OPTIMIERUNG DER LASER DOPPLER VELOCIMETRY ZUR ÜBERWACHUNG DER MESSUNSICHERHEIT VON DURCHFLUSS-SENSOREN IM EINBAUZUSTAND

OPTIMIZATION OF LASER DOPPLER VELOCIMETRY FOR MONITORING OF MEASUREMENT UNCERTAINTY OF FLOW SENSORS UNDER OPERATING CONDITIONS

<u>Müller, Ulrich</u>¹; Dues, Michael², Utz, Michael³, Lederer, Thomas⁴, Büker, Oliver⁴

¹⁾ OPTOLUTION GmbH, CH - 4153 Reinach,

²⁾ INTELLIGENT LASER APPLICATIONS GmbH, D - 52428 Jülich

³⁾ FERNWÄRME WIEN Ges.m.b.H., A – 1090 Wien

⁴⁾ PHYSIKALISCH-TECHNISCHE BUNDESANSTALT, D – 10587 Berlin

Durchflussmessung, Geschwindigkeitsverteilungen, gestörte und instationäre Strömungsverhältnisse;

Flow Rate Measurements, Measurement of distributions of flow velocities, disturbed and unsteady flow conditions.

Zusammenfassung

In dem Beitrag werden Ergebnisse im Rahmen der Entwicklung eines Verfahrens zur Ermittlung und Überwachung der Messunsicherheiten von konventionellen Durchfluss-Sensoren im Einbauzustand vorgestellt. Neben umfangreichen Messungen des Volumenstromes unter ungestörten und gestörten Strömungsverhältnissen bei stationären und instationären Fluidbedingungen an einem Grosswärme-Prüfstand werden erste Ergebnisse von Messungen an einer Rohrschleife in einem Heizkraftwerk in DN 400 bei Volumenströmen bis 1'000 m³/h ($T_{max} = 120$ °C, $p_{max} = 25$ bar) diskutiert. Hierfür wird eine spezielle Fensterkammer eingesetzt, die einen optischen Zugang zum gesamten Rohrquerschnitt gestattet. Die erzielten Abweichungen der mittels LDV ermittelten Volumenströme im Vergleich zu Referenzstandards sind sowohl am Prüfstand als auch in der Versuchsanlage kleiner als ± 0,5 %. Im Mittelpunkt der laufenden Aktivitäten steht die Optimierung des Gesamtsystems zu einem zertifizierten Gebrauchsnormal für den Einsatz in Fernwärmenetzen.

1. Einleitung

Die Messunsicherheiten von den meisten Messgeräten zur Erfassung des Volumens bzw. Volumenstromes von Flüssigkeiten und Gasen (Durchfluss-Sensoren) sind unter anderem von den am Einbauort vorliegenden Geschwindigkeitsverteilungen abhängig. Die Strömungsverhältnisse an den Einbauorten der Durchfluss-Sensoren (DFS) werden durch anlagentechnische Gegebenheiten beeinflusst und weichen daher oft von den bei der Kalibrierung auf den Prüfständen vorliegenden idealen rotationssymmetrischen, vollentwickelten und drallfreien Geschwindigkeitsverteilungen ab, so dass die tatsächlichen Messunsicherheiten der Messgeräte im Einbauzustand nur unzureichend bekannt sind. Neben der Notwendigkeit der Minimierung der Empfindlichkeit der Durchfluss-Sensoren auf veränderte Strömungsverhältnisse besteht daher Interesse an einem praktikablen Messverfahren zur Ermittlung und Überwachung der Messunsicherheiten von konventionellen DFS im Einbauzustand. Auf der GALA 2007 wurde durch die Autoren ein von der Strömungscharakteristik unabhängiges Messverfahren für die Bestimmung des Volumenstromes von in Rohrleitungen strömenden Flüssigkeiten mittels der Laser Doppler Velocimetry (LDV) vorgestellt [1]. Das Messverfahren wird zur Überprüfung von installierten Durchfluss-Sensoren grosser Nennweite von Wärmezählern unter Betriebsbedingungen eingesetzt werden. Die Validierung des Messverfahrens hierzu erfolgt an der PTB Berlin, Fachbereich Wärme.

Die Aktivitäten erfolgen in einem gemeinsamen Projekt mit der Fernwärme Wien. Übergeordnetes Ziel ist die Verbesserung von Messrichtigkeit und Messbeständigkeit von Grosswärme-Messstellen und Übergabestationen und somit eine Erhöhung der Messsicherheit im geschäftlichen Verkehr.

