

## **MESSUNG DER STREUTEILCHENBESCHLEUNIGUNG MIT LDA UND QUADRATURSIGNALANALYSE**

### **Measurement of particle acceleration with LDA and quadrature signal analysis**

**V. Strunck, J. Kampe, N. Pape, H. Müller**

Bundesallee 100, 38116 Braunschweig

LDA, Beschleunigung im Messvolumen, Staustromlinie, Liniensensor, Hilbert, TOF  
LDV, acceleration, measuring volume, stagnation flow, line sensor, time-of-flight

### **Zusammenfassung**

Mit Methoden der Hilbert-Transformation und der Quadratursignalanalyse wird der Wert der Beschleunigung von Streuteilchen im Messvolumen eines Standard-LDAs berechnet und in einer Staustromung erprobt. Es wird gezeigt, dass in stark beschleunigten Strömungen die beschriebene Methode zu genaueren Ergebnissen als die Zweipunktmessung führt. Um die Ortsauflösung des LDA-Messvolumens zu verbessern, wurde das LDA zu einem Flugzeit-Liniensensor erweitert, der hochauflösend die Geschwindigkeiten in einer Fläche misst.

### **Einleitung**

Laser Doppler Anemometer (LDA) werden vorwiegend für die hochgenaue Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit in einem als Punkt aufgefassten Messvolumen genutzt. Eine Zweipunktmessung erlaubt die Bestimmung von Geschwindigkeitsgradienten, und, wenn der zweite Messort stromab vom ersten Messort gelegen ist, kann mit der Taylorschen Approximation die mittlere Beschleunigung in der Strömung geschätzt werden. Die direkte Messung der Lagrangeschen Beschleunigung ist bei großen Beschleunigungen auch innerhalb des Messvolumens möglich. Die von Lehmann, Helbig, Hassa 1990, Lehmann und Helbig 1999, Schröder et. al. 2002 und Kinzel et. al. 2006 genutzte Kurzzeit-Fourieranalyse oder der parametrische FFT-basierte Ansatz von Lehmann, Nobach, Tropea 2002 zeigen Möglichkeiten, die Beschleunigung aus LDA-Signalen zu extrahieren. Im Folgenden soll die einfache Methode der Beschleunigungsmessung mit Mitteln der Quadratursignalmodulation, siehe Strunck, Müller, Dopheide 1996 und Bayer et. al. 2008 hervorgehoben werden. Voraussetzung hierfür ist die Erfassung des LDA-Signals mit einer Transientenrekorderkarte.

Die Motivation für die direkte Messung der Beschleunigung einzelner Streuteilchen entsteht aus dem Interesse an turbulenten Strömungen und deren Modellierung, an der Untersuchung des aerodynamischen Teilchendurchmesser über den Schlupf nach einem Stoß, an körpernahen Strömungsfeldern aber auch an der Prüfung der Homogenität des Streifenabstands im Messvolumens.

Zunächst wird der Algorithmus zur Bestimmung der Beschleunigung und der Fehlergrenzen aus Standard-LDA-Signalen erläutert. Anschließend werden Messungen in der Staustromung eines Staurohres und Zylinders vorgestellt sowie auch die flächenhafte Messung mit einem Flugzeit-Liniensensor-LDA.

## Methode

Für die Quadraturdemodulation werden immer zwei Signale benötigt. Diese sind das Inline-Signal, das prinzipiell jedes LDA erzeugt, und zusätzlich ein Quadratursignal, welches bei Frequenzshift-LDAs aus dem Mischprozess erhalten werden kann. Das letztere lässt sich auch künstlich mittels Filtern oder durch Verschieben der Zeitachse erzeugen.

Die elegante Methode der Fouriertransformation (FFT) für die Ermittlung der Dopplerdifferenzfrequenz kann auch für die Gewinnung des Quadratursignals (Hilbert-Transformation) aus dem komplexen Amplitudenspektrum des Fourier-transformierten Inline-Signals genutzt werden (Abb.1).

