-Einstein-Strasse 2,
18059 Rostock

¹Technische Universität Berlin,
Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik,
Müller-Breslau-Strasse 8,
10623 Berlin

Umströmung stumpfer Körper, Abgelöste Strömung, Niederdimensionale Modenzerlegung
Bluff body wake, separated flow, proper orthogonal decomposition

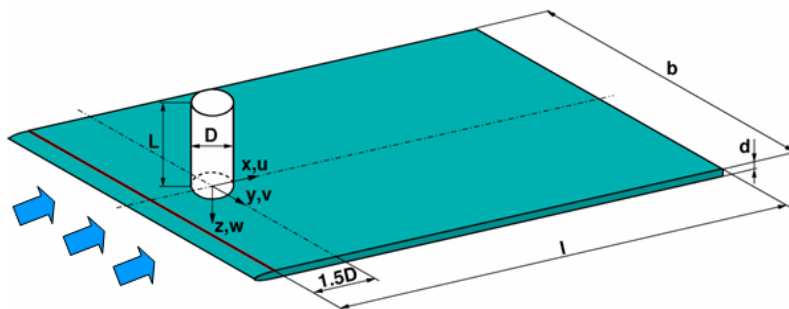
Zusammenfassung

Die hier präsentierten Ergebnisse sind in einer Untersuchung zur Umströmung eines einseitig begrenzten Kreiszylinderstumpfes mit einem Längen- Durchmesser Verhältnis von zwei bei einer Reynoldszahl von 200000 entstanden. Hierfür werden moderne Mess- und Simulationstechniken wie die zeitauflösende Stereo-Particle-Image-Velocimetry und die Grobstruktursimulation eingesetzt. Darüber hinaus wird die Karhunen-Loève Zerlegung als Analyse Werkzeug zum ermitteln kohärenter Strukturen auf numerische und experimentelle Daten angewendet. Weiterhin wird eine lineare Abbildungsfunktion zum rekonstruieren räumlicher Verteilungen der in parallelen Messebenen vorliegenden POD Moden eingeführt.

Einleitung

Die Umströmung von Zylindern mit kleinem Längen- Durchmesser Verhältnis wird seit mehreren Jahren experimentell und numerisch untersucht. Das Interesse liegt in den komplexen, dreidimensionalen und instationären Strömungsstrukturen, die sich aufgrund von Scherschichtinstabilitäten und Ablösephänomene bilden, begründet. Ähnliche Strömungsstrukturen treten in der Natur und Technik wie zum Beispiel bei der Automobil- oder Gebäudeumströmung auf. Dennoch ist die Zahl der Veröffentlichungen sehr begrenzt, die meist nur stationäre Ergebnisse beinhalten. Pattenden et al. 2005 gibt einen detaillierter Überblick bereits untersuchter Konfigurationen. In Oschatz et al. 2002, Leder 2003, Richter et. al 2005 und Jensch et al. 2007 wurden bereits zeitlich gemittelte Ergebnisse aus LDA und TR-PIV Messungen an einem einseitig begrenzten Zylinderstumpf mit einem Längen- Durchmesser Verhältnis von zwei diskutiert.

Im Rahmen des DFG-Schwerpunktprogramms 1147 wird neben den klassischen LDA- und Druckmesstechniken auch die zeitlich hochauflösende Stereo-Particle-Image-Velocimetry



Zylinder Geometrie
 Durchmesser $D = 120\text{mm}$
 Länge $L = 2D$
 Transitions Draht $x_0 = -1.5D$

Geometrie Endscheibe
 $b = 5.833 D$
 $l = 10.833 D$
 $d = 0.15 D$

Strömungsparameter
 $Re_D = 200000$
 $U_\infty = 26\text{m/s}$
 Turbulenzgrad $Tu = 0.5\%$