2. Messungen am Grosswärme-Prüfstand

2.1 Messaufbau

Die grundsätzliche Methodik für die Messtechnologie, die Strömungskonditionierung und für die Volumenstrom-Ermittlung ist im Rahmen von Untersuchungen an einer Installation der Rohrdimension DN 80 mit Einlaufstrecke in DN 200 und entsprechender Düse erfolgt [1]. Für den vorgesehenen Einsatzfall im Fernwärmenetz ist mit Temperaturen bis zu 120 °C und Drücken bis zu 25 bar bei einer Rohrnennweite DN 400 zu rechnen. Daher erfolgte die Konstruktion und die Realisierung einer neuen Fensterkammer, die den optischen Zutritt zum Fluid für diese Einsatzbedingungen über den gesamten Rohrquerschnitt gestattet.

Diese Fensterkammer besteht aus dem durchströmten Glasrohr, einer Balgenkonstruktion zur Druck- und Temperaturentlastung des das Glasrohr umgebenden Fluidvolumens und den äusseren Glasabschlussplatten. Die Fensterkammer ist Bestandteil des sogenannten Packages, das ferner aus einer Düse DN 400/200, einem Diffussor DN 200/400 und einem magnetisch-induktiven Durchfluss-Sensor (MID) in DN 200 besteht. Der MID kann als Referenzstandard für die späteren Messungen im Fernwärmenetz verwendet werden, vorrangig dient er jedoch zur Normalisierung der LDV-Messwerte bei schwankenden Volumenströmen. Die Abbildung 1 zeigt das Package in der Messstrecke DN 400 des Grosswärme-Prüfstandes der PTB Berlin.



Abbildung 1: Gesamtansicht des Packages mit Fensterkammer DN 200 in der Messstrecke des Grosswärme-Prüfstandes der PTB Berlin.

Für die Messungen wird ein für diese Einsatzbedingungen und geringste Messunsicherheiten optimiertes, in mehreren Achsen traversierbares 1D-LDV-System der Firma Intelligent Laser Applications GmbH, Jülich eingesetzt (Abbildung 2).

Der Grosswärme-Prüfstand der PTB Berlin erlaubt die teilweise Simulation der realen Verhältnisse in Fernwärme-Versorgungsanlagen bzgl. Temperatur (bis 90°C) und des Volumenstromes (bis 1'000 m³/h). Es besteht zur Simulation von instationären Zuständen des Volumenstroms in Fernwärmenetzen zusätzlich die Möglichkeit, den Volumenstrom periodisch zu verändern. Innerhalb von wählbaren Periodendauern kann hierzu der Volumenstrom über einem maximalen Schwankungsbereich von ± 10 % variiert werden.



Abbildung 2: An der Fensterkammer montiertes LDV-System.

2.2 Zielsetzungen und Messsystematik

Die Messungen am Grosswärme-Prüfstand dienen folgenden Zielen:

- Erprobung des Packages und der Fensterkammer mit Balgenkonstruktion
- Erprobung der LDV-Messtechnik und der Einbindung des Package-MID in die Signalerfassung
- Kalibrierung des Package-MID bei verschiedenen Betriebszuständen
- Messung von hochaufgelösten Geschwindigkeitsverteilungen bei diversen Betriebszuständen
- Berechnung der Volumenströme und Vergleiche mit den Werten des Kontrollnormals
- Erprobung von Verbesserungen bei den Algorithmen zur Volumenstrom-Bestimmung
- Analyse des Einflusses der verschiedenen Betriebszustände auf die Form der Geschwindigkeitsverteilungen und
- Untersuchungen zur Verringerung der Anzahl der Messpunkte in Abhängigkeit von der Messunsicherheit.

Dementsprechend beinhaltet das umfangreiche Messprogramm Untersuchungen bei bzgl. Volumenstrom und Fluidtemperatur konstanten Bedingungen, bei schwankenden Volumenströmen, bei ungestörten und stark gestörten Strömungsbedingungen (Halbblende) und bei unterschiedlichen Fluidtemperaturen für jeweils verschiedene Volumenströme.

