

## DIE DEFORMATION KLEINER, AUFSTEIGENDER BLÄSCHEN

**S. Biermann, F. Peters**

Institut für Thermo- und Fluidodynamik IB6,  
Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum

### Einleitung

Bläschen in Flüssigkeiten sind in unzähligen technischen Applikationen von großer Bedeutung. Bei Gas-Flüssigkeits-Reaktoren in der Chemie erhöht sich z.B. durch kleine, aufsteigende Bläschen die Kontaktfläche zwischen den beiden Phasen. In Blasenkammern zeigen Bläschen in der Hochenergiephysik die Spuren der hochenergetischen Partikel an. Durch brechende Wellen erzeugte Luftbläschen in Ozeanen sind wichtige Senken für atmosphärisches CO<sub>2</sub>. Von besonderer Wichtigkeit sind in vielen Fällen Luftbläschen in Wasser.

Messungen anderer Autoren zeigten immer wieder große Verwirrung, ob der Widerstand eines Bläschens schlicht dem einer starren Kugel derselben Größe und Dichte entspricht [z.B. Allen 1900] oder nicht. In der Theorie ging man zunächst stets davon aus, dass die Oberfläche im Gegensatz zu harten Kugeln beweglich sei, so dass sich eine deutlich höhere Aufstiegsgeschwindigkeit als im Fall von starren Kügelchen ergeben müsste, siehe etwa Hadamard 1911, Rybczynski 1911 oder Moore 1959. Experimentell zeigte sich jedoch, dass sich die Oberfläche eines Bläschens mit der Zeit verändert, da sich während des Aufstiegs unweigerlich oberflächenaktive Substanzen und andere Verunreinigungen auf dieser absetzen. Dies führt anscheinend zunehmend zum Erstarren der Oberfläche, siehe Bachhuber et al 1974.

Mit Hilfe der Drehkammer (Abb. 1), die wir bereits auf der GALA 2004 vorgestellt hatten [s. Peters et al 2004], sind nunmehr so lange Beobachtungszeiten an einem einzelnen Bläschen möglich, dass dessen Oberfläche einen stationären Zustand und das Bläschen seine tatsächliche Endgeschwindigkeit erreichen kann. In Abbildung 4 ist die von uns gemessene Aufstiegsgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom Bläschendurchmesser dargestellt und zum Vergleich eine empirische Kurve von Langmuir und Blodgett (entnommen aus Clift et al 1978) für starre Kügelchen eingezeichnet. Offenbar verhalten sich die Bläschen wie starre Kügelchen.

Im letzten Jahr hatten wir dabei die Form des Bläschens als exakte Kugel angenommen, was sicherlich für kleine Bläschen eine gute Näherung ist. Auch in vielen anderen Beiträgen wird meistens angenommen, dass die Bläschen vollkommen sphärisch sind, sofern sie nur klein genug sind, siehe etwa Allen 1900 oder auch Peebles et al 1953. In diesem Jahr interessiert uns jedoch die Abweichung von dieser Form. Die Oberflächenkräfte bewirken eine, je nach Oberflächenspannung und Größe des aufsteigenden Bläschens, mehr oder weniger stark ausgeprägte oblate Form des Bläschens. D.h. seine vertikale Achse ist kürzer als seine horizontale und das Bläschen ist rotationssymmetrisch um die vertikale Achse. Neben Auswirkungen auf dessen hydrodynamische Eigenschaften kann dies zu deutlichen Abweichungen des Streulichts eines Bläschens von dem einer exakten Kugel führen.

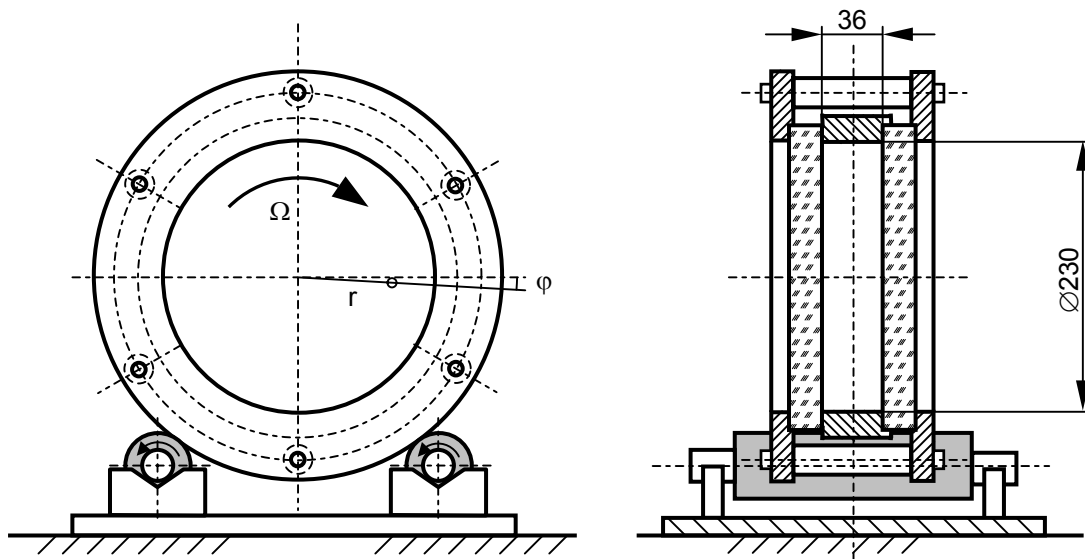


Abb. 1: Blick auf die Drehkammer entlang der Rotationsachse und quer dazu im Mittelschnitt

## Versuchsaufbau

Ein kleines Luftbläschen ( $d < 1,5 \text{ mm}$ ) in Wasser kann mit Hilfe einer zylindrischen Drehkammer (Abb. 1) zum Schweben gebracht werden. Das Wasser befindet sich zwischen zwei massiven, bis auf  $\lambda/10$  plangeschliffenen BK7-Glasplatten. Sie werden von zwei Aluringen zusammengehalten, die wiederum auf zwei Walzen abrollen, so dass die Kammer um ihre Zylinderachse rotieren kann. Wird diese mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  gedreht, so rotiert nach einer kurzen Anlaufphase das