Abb.1 (oben): Skizze des Versuchsaubau

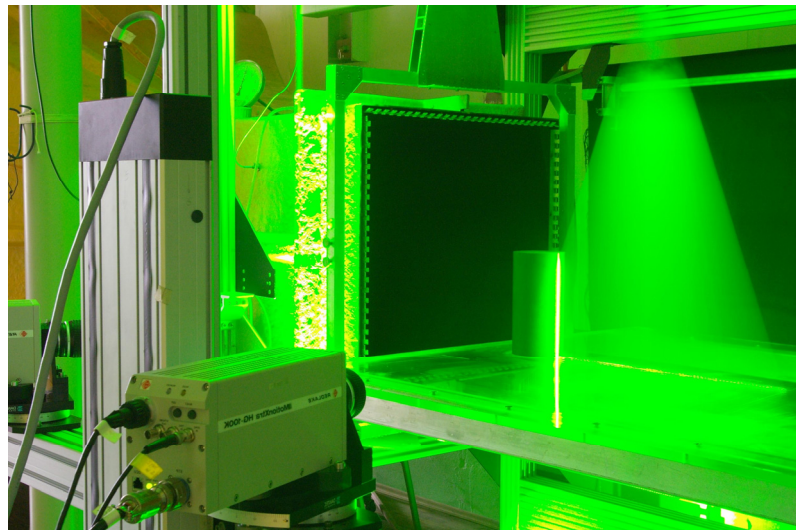


Abb. 2 (rechts): Experimenteller Aufbau im Windkanal

(TR-PIV) eingesetzt, die es ermöglicht, ebene Geschwindigkeitsfelder mit 1kHz und mehr zu erfassen (siehe Jensch et al. 2006). Eine große Herausforderung ist dabei die Analyse der großen Datenmengen. Ein Ansatz hierfür bietet die niederdimensionale Modenzerlegung welche von Lumley (Lumley 1970) basierend auf den Arbeiten von Karhunen (Karhunen 1946) und Loéve (Loéve 1955) entwickelt wurde. Das zeitlich abhängige Strömungsfeld wird hierbei mit Hilfe der Schnappschussmethode (Sirovich 1987) in orthogonale Eigenmoden zerlegt, die Informationen über grundlegende Strömungsstrukturen und deren Energiegehalt besitzen.

Experimenteller Aufbau

Das für die experimentelle Arbeit verwendete zeitlich hochauflösende Stereo-PIV System wurde bereits in Jensch et al. 2006 vorgestellt. Es besteht aus zwei Hochgeschwindigkeits-CMOS-Kameras montiert auf einer Scheimpflugoptik und einem frequenzverdoppelten, diodengepumpten Neodym-YAG-Laser. Die für die Messung verwendete Bildfolgegerate von 2000 Hz erlaubt eine Messzeit von 2.7 s bei einer Auflösung von $1024 \times 768 \text{ pixel}^2$. Zentrales Objekt der Untersuchungen ist ein einseitig begrenzter Kreiszyylinderstumpf mit einem Längen- Durchmesser Verhältnis von zwei. Die Untersuchungen wurden in einem Windkanal Göttinger Bauart mit einer $0.6 \times 0.6 \text{ m}^2$ offenen Messtrecke bei einer Anströmgeschwindigkeit von $U_\infty = 26 \text{ m/s}$ durchgeführt. Dadurch ergibt sich eine auf den Zylinderdurchmesser bezogene Reynoldszahl von 200000. Bei diesem Wert liegt gerade noch eine laminare Zylindergrenzschicht vor. Ein an der profilierten Vorderkante angebrachter Draht fixiert den Umschlagspunkt der Plattengrenzschicht um die Ausdehnung des sich bildenden Hufeisenwirbels gering zu halten.

Niederdimensionale Modenzerlegung

Ausgangspunkt für die niederdimensionale Modenzerlegung oder Proper Orthogonal Decomposition (POD) ist ein an M diskreten Zeitpunkten t_m gemessenes Schnappschüssenensemble $u^m(x) := u(x, t_m)$ des Strömungsfeldes $\{u^m(x)\}_{m=1}^M$. Ziel ist es zu diesem Ensemble ein orthonormales System von Moden zu finden, welche die Galerkin Approximation

$$u^{[N]}(x, t_m) := \sum_{i=0}^N a_i(t_m) u_i(x) \quad (1)$$

im energetisch optimalen Sinne beschreiben. Hierbei ist der erste Zeitkoeffizient $a_0 = 1$ und die Mode $u_0 = \bar{u}$ entspricht dem zeitlich gemittelten Strömungsfeld. Die beiden Kernelemente sind das Skalarprodukt der Geschwindigkeitsschwankungen um den Mittelwert

$$(u_i, v_i)_\Omega := \int_{\Omega} u_i v_i d\Omega \quad (2)$$

und die Korrelationsmatrix

$$C_{jm} = \frac{1}{M} \int_{\Omega} u^j(x) u^m(x) dx, \quad (3)$$

welche nach Sirovich 1987 Informationen zweiter Ordnung über die Struktur der instationären Strömung beinhaltet.