2.3 Ergebnisse und Auswertung

2.3.1 Charakteristik der Geschwindigkeitsverteilungen

Die Geschwindigkeitsverteilungen werden zur detaillierten Analyse des Einflusses der diversen Einflussfaktoren hochaufgelöst mit 441 Messpunkten (liegend auf 22 Messradien mit einem Winkelabstand von jeweils 18°) im Rohrquerschnitt bis zu einem minimalen Wandabstand von 0,5 mm erfasst. Die Abbildung 3 zeigt als Beispiel die Geschwindigkeitsverteilung bei konstantem Volumenstrom nach einer Halbblende (DN 400), die sich unmittelbar vor der Düse des Packages in einem Abstand von ca. 1'000 mm befindet. Die strömungskonditionierende Wirkung der Düse führt trotz der starken Strömungsstörung zu einem Blockprofil mit nur geringen Unsymmetrien.



Abbildung 3: Geschwindigkeitsverteilung bei konstantem Volumenstrom nach einer Halbblende im Abstand von ca. 4,8 d (d = 210 mm) für Q = 500 m³/h und T = 55 °C.

Bei schwankenden Volumenströmen während der LDV-Messungen ist eine Normalisierung der LDV-Geschwindigkeitswerte mit einer dem Volumenstrom proportionalen Messgrösse erforderlich. Hierzu werden die Messwerte des Package-MID bzw. die entsprechenden volumetrischen Geschwindigkeiten herangezogen. Die Ermittlung des Volumenstromes erfolgt durch die Berechnung von Referenzflächen mittels Interpolationen und Integrationen sowie anschliessender Multiplikation mit einem über die gesamte LDV-Messzeit für die Verteilung zeitlich gemittelten Volumenstrom bzw. einer volumetrischen Geschwindigkeit. Die Unsicherheit des DFS muss hierfür nicht bekannt sein, sollte aber über dem Dynamikbereich des schwankenden Volumenstromes konstant sein [1]. Ein Beispiel für eine derartig normalisierte Geschwindigkeitsverteilung ist in Abbildung 4 enthalten.



Abbildung 4: Geschwindigkeitsverteilung bei schwankendem Volumenstrom bei ungestörtem Strömungszustand für Q = 500 m³/h und T = 55 °C (Periodendauer 120 s, Amplitudenschwankungen des Volumenstromes ± 10 %, Messzeit pro LDV-Messpunkt 20 s): a) Original-Messwerte, b) normalisierte Messwerte.

Nachfolgend werden die bei verschiedensten Betriebsbedingungen gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen zur späteren drastischen Verringerung der Anzahl der Messpunkte näher untersucht. Für die qualitative Analyse der Geschwindigkeitsverteilungen hinsichtlich des Einflusses der verschiedenen Parameter werden die aus den Mittelwerten aller auf den gleichen Radien liegenden Messpunkten berechneten Profile entlang der insgesamt zehn Durchmesserpfade für unterschiedliche Betriebsbedingungen miteinander verglichen. Eine quantitative Analyse ist mittels Kennzahlen möglich, so kann die Form der Profile mit dem Profilfaktor beschrieben werden [2]:

$$K_p = \frac{K_{p.mess}}{K_{p.s}}$$

mit K_p

Profilfaktor

 $\begin{array}{ccc} \mathsf{K}_{\mathsf{p}.\mathsf{mess}} & \dots \\ \mathsf{K}_{\mathsf{p}.\mathsf{s}} & \dots \end{array}$

Profilzahl des gemessenen Profils Profilzahl des Normprofils

$$K_{p.mess} = \frac{\int (w_m - w) \cdot dr}{w_{vol} \cdot D} = \frac{1}{2 \cdot w_{vol}} \int_0^1 (w_m - w) \cdot d\left(\frac{r}{R}\right)$$

 $K_{p.s} = \frac{\int (w_{s.m} - w_s) \cdot dr}{w_{vol} \cdot D} = \frac{1}{2 \cdot w_{vol}}$ $(w_{s.m} - w_s) \cdot d$ mit gemessene Geschwindigkeit in Rohrmitte (r/R = 0) W_m gemessene örtliche Geschwindigkeit bei r/R w volumetrische Geschwindigkeit $w_{vol} = Q/(\pi \cdot R^2)$ w_{vol} R ... Rohrradius ... lokale Messposition r ... örtliche Geschwindigkeit des Normprofils \mathcal{W}_{a} W_{s m} ... Geschwindigkeit in Rohrmitte (r/R = 0) des Normprofils

Der Profilfaktor K_p ist ein Mass für die Zuspitzung (K_p > 1) bzw. Abflachung (K_p < 1) des gemessenen Profils im Vergleich zum Normprofil. Die Profilzahl des gemessenen Profils K_{p.mess} wird normiert auf die vollausgebildete laminare (hier nicht vorliegend) oder turbulente Geschwindigkeitsverteilung (K_{p,s}). Bei einer vollausgebildeten Strömung beträgt der Wert des Profilfaktors somit "1". Für die vollausgebildete turbulente Geschwindigkeitsverteilung wird die geschlossene Beschreibung nach GERSTEN & HERWIG [3, 4] gewählt.