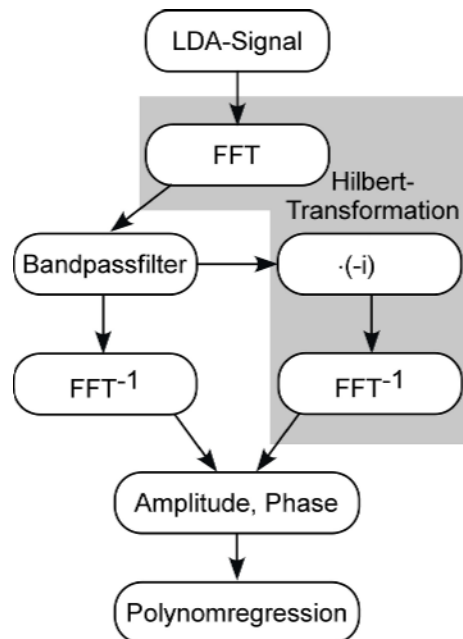


Abb. 1: Flussdiagramm zur Auswertung der Beschleunigung im LDA-Signal

Die komplexen Amplituden werden mit  $-i$  multipliziert und bilden nun das Amplitudenspektrum des Quadratursignals. Da dann sowohl das Spektrum des Inline-Signals als auch das des Quadratursignals vorliegt, ist eine Filterung im Frequenzbereich hilfreich, die die Frequenzbänder beider Signale einengt. Zweckmäßig zeigte sich der Erhalt der Frequenzen zwischen der halben und doppelten Dopplerfrequenz. Dies bedeutet jedoch auch, dass jetzt innerhalb des Messvolumens keine größere Beschleunigung erfasst wird als die einer Verdopplung oder Halbierung der Geschwindigkeit beim Durchflug durch das Messvolumen entspricht. Mit der Rücktransformation beider Amplitudenspektren stehen das gefilterte Inline- und Quadratursignal zur Verfügung.

Aus dem Inline- und Quadratursignal werden nun Phase und Amplitude (der Einhüllenden) berechnet, siehe Strunck, Müller, Dopheide 1996. Der Phasenverlauf wird mit einer gewichteten Polynomregression zweiter Ordnung gefittet wobei die Amplitudenquadrate der Einhüllenden als Gewichtung genutzt werden (Abbildung 2).

Signale von beschleunigten Streuteilchen haben meist eine größere Dynamik und die Bestimmung des Signal-Rauschverhältnisses (SNR) ist dadurch schwieriger als für nicht beschleunigte Teilchen. Um das SNR auch unabhängig von der Frequenz als Kriterium nutzen zu können, kann das Dopplersignal vor der Bestimmung des SNRs im Zeitfenster extrahiert werden. Die Position des Auftretens im Zeitfenster dazu wird aus dem Phasenanstieg im Frequenzbereich des Maximums im Powerspektrum bestimmt, die Anzahl der genutzten Streifen entnimmt man der Größe des Messvolumens.