Ergebnisse

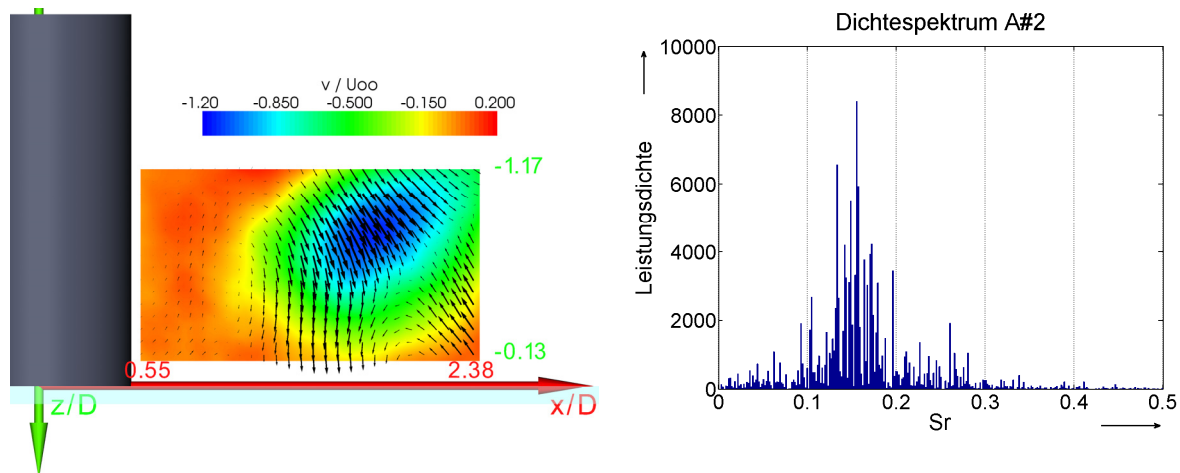


Abb. 3: Geschwindigkeitsfeld der zweiten POD Mode in der Ebene $y/D = -0.5$ (links) und das Dichtespektrum des dazugehörigen Fourier Koeffizienten (rechts).

Durch das Zerlegen der mit TR-PIV ermittelten Geschwindigkeitsfelder in POD Moden ist es nun möglich, verschieden kohärente Strukturen zu bestimmen und unabhängig voneinander zu untersuchen. Im allgemeinen repräsentieren die POD Moden die Abweichung des Geschwindigkeitsfeldes vom mittleren Geschwindigkeitsfeld. Im Gegensatz zur Zylinderumströmung mit großen Streckungsverhältnis bei kleinen Reynoldszahlen (Brede et al. 2005), ist der Nachlauf eines Zylinderstumpfes bei dieser Reynoldszahl durch eine große Anzahl an Moden gekennzeichnet, die benötigt werden die gesamte kinetische Energie der instationären Strömung aufzulösen. Zum Beispiel beinhalten die ersten sieben Moden nur 38% der kinetischen Energie der Geschwindigkeitsschwankungen und 100 Moden werden benötigt um etwa 80% aufzulösen.