Aus der Abbildung 5 wird der Einfluss der Düse auf die gemittelten Geschwindigkeitsprofile bei verschiedenen Volumenströmen über einem Volumenstrombereich von 1:200 (165'000 \leq Re \leq 3'300'000) bei ungestörten, stationären Strömungszuständen deutlich. Die Abhängigkeit der Form des Blockprofils von dem Volumenstrom ist gegenüber dem unkonditionierten Normprofil deutlich reduziert.



Abbildung 5: Einfluss der Düse bei verschiedenen Volumenströmen für T = 55 °C (Strömungszustand: ungestört, konstante Volumenströme, 165'000 ≤ Re ≤ 3'330'000):
 a) Gemittelte gemessene Geschwindigkeitsprofile im Vergleich zu den Normprofilen,
 b) Profilzahlen des Normprofils und der gemittelten gemessenen Geschwindigkeitsprofile.



Abbildung 6: Einfluss der Düse bei verschiedenen Temperaturen für Q = $500 \text{ m}^3/\text{h}$ (Strömungszustand: ungestört, konstante Volumenströme, $835'000 \le \text{Re} \le 2'434'00$): a) Gemittelte gemessene Geschwindigkeitsprofile im Vergleich zu den Normprofilen,

b) Profilzahlen des Normprofils und der gemittelten Messprofile.

Die Strömungskonditionierung bewirkt zusätzlich eine Verringerung des Einflusses der Fluidtemperatur auf die Profilform (Abbildung 6) sowie die erwartete drastische Reduzierung des Einflusses von Strömungsstörungen (Abbildung 7). Vergleicht man die gemessenen Mittenprofile bei konstantem und schwankendem Volumenstrom für jeweils den gleichen mittleren Volumenstrom miteinander, so ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung (Abbildung 8).



Abbildung 7: Einfluss der Düse bei ungestörter und stark gestörter Zuströmung (Halbblende) für T = 55 °C (Strömungszustand: ungestört, konstante Fluidtemperatur, 165'000 \leq Re \leq 1'650'00): Gemittelte gemessene Geschwindigkeitsprofile im Ver gleich zu den Normprofilen bei ungestörter Zuströmung.



Abbildung 8: Vergleich der gemittelten Messprofile bei konstanten und schwankenden Volumenströmen (nach Normalisierung) für verschiedene mittlere Volumenströme (Strömungszustand: ungestört, konstante Fluidtemperatur T = 55 °C, 165'000 \leq Re \leq 2'640'00).

2.3.2 Ermittlung der Volumenströme

Der Volumenstrom kann durch numerische Integration der gemessenen axialen Geschwindigkeiten an den einzelnen Messpunkten ermittelt werden [1]. Insbesondere der Randbereich der Strömung, der wesentlich zur Messunsicherheit bei der Ermittlung des Volumenstroms beiträgt, ist mittels verschiedener mathematischer Ansätze und der gewonnenen Messwerte untersucht worden. Es zeigt sich, dass die Verwendung einer den Randpunkten angepassten Akima-Iteration zu geringfügig besseren Ergebnissen (ca. 0,015 %) als bei Einsatz einer Spline-Iteration führt.

Besonderes Augenmerk wird ferner auf das Identifizieren und die Bewertung bzw. Behandlung von Messausreissern gelegt. Derartige Fehlstellen oder "Unregelmässigkeiten" im Geschwindigkeitsfeld können durch geringfügigste Verschmutzungen oder Inhomogenitäten der Glasflächen entstehen und sind messtechnisch unvermeidbar.