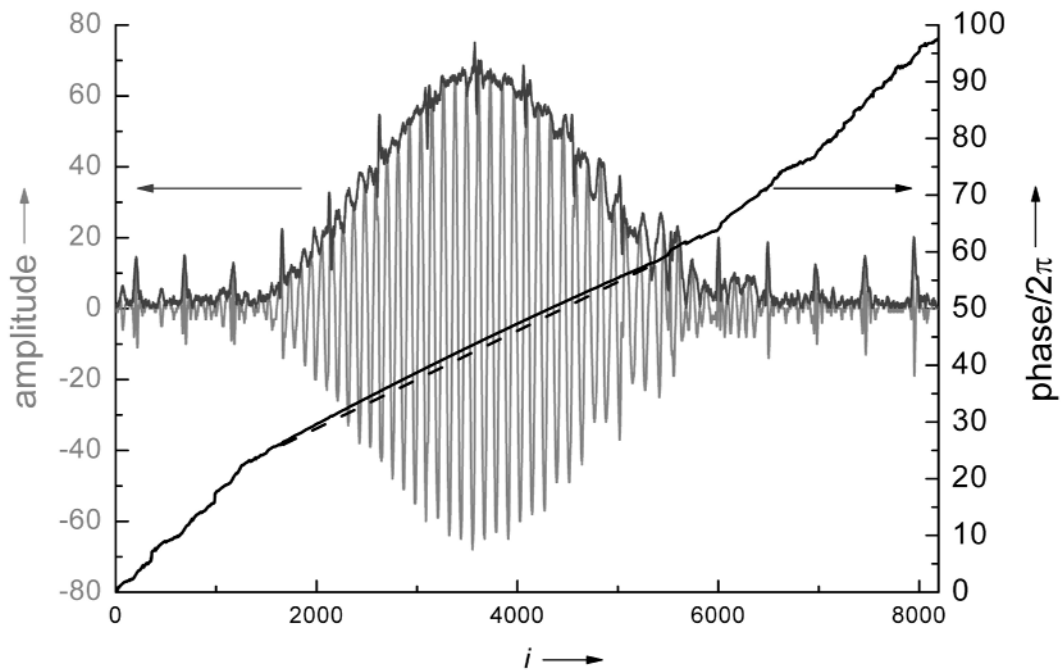


Abb. 2. Signalamplitude und Phasenverlauf eines beschleunigten Streuteilchens (die gestrichelte Linie zeigt einen Verlauf ohne Beschleunigung)

Im Rechner liegt das Signal des Erfassungszeitfensters  $T = N \cdot \Delta t$  mit  $N$  als Anzahl der Stützpunkte und  $\Delta t$  Abtastzeit vor. Der Verlauf der Zeit  $t = i \cdot \Delta t$  liegt normierte als  $i$  vor.

Mit dem zeitabhängigen Ort des Streuteilchens  $s = s_0 + ut + \frac{1}{2}bt^2$  und

der Modulation durch das Streifensystem  $I = \cos\left(\frac{2\pi}{d}s\right)$  mit dem Streifenabstand  $d$

wird bei Vernachlässigung von  $s_0$   $I = \cos\left(\frac{2\pi}{d}\left(ut + \frac{1}{2}bt^2\right)\right)$ .

Mit den  $h_1$  Perioden im Zeitfenster  $T$  wird  $u = \frac{d}{T}h_1 = \frac{d}{N \cdot \Delta t}h_1$ .

Bei einer Änderung von  $h_2$  Perioden ist  $b = \frac{d}{T^2}h_2 = \frac{d}{(N \cdot \Delta t)^2}h_2$ ,

so dass das modulierte Signal zu  $I = \cos\left(2\pi \cdot \left(h_1 \frac{i}{N} + \frac{1}{2}h_2 \frac{i^2}{N^2}\right)\right)$  wird.

Die (harmonischen) Frequenzen  $h_1$  entsprechen denen im Frequenzspektrum der FFT (bin) und sind eine normierte Geschwindigkeit, wie auch  $h_2$  eine normierte Beschleunigung ist. Normiert man den Phasenverlauf (Abb. 2) vor der Regression mit  $2\pi$ , so erhält man direkt aus der Polynomregression den Koeffizient 1. Ordnung  $h_1$  und den halben Koeffizienten 2. Ordnung  $h_2$ .

Mit der Ableitung  $\frac{dI}{di} = -\frac{2\pi}{N}\left(h_1 + h_2 \frac{i}{N}\right) \cdot \sin(\dots)$

lässt sich leicht die momentane Geschwindigkeit  $h = h_1 + h_2 \frac{i}{N}$  bestimmen, siehe Abb. 3.

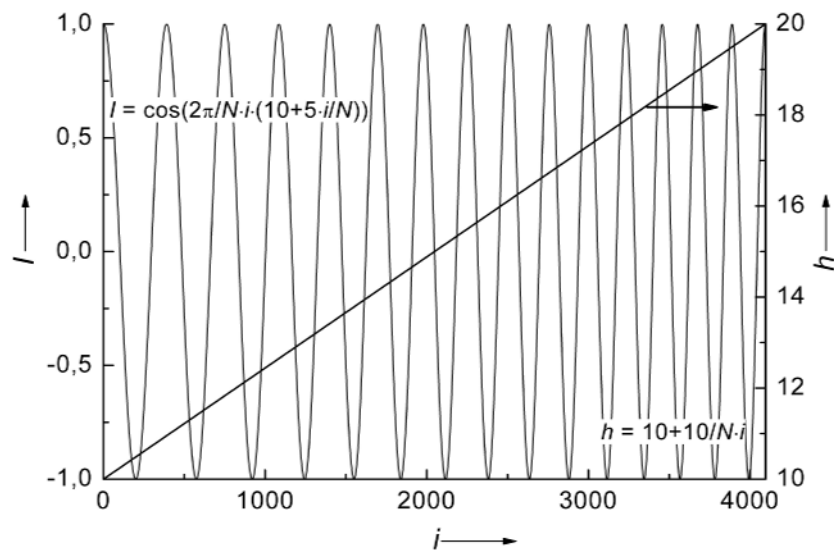


Abb 3: Moduliertes Signal und Verlauf der Harmonischen  $h = h_1 + h_2 \frac{i}{N}$ ,  $0 < i < N (=4096)$