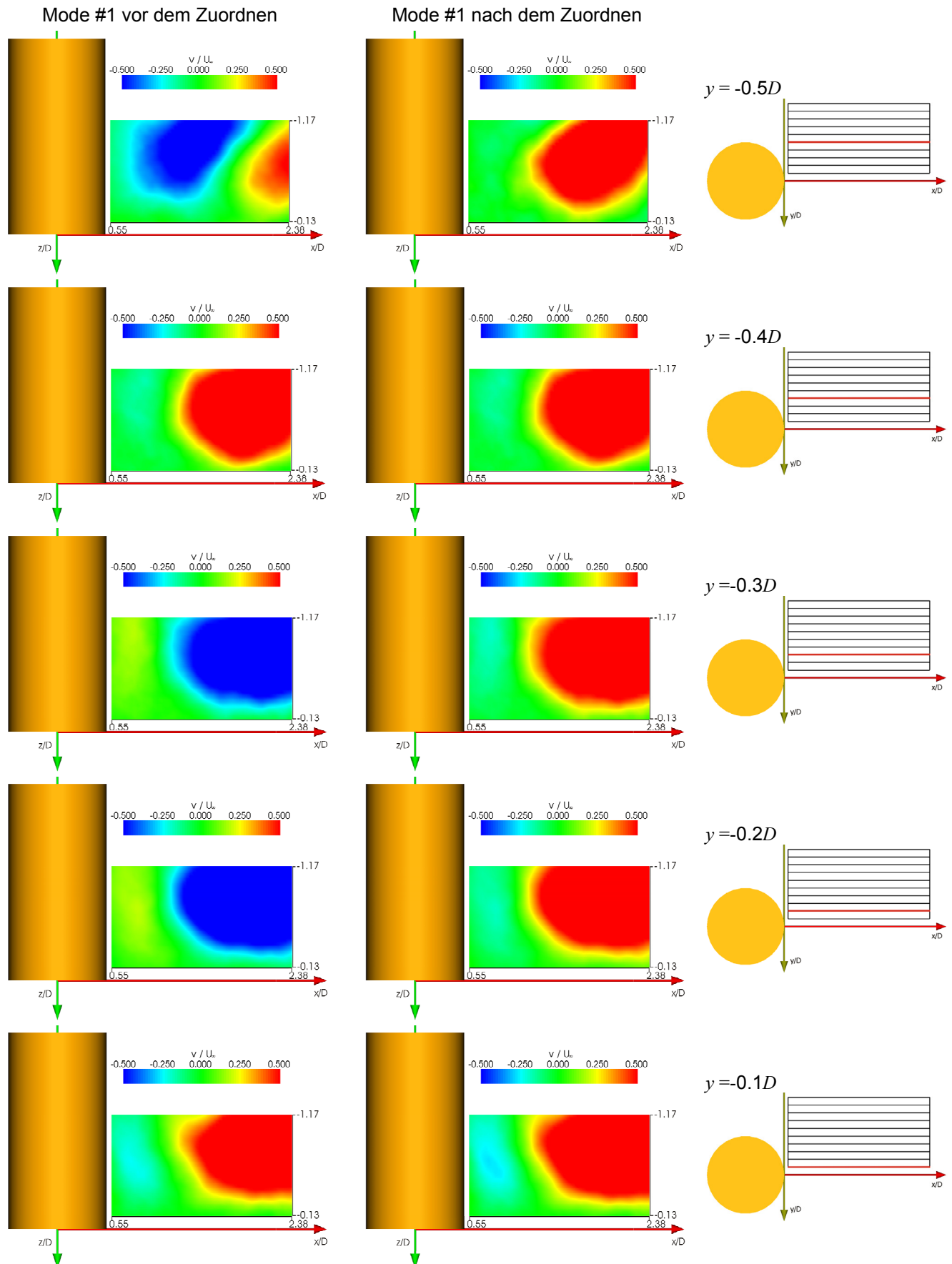


Abb. 4: Contour Plot der out-of-plane Geschwindigkeitskomponente der ersten POD Mode vor (links) and nach dem Zuordnen (mitte) in verschiedenen vertikalen Messebenen (rechts).