Die Integration des Geschwindigkeitsfeldes beruht in Weiterentwicklung der früheren Varianten nun nicht mehr auf der Betrachtung von einzelnen Kreissektoren. Aus den Geschwindigkeitsmesswerten auf den einzelnen Radien wird jetzt ein modifiziertes Halbprofil berechnet, anschliessend wird das Volumen durch numerische Integration berechnet. Dieses Verfahren ist insbesondere für die vorliegenden konditionierten und nahezu symmetrischen Strömungen geeignet, da eventuelle Fehlstellen und Ausreisser leicht gefunden und eliminiert werden können. Dieses Verfahren bietet zudem die Möglichkeit, diesen aus den Messwerten gefundenen Kurvenverlauf mittels einer Regression analytisch anzunähern und anschliessend die gefundene Funktion analytisch geschlossen zu integrieren. Somit steht bei bekannter Ansatzfunktion für die Regression eine alternative Methode zur Ermittlung der Volumenströme zur Verfügung, die gleichzeitig auch eine weitere Überprüfung der Messwerte und von zwei Regressionsfunktionen.



Abbildung 9: Vergleich der Kurvenverläufe der berechneten Halbprofile der Messwerte und von zwei exemplarischen Regressionsfunktionen (Funktion 1 mit sechs Summanden, Funktion 2 mit acht Summanden): a) Gesamtdarstellung, b) Detail $0.90 \le r/R \le 1.00$.

Die relativen Abweichungen der unter den verschiedensten Betriebsbedingungen ermittelten Volumenströme gegenüber den mit der Waage gemessenen Werten sind in der Abbildung 10 zusammengefasst. Die Abweichungen im Bereich 100 m³/h $\leq Q \leq 1'000$ m³/h sind geringer als ± 0,5 %. Die Hauptursache für die grösseren Abweichungen bei kleineren Volumenströmen sind in der für die niedrigen volumetrischen Geschwindigkeit (ca. 0,4 m/s) und den erhöhten Turbulenzgraden (ca. 15 %) in den Aussenbereichen nicht ausreichenden Messzeiten pro LDV-Messpunkt zu suchen, die zu einer ungenügenden Statistik bei der Mittelwertbildung führt. Auffällig ist neben den Einflüssen der Temperatur und der extrem starken Strömungsstörung durch die Halbblende, dass die Abweichungen für die einzelnen Betriebszustände bei Wiederholmessungen und verschiedenen Volumenströmen nur gering streuen. Es besteht daher die Hoffnung, durch Eliminierung derzeitig noch nicht bekannter systematischer Fehlerquellen die Abweichungen weiter zu verringern.



Abbildung 10: Relative Abweichungen der aus den LDV-Messungen berechneten Volumenströme (mittels numerischer Integration) zu den mit der Waage gemessenen Referenz-Volumenströmen für verschiedene Betriebszustände.

Hierfür ist es u. a. wünschenswert, den Wandbereich der Strömung messtechnisch weiter aufzulösen, d. h. den Abstand des wandnächsten Messpunktes zur Wand zu verringern (derzeitig 0,5 mm Wandabstand).

3. Messungen im Fernwärme-Netz

3.1 Messaufbau

Der Praxiseinsatz des Messverfahrens findet an einer speziell für diesen Zweck errichteten DN 400-Rohrschleife in einem Spitzenlast-Heizkraftwerk der Fernwärme Wien Ges. m. b. H. statt. Diese in das Wiener Fernwärmenetz integrierte Versuchsanlage zeichnet sich durch folgende wichtige Merkmale aus:

- Verfügbarkeit von zwei geraden Rohrstrecken mit einer Länge von ca. 35 m (als Prüfstrecke zum Einbau von mehreren DFS)
- Übernahme der temporären Druck- und Temperaturverhältnisse sowie der Wasserqualität (u. a. Partikelbeladung) des Fernwärmenetz-Rücklaufes
- Freie Variation des Volumenstromes im Bereich von $10 \le Q \le 1'000 \text{ m}^3/\text{h}$
- Integration diverser Messtechnik zur Erfassung des Fluidzustandes (Druck, Temperatur, Differenzdruck, Leitfähigkeit)
- Zentrale Datenauslesung dieser konventionellen Messtechnik und der LDV-Messtechnik via Data-Logger vor-Ort und Fernauslesung.

Der schematische Aufbau der Versuchsanlage mit der Messtechnik ist aus der Abbildung 11 ersichtlich.



Abbildung 11: Skizze der Versuchsanlage im Wiener Heizkraftwerk Kagran zum Praxiseinsatz der LDV-Volumenstrommessung.

Das Package wurde vor dem Einbau in die Rohrschleife einem Drucktest mit 40 bar unterzogen. Die Abbildung 12 zeigt das Package während der Testmessungen.