Die Periode links im Fenster passt 10 mal in das gesamte Fenster, während die rechts im Bild 20 mal hineinpasst. ( $h$  entspricht der Ableitung der Phase in Abb. 2)

### Unsicherheit eines einzelnen Signals für die Beschleunigung

Während für ein ‚echtes‘ Quadratursignal mit  $N/2$  Messwerten,  $N \gg 1$ ,

$$\Delta f \geq \frac{\sqrt{6}}{2\pi T \sqrt{N \cdot SNR}}$$

gilt nach Rife und Boorstyn (1974), ist für ein einfaches Signal mit  $N$  Messwerten

$$\Delta f \geq \frac{\sqrt{12}}{2\pi T \sqrt{N \cdot SNR}}.$$

Das Signal habe für die Zeit  $T/2$  die Frequenz  $f_1$  und in der zweiten Zeithälfte die Frequenz  $f_2$ .

Dann ist

$$b = \frac{u_2 - u_1}{T/2} = \frac{f_2 - f_1}{T/2} d = \frac{f_2}{T/2} d - \frac{f_1}{T/2} d$$

und mit

$$\Delta f_1 = \Delta f_2 = 2\sqrt{2}\Delta f$$

ist

$$\Delta b \geq \frac{\sqrt{(\Delta f_1)^2 + (\Delta f_2)^2}}{T/2} d \geq \frac{\sqrt{2}\Delta f_1}{T/2} d \geq \frac{8}{T} \Delta u$$

Aufgrund des kleinen Zeitfensters  $T$  bei großen Geschwindigkeiten sind große Unsicherheiten zu erwarten.

## Teilchenfolgevermögen

Um den Geschwindigkeitsfehler durch den Schlupf der Streuteilchen zu berechnen, muss eigentlich der Beschleunigungsvorgang entlang der Stromlinie berechnet werden. Vergleicht man die bei akustischer Anregung des Mediums auftretenden wechselnden Beschleunigungen mit denen der Staustromung, so lässt sich jedoch mit der Näherung  $\omega \approx b/u$  eine der Beschleunigung entsprechende Frequenz finden.

Das Verhältnis von Schallschnelle  $u$  und Teilchenamplitude  $v$  ist nach Mazumber und Kirsch (1975)

$$|u/v| = \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2},$$

wobei die Relaxationszeit  $\tau$  eine Funktion des Teilchendurchmessers  $d$ , der Viskosität  $\eta$  des Fluids und des Dichteunterschieds  $\rho$  von Teilchen und Fluid ist:

$$\tau = \rho d^2 / 18\eta.$$

Für  $\omega \approx b/u$  entspricht der Zahlenwert von  $b$  [in  $\text{m/s}^2$ ]  $\approx 10^4$  in etwa dem Zahlenwert der Frequenzen [in Hz], so dass in den hier gezeigten Strömungen für kleine Teilchen mit

$\tau \approx 10^{-6}$  s die durch den Schlupf verursachten Geschwindigkeitsabweichungen geringer als 1 % sein dürften. Geht man hingegen davon aus, dass die Beschleunigung konstant ist, so sind Trägheitskraft und Widerstandskraft im Gleichgewicht. Lediglich die Geschwindigkeit des Teilchens folgt zeitlich verzögert der des Fluids:

$$\Delta u = b\tau$$

Auch dann sind die betrachteten Geschwindigkeitsabweichungen gering. Eine genaue Analyse des Teilchenfolgeverhaltens findet man bei Ruck 1990.

Bei z.B. einem senkrechten Verdichtungsstoß dagegen würden für den Schlupf relevante Beschleunigungen der Größenordnung von  $10^6 \text{ m/s}^2$  auftreten, die sich für die Bestimmung des aerodynamischen Durchmessers  $d$  nutzen ließen.