Abb. 3. (links) zeigt das Geschwindigkeitsfeld der zweiten POD Mode in der Messebene $y/D = -0.5$ unter Anströmung von links. Die Geschwindigkeitskomponenten u und w in der Ebene sind durch Vektoren dargestellt während die out-of-plane Komponente v farblich veranschaulicht wird. Man sieht deutlich eine vollständig dreidimensional entwickelte Struktur mit einem Minimum bei $x/D = 1.8$ und $z/D = -0.85$ für die Komponente v . Ein Maximum tritt in dieser Ebene für diese Mode nicht auf. Der Abstand zwischen Maximum und Minimum charakterisiert die halbe Modenlänge. Das Spektrum des zugehörigen Zeitkoeffizienten (Abb 3. rechts) zeigt deutlich eine Periodizität bei einer Strouhalzahl $St = f \frac{D}{U_\infty} = 0.16$. So-

mit kann die primäre Wirbelstrasse als dominante Struktur in diesem Bereich des Zylinder-nachlaufs identifiziert werden, obwohl die ermittelten Werte kleiner als gegebene Literaturwerte von sind. Roshko 1954 gibt für zweiseitig begrenzte Zylinder einen Wert von 0.21 an. Aus den bereits erwähnten komplexen dreidimensionalen Strömungsstrukturen ergibt sich nun das grundsätzliche Problem der planar vorliegenden Messfelder aus denen sich lediglich zwei dimensionale drei Komponenten POD Moden ableiten lassen. So können die Moden der unterschiedlichen Messebenen nur unabhängig voneinander untersucht werden.

Die in Abb. 4 tabellierten Plots zeigen die Geschwindigkeitskomponente v der ersten POD Mode in verschiedenen vertikalen Messebenen beginnend bei der tangentialen Messebene $y/D = -0.5$ bis $y/D = -0.1$. Die linke Spalte zeigt diejenigen durch die POD ermittelten Ergebnisse, welche den größten Anteil an kinetischer Schwankungsenergie beinhalten. Es ist auffällig, dass in Messebene $y/D = -0.5$ (links oben) nicht die selbe Struktur ermittelt wird wie in den anderen Ebenen (restlichen Abbildungen linke Spalte). Als Ursache hierfür kann angegeben werden, dass jede Messebene unabhängig von den anderen zerlegt wird und die ermittelten Moden nach Energiegehalt der jeweiligen Ebene sortiert sind. Aus diesem Grund wird eine andere Struktur mit maximalem Energiegehalt ermittelt. Eine Struktur ähnlich die der benachbarten Ebene $y/D = -0.4$ tritt in Mode zwei in Ebene $y/D = -0.5$ auf. Weiterhin ist klar zu erkennen, dass die ersten POD Moden in Ebene $y/D = -0.1$ und $y/D = -0.2$ ähnlich sind jedoch ein entgegen gesetztes Vorzeichen besitzen. Dies liegt in den unterschiedlichen Vorzeichen ihrer zugehörigen Zeitkoeffizienten nach Gleichung 1. begründet.

Um die POD Moden räumlich auszuwerten treffen wir die Annahme, dass in parallelen Messebenen dieselben kohärenten Strukturen auftreten, auch wenn diese nicht dieselbe Modenzahl oder dasselbe Vorzeichen besitzen. Um die Moden neu zuzuordnen führen wir eine lineare Abhängigkeit zwischen den Moden der Geschwindigkeitsfelder zweier benachbarter Messebenen ein.

$$\mathbf{u}_i^1(\mathbf{x}) = C_{ij}^{1,2} \mathbf{u}_j^2(\mathbf{x}) \quad (4)$$

$\mathbf{u}_i^1(\mathbf{x})$ spiegelt hier die mit Hilfe der POD berechneten Moden einer Ebene wieder, während $\mathbf{u}_j^2(\mathbf{x})$ die Moden der benachbarten parallelen Ebene repräsentieren. Der Operator $C_{ij}^{1,2}$ beschreibt die lineare Abhängigkeit der Moden beider Ebenen. Es ist nun möglich die Moden der Ebene eins direkt durch Faltung des Operators C mit den Moden der Ebene zwei zu berechnen. Darüber hinaus ist C ein Filter welcher dieselben Strukturen in den parallelen Ebenen identifiziert, auch wenn diese nicht dieselbe Modenzahl oder dasselbe Vorzeichen besitzen. Eine Analyse der Matrixelemente $C_{ij}^{1,2}$ zeigt zusammengehörenden Moden.