Abbildung 12: Package mit Fensterkammer und MID-DFS in der Versuchsstrecke

3.2 Erste Messungen

Derzeitig erfolgen umfangreiche Tests der Versuchsanlage und des Messsystems. Erste Messungen zeigen, dass die Partikelbeladung am Messort hochaufgelöste LDV-Messungen über den gesamten Rohrquerschnitt und den gesamten Volumenstromdynamikbereich erlaubt. Die Abbildung 13 zeigt ein Beispiel für eine gemessene Geschwindigkeitsverteilung bei quasistationären Bedingungen in der Versuchsanlage. Die Partikelbeladung und die zeitlichen Schwankungen der Fluidtemperatur sind sehr abhängig von der Betriebsfahrweise des Netzes.



Abbildung 13: Geschwindigkeitsverteilung am Messort in der Versuchsanlage (Quasistationarität bzgl. Druck, Volumenstrom und Temperatur; ungestörte Zuströmung, Q = 240 m³/h, T = 55 °C, p = 14 bar): a) Original-Messwerte, b) normalisierte Messwerte.

Erwartungsgemäss entspricht die Form der in der Versuchsstrecke gemessenen ungestörten Geschwindigkeitsverteilungen in nahezu exakter Weise den am Prüfstand gemessenen (vgl. Abbildung 14). Dies ist für die Übertragbarkeit der diesbzgl. Ergebnisse vom Prüfstand zur zukünftigen Reduzierung der Anzahl der Messpunkte für die Volumenstromermittlung von Bedeutung.



Abbildung 14: Vergleich der gemittelten Profile von LDV-Messungen am Prüfstand und in der Versuchsanlage im Kraftwerk (Strömungszustand: ungestört, T = 55 °C, Q = 100 m³/h)

Die Abweichungen der aus örtlich hochaufgelösten LDV-Messungen (361 Messpunkte im Messquerschnitt) ermittelten Volumenströme zu den mit dem Package-MID gemessenen Volumenströmen liegen derzeitig im Bereich von -0,5 % \leq dQ/Q \leq 0,3 %.

4. Ausblick

Im Mittelpunkt der laufenden Aktivitäten steht die Optimierung des Gesamtsystems zu einem zertifizierten Gebrauchsnormal für den Einsatz in Fernwärmenetzen. Hierzu dienen u. a. folgende Massnahmen:

- Optimierung des Messsystems und der Versuchsanlage für den Routinebetrieb
- Durchführung periodischer LDV-Messkampagnen zur Ermittlung des Volumenstromes bei diversen Betriebsbedingungen
- Langzeit-Untersuchungen der Messunsicherheit und Messstabilität der diversen DFS auf der Basis der mit dem LDV-System ermittelten Volumenströme
- Massnahmen zur deutlichen Reduzierung der Messzeit, u. a. durch Verringerung der Anzahl der Messpunkte
- Weitere Analyse der Messunsicherheit des Messsystems und Eliminierung systematischer Fehlereinflüsse und
- Optimierung des Datenmanagements sowie evtl. Fernsteuerung des Messsystems.

Dankesworte

Wir danken der Fernwärme Wien Ges. m. b. H. für die umfangreiche Unterstützung und Förderung dieses Projektes.

Literatur

- Müller, Ulrich; Dues, Michael; Utz, Michael, Lederer, Thomas, Büker, Oliver: Einsatz der Laser Doppler Velocimetry zur Überwachung der Messunsicherheit von Durchfluss-Sensoren im Einbauzustand.
 15. Fachtagung "Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik", 4.–6. September 2007, Rostock.
- [2] Müller, Ulrich; Dues, Michael; Baumann, Henri: Bewertung der Strömungsverhältnisse von Kalibrier-Prüfständen mittels LDV-Messungen und Kennzahlen.
 14. Fachtagung "Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik", 5.–7.September 2006,
- Braunschweig.
 [3] Gersten, K.; Herwig, G.: Strömungsmechanik. Grundlagen der Impuls-, Wärme- und Stoffübertragung aus asymp totischer Sicht.

1. Aufl., Vieweg-Verlag, Braunschweig Wiesbaden 1992.

 [4] Gersten, K.:
 Fully developed turbulent pipe flow.
 In: Merzkirch, W.: Fluid mechanics of flow metering. 1. Aufl., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York 2005.