## Messung an einem Staurohr

Das Verfahren wurde in einem ersten Versuch an der Staustromlinie eines Staurohres ( $D = 8 \text{ mm}$ ) erprobt (siehe Abb. 4). In einem Abstand von  $1 D$  vor dem Rohr beginnt die Verlangsamung der Strömung von  $u_\infty = 10 \text{ m/s}$ , wobei eine maximale Verminderung bei etwa  $0,1 D$  erreicht wird. Die Schwankungsbreite der Beschleunigung hat bei großen Geschwindigkeiten auch große Werte, die mit kleineren Geschwindigkeiten und damit einer längeren Verweildauer im Messvolumen abnehmen (schwarze Balken). Entsprechend zeigen die aus Geschwindigkeitsmessungen erhaltenen Beschleunigungen bei großen Geschwindigkeiten aufgrund größerer Messabstände sehr kleine Schwankungen, die jedoch an der Rohrspitze bei kleinen Geschwindigkeiten zunehmen (graue Balken). Zusätzlich zeigte sich die Länge des Messvolumens von  $3 \text{ mm}$  in Spitzennähe des Staurohres als zu groß, was dort zu einer Mittelung eines großen Strömungsbereiches führte. Die Standardabweichungen der Beschleunigung erscheinen auf den ersten Blick sehr groß. Sie entsprechen Geschwindigkeitsvariationen innerhalb des Messvolumens von weniger als 0,3 %.

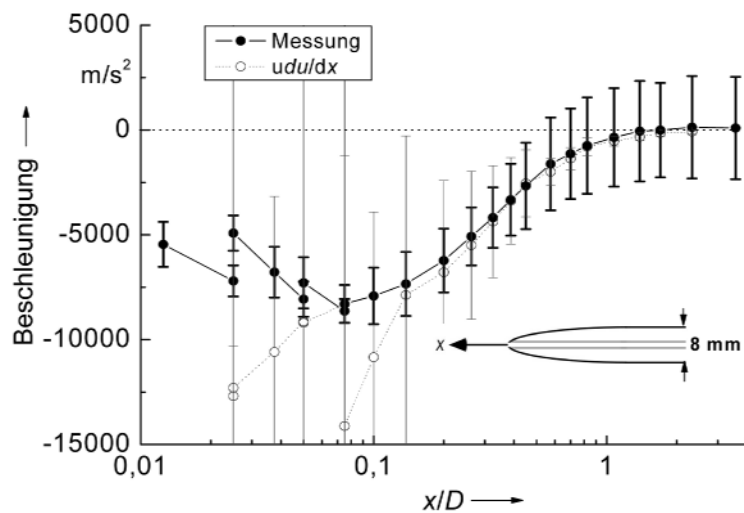


Abb. 4: Beschleunigung in der Staustromlinie eines Staurohres

### Messung an einem Zylinder

Ein dem LDA-Messvolumen besser angepasstes Objekt ist ein Zylinder von 15 mm Durchmesser.