Tabelle 1. Gerundete Elemente des Operators C der Messebenen $y=-0.1D, y=-0.2D$

-1	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0
0	0	0	0	-1	0
0	0	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0

Tabelle 1. zeigt die gerundeten Elemente von C bestimmt aus den ersten sechs POD Moden der Ebenen $y/D = -0.1$ und $y/D = -0.2$. Ein Wert von eins spiegelt parallele Moden mit derselben räumlichen Ausrichtung wieder wohingegen ein Wert von minus eins parallele Moden mit entgegengesetzter Ausrichtung beschreibt. Dieser Zusammenhang wird durch Element $C_{1,1}$ und den zugehörigen Contourplots in Abb.4 (links) verdeutlicht. Weiterhin wird durch Element $C_{3,5}$ beschrieben, dass die Struktur in Mode 3 der Messebene $y/D = -0.1$ mit Mode 5 in Ebene $y/D = -0.2$ korrespondiert. Ein Wert von Null impliziert keine Zusammengehörigkeit.

Beginnend bei einer Referenzebene ist es nun möglich, zusammengehörende Moden durch filtern aller Ebenen zuzuordnen. Der resultierende Satz an Moden ist nicht notwendigerweise nach dem Energiegehalt der Messebene, sondern nach dem Energiegehalt der Moden der Referenzebene sortiert. Die Plots in Abb. 4 (Mitte) zeigen farblich codiert die out-of-plane Geschwindigkeitskomponente der zugeordneten ersten Moden in parallelen Messebenen von $y/D = -0.5$ bis $y/D = -0.1$. Hierbei ist die gewählten Referenzebene $y/D = -0.1$. Jetzt ist in allen Ebenen dieselbe Struktur mit derselben Ausrichtung zu sehen. Aufgrund der sehr komplexen dreidimensionalen Strömungstopologie profitiert die Methode im allgemeinen von geringen Abständen zwischen den Messebenen. Dies gilt besonders für Moden höherer Ordnung.

In Abb. 5 sind die Ergebnisse der nach Gleichung 4. zugeordneten POD Moden aus experimentell ermittelten und numerischen Daten dargestellt. Zeile eins stellt die Geschwindigkeitskomponenten der ersten und Zeile drei die Geschwindigkeitskomponenten der zweiten Mode der TR-PIV Messung mit einem Wert von $u_i = \pm 0.30U_\infty$ für die Isoflächen dar. Die Isoflächen der ersten (Zeile zwei) und der zweiten POD Mode (Zeile vier) aus numerisch ermittelten Daten repräsentieren einen Wert von $u_i = \pm 0.15U_\infty$. Rot kennzeichnet positive und blau negative Werte. Es ist offensichtlich, dass die neu angeordneten Moden einen gut zusammenpassenden Datensatz bilden, der das Berechnen von Isoflächen gestattet. Die Ergebnisse der Grobstruktursimulation werden jedoch nicht wiedergegeben. Das grundlegende Problem ist der eingeschränkte Sichtbereich während der Messung. Geschwindigkeitsinformationen außerhalb des Messbereichs können in der POD nicht berücksichtigt werden, tragen aber offensichtlich zu den POD Moden wie in der Numerik bei. Frederich et al. (2007a) zeigte, dass bei einer Reduktion der numerisch ermittelten Daten auf die Größe des Messfeldes die selben POD Moden wie im Experiment berechnet werden und stellte in Frederich et al. (2007b) heraus das Größe und Lage des zerlegten Bereich von großer Bedeutung sind. Die gewonnenen Ergebnisse müssen demnächst im Detail analysiert werden.