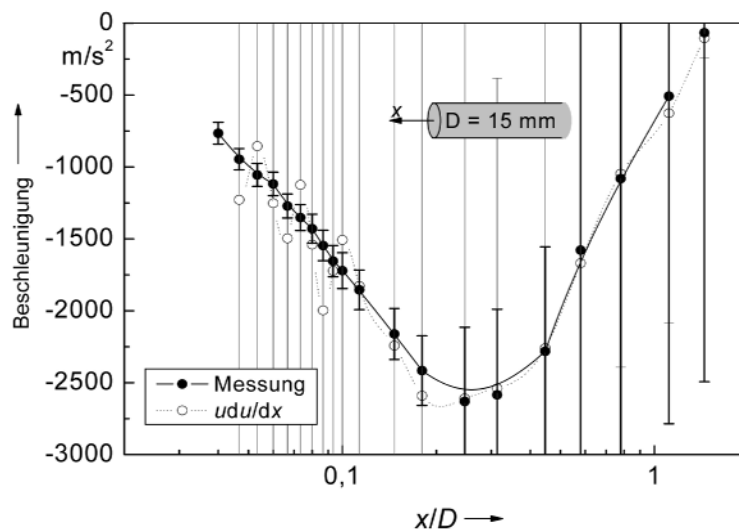


Abb 5: Beschleunigung in der Staustromlinie eines Zylinders

Bei einer Anströmgeschwindigkeit von  $u_\infty = 5 \text{ m/s}$  wurden die Beschleunigungsmessungen an einem Zylinder wiederholt. Erwartungsgemäß zeigen die Werte in Zylindernähe einen glatten Verlauf. Das Maximum der (negativen) Beschleunigung zeigt sich bei  $x/D = 0,3$  und ist damit weiter entfernt als bei einem ogiven Körper. Der Wechsel der Zeitauflösung in diesem Bereich spiegelt sich in der Schwankungsbreite der Beschleunigung wieder (schwarze Balken). Die Nutzung der dargestellten Methode für die Messung der Beschleunigung ist hauptsächlich vorteilhaft bei großen Geschwindigkeitsänderungen im Nahbereich von Körpern, wo sie die Eulersche Methode übertrifft. Die Größe des Messvolumens muss jedoch für das Messobjekt eine angemessene räumliche Auflösung aufweisen.

## Messung mit einem Flugzeit-Liniensensor

An Körpern, wo große Beschleunigungswerte auftreten, sind auch die räumlichen Geschwindigkeitsänderungen so groß, dass eine Ortsauflösung benötigt wird, die auch das Innere des Messvolumens erfasst. Um die Ortsauflösung zu verbessern und zusätzlich eine räumliche Geschwindigkeitsverteilung zu erhalten, wurde ein Flugzeit-Liniensensor nach Strunck, Grosche, Dopheide 1993 aufgebaut, indem in die beiden Strahlen des Standard-LDAs hinter dem Zylinder Empfänger ( $D_1$  und  $D_2$ ) platziert wurden (siehe Abb. 6). Ein solcher Aufbau entspricht einem doppelten Referenzstrahl-Streustrahl-LDA. Der Strahl mit dem Empfänger  $D$  wird als Referenzstrahl, der andere als Beleuchtungsstrahl des einzelnen LDAs bezeichnet. Das jeweilige Messvolumen ist im Beleuchtungsstrahl zu finden (z.B. das Messvolumen in Strahl 1 wird von  $D_1$  gesehen). Die beiden Messvolumen spannen dabei ein Kreuz auf, das etwas größer das Standard-LDA-Messvolumen ist (je nach Empfängerapertur). Aus der Bewegung eines Streuteilchens durch beide Messvolumen lässt sich außer der Geschwindigkeit auch der Ort des Durchgangs entlang der optischen Achse erfahren. Die gezeigte Quadratursignalanalyse ergänzt diese Messwerte zusätzlich um die Beschleunigung.

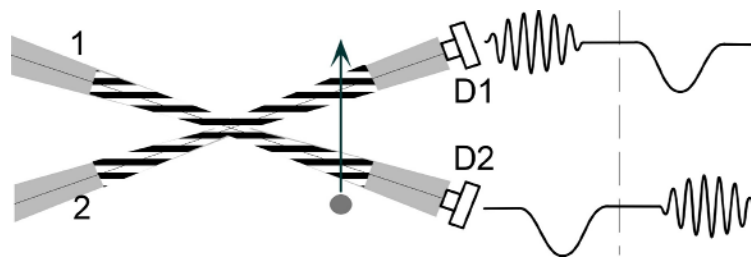


Abb. 6: Prinzip eines Flugzeit-Liniensensors

Mit dem Flugzeit-Liniensensor wurden die Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Streuteilchen entlang der in Abb. 7 gezeichneten durchgezogenen Linien gemessen. Bei einer Länge der Messvolumen von 4 mm sind diese an den Enden nahezu getrennt, so dass dort die gemessenen Flugzeiten von einem Messvolumen zum nächsten etwa der Größenordnung der Flugzeiten durch das Messvolumen selbst entsprechen. Durch die Messung erhält man einen Streifen von 4 mm Länge und 200  $\mu\text{m}$  Breite, innerhalb dessen die Geschwindigkeiten zwischen den Strahlen aus Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Ortsdaten interpoliert sowie außerhalb durch Extrapolation ergänzt werden können. Die unterbrochene Linie, mittig im Kreuz gelegen, deutet den Messbereich des Standard-LDAs an, über den die Werte gemittelt werden. Sie zeigt auch, dass im Bereich großer Geschwindigkeitsänderungen eine zu große Turbulenz ermittelt wird, die zu einer verstärkten Schwankungsbreite für die Messung der Beschleunigung führt.

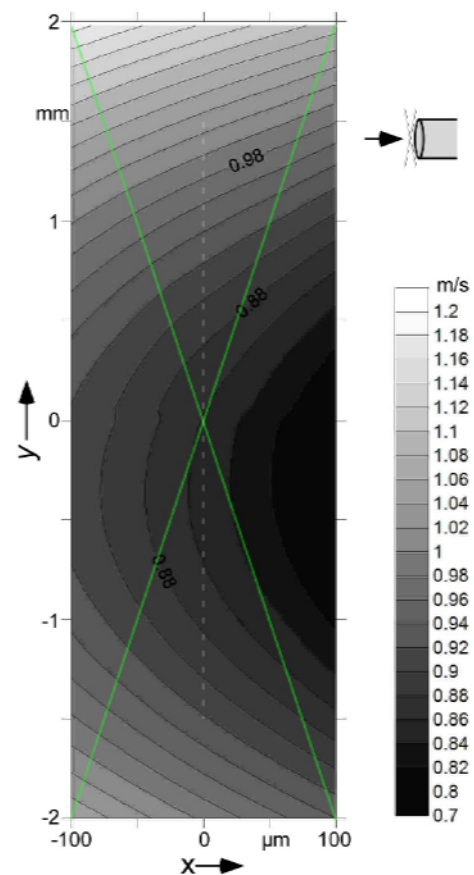


Abb. 7. Geschwindigkeitsfeld vor dem Zylinder

## Literatur

- D.C. Rife, R.R. Boorstyn (1974): „Single-tone parameter estimation from discrete-time observations”, IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-20, Sept. 1974, p. 591-598
- M.K. Mazumder, and K.J. Kirsch (1975): „Flow Tracing Fidelity of Scattering Aerosol in Laser Doppler Velocimetry”, Appl. Optics, Vol. 14, No. 4, p. 894-901
- B. Ruck (1990): „Einfluß der Tracerteilchengröße auf die Signalinformation in der Laser-Doppler-Anemometrie”, tm 57, 7/8, p. 284 - 295
- B. Lehmann, A. Helbig, C. Hassa (1990): „LDA method to measure the acceleration of particles and the curvature radii of particle trajectories”, Proc. 5th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 22.3.
- V. Strunck, G. Grosche, D. Dopheide (1993): „New Laser Doppler sensors for spatial velocity information”, Proc. Int. Cong. on Instr. in Aerospace Simulation Facilities, ICIASF'93 IEEE Publication 93 CH 3199-7, pp.36.1-36.5
- V. Strunck, H. Müller, D. Dopheide (1996): „Time Domain Single Tone Analysis using Quadrature Algorithm”, 8th Int. Symp. on Appl. of Laser Techn. to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal, paper 6.6.
- H. Müller, V. Strunck, D. Dopheide (1997): „The application of quadrature demodulation techniques for the investigation of flows”, Flow Meas. Instrum. 7, p. 237–245
- B. Lehmann and A. Helbig (1999): „Laser-Doppler-Messung lokaler Beschleunigungen in turbulenter Strömung“, 7. Fachtagung Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik, Shaker-Verlag Aachen, Beitrag 4
- B. Lehmann, H. Nobach, C. Tropea (2002): „Measurement of acceleration using the laser Doppler technique”, Meas. Sci. Technol. 13, p. 1367–1381
- K. Schröder, P. Lehmann, A. Schöne (2002): „Strömungsbeschleunigungsmessungen bei der Laser-Doppler-Anemometrie“, tm 11, 488-496.
- S. Chun, H. Nobach, N. Damaschke, N. Semidetnov, C. Tropea (2004): „Effect of fringe divergence in fluid acceleration measurement using LDA”, 12. Fachtagung „Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik”, Shaker-Verlag Aachen, Beitrag 6
- C. Bayer, K. Shirai, L. Büttner, J. Czarske (2008): „Measurement of acceleration and multiple velocity components using a laser Doppler velocity profile sensor”, Meas. Sci. Technol. 19 (5), 055401