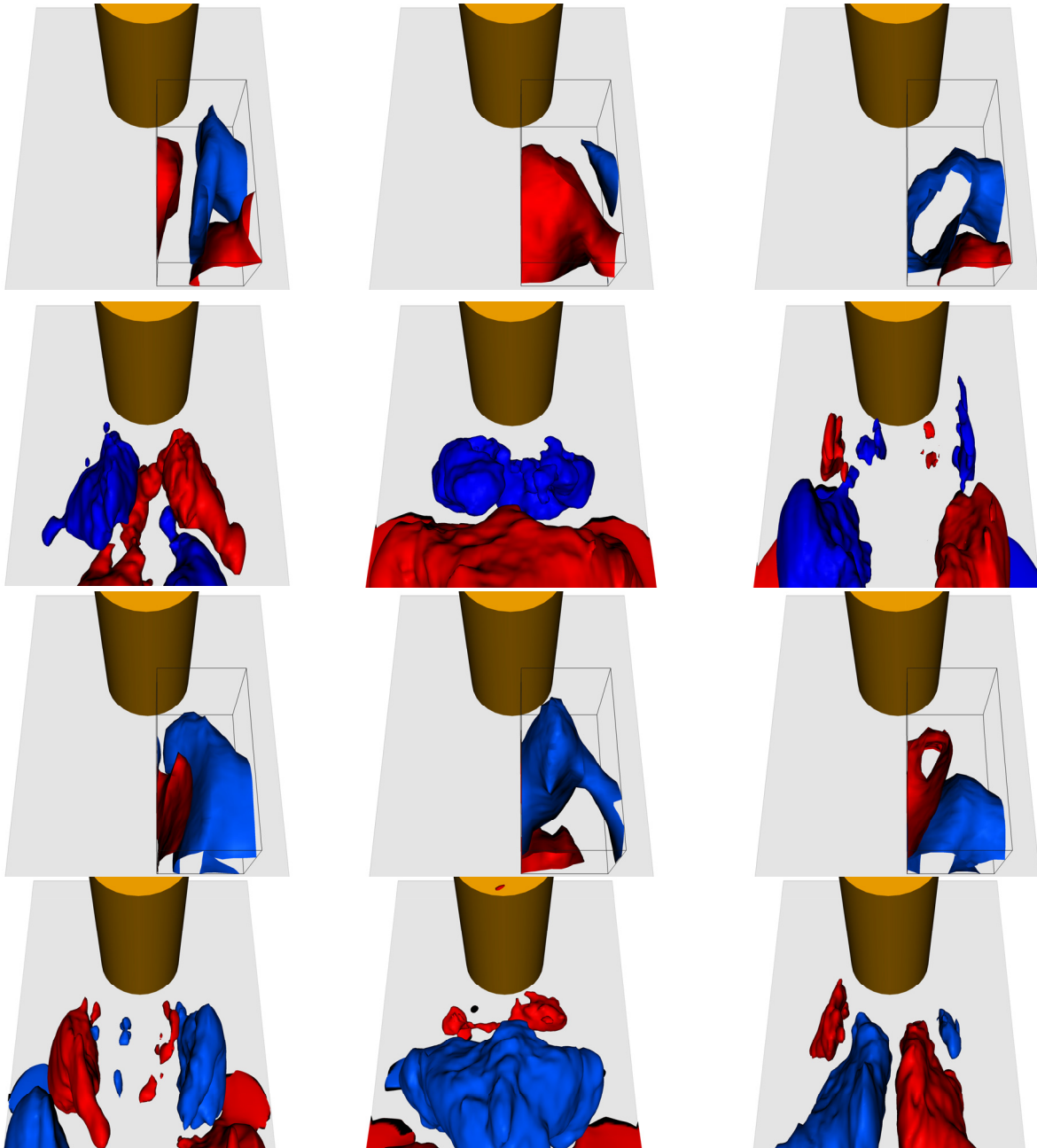


Abb. 5: Erste (Zeile 1) und zweite (Zeile 3) neu arrangierte POD Mode aus TR-PIV Daten und die ersten beide Moden berechnet aus Daten der Grobstruktursimulation (Zeile 2 und 4); Abbildungen mit Anströmung von oben

Zusammenfassung und Ausblick

Es wurde die Karhunen-Loève Zerlegung auf experimentelle Daten der zeitlich hochauflösenden Stereo-Particle-Image-Velocimetry angewendet. Die Messungen wurden im turbulenten abgelösten Nachlauf eines einseitig begrenzten Kreiszyylinderstumpfs bei einer Reynoldszahl von 200000 durchgeführt. Weiterhin wurde eine neue Methode zur räumlichen Rekonstruktion der in Ebenen vorliegenden POD Moden vorgestellt um die Verteilung der kohärenten Strukturen im Raum analysieren zu können. Obwohl erste wertvolle Ergebnisse erzielt wurden, weichen diese von den numerisch ermittelten Ergebnissen ab. Die Ursache liegt in dem gegenüber der Numerik eingeschränkten Beobachtungsbereich. Der Ansatz scheint aber dennoch geeignet für das Ermitteln kohärenter Strukturen. Der nächste Schritt ist die Validierung des vorgestellten Ansatzes durch eine gewichtete POD (Frederich et al.

2007b) numerischer Daten auf den Ausschnitt des rekonstruierten Messbereiches und eine Analyse der ermittelten Strukturen.

Dankesworte

Die Autoren bedanken sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft für die Förderung des Projektes im Rahmen des Schwerpunktprogramms 1147 „Bildgebende Messverfahren in der Strömungsmesstechnik“.

Literatur

- Brede, M., Frenkel, A., Leder, A., 2005: "Zerlegung experimentell mit PIV und LDA ermittelter Geschwindigkeitsfelder in Karhunen-Loève Moden", Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik - 13. Fachtagung der GALA e.V. 2005, GALA e.V., BTU Cottbus, S. 8.1-8.8
- Frederich, O., Wassen, E., Thiele, F., Jensch, M., Brede, M., Hüttmann, F., Leder, A., 2007a: "Numerical simulation of the flow around a finite cylinder with ground plate in comparison to experimental measurements", Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design Vol. 96, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, S. 348-345
- Frederich, O., Scouten, J., Luchtenburg, M., Thiele, F., 2007b: "Database Variation and Structure Identification via POD of the Flow Around a Wall-Mounted Finite Cylinder", Proceeding of the Fifth Conference on Bluff Body Wakes and Vortex-Induced Vibrations
- Jensch, M., Brede, M., Richter, F., Leder, A., 2006 "Verwendung des Time-Resolved Stereo-PIV Messsystems zur Ermittlung zeitaufgelöster Geschwindigkeitsfelder im Nachlauf eines Kreiszylinders", Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik - 14. Fachtagung der GALA e.V. 2006, PTB Braunschweig, S. 39.1-39.8, 2006
- Jensch, M., Brede, M., Hüttmann, F., Leder, A., Frederich, O., Wassen, E., Thiele, F., 2007 "Time-Resolved Stereo-PIV Messungen im Kopfbereich und Nachlauf eines Kreiszylinderstumpfes", Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik - 15. Fachtagung der GALA e.V. 2007, Uni Rostock, Rostock, S. 19.1 – 19.7, 2007,
- Leder, A., 2003: "3D-flow structures behind truncated circular cylinders", Proceedings of FEDSM'03, Fourth ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference, Honolulu, USA, FEDSM2003-45083
- Leder, A., Richter, F., Brede, M., 2003: "Aerodynamische Untersuchungen an zwei Zylinderstümpfen unterschiedlicher Kopfgeometrie", Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik - 11. Fachtagung der GALA e.V., PTB Braunschweig, S. 15.1-15.8
- Lumley, J., 1970: "Stochastic tools in turbulence", Academic Press, New York
- Loève, M., 1955: "Probability Theory", Van Nostrand, Princeton, New Jersey
- Karhunen, K., 1946: "Zur Spektraltheorie stochastischer Prozesse", Annaleas Academiae Scientiarum Fennicae, Vol. 34
- Oschatz, L.-G., Richter, F., Leder A., 2002: "3D-Laser-Dopplermessungen im Kopf- und Fußbereich eines Zylinderstumpfes", Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik - 10. Fachtagung der GALA e.V., Universität Rostock, S. 24.1-24.6
- Pattenden, R. J., Turnock, S. R., Zhang, X., 2005: "Measurement of the flow over a low-aspect-ratio cylinder mounted on a ground plate", Experiments in Fluids, Vol.39, pp. 10-21.
- Roshko, A., 1954 "On the development of turbulent wakes from vortex streets", NACA Report 1191.
- Sirovich, L., 1987 "Turbulence and the dynamic of coherent structures part 1-3", Quarterly of Applied Mathematics, Vol. 45, No. 3, pp. 516-590.
- Richter, F., Leder, A., 2005: "Wirbelstrukturen und Kraftwirkungen am Kreiszylinder in Scherströmungen", Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik - 13. Fachtagung der GALA e.V., Cottbus, S. 23.1-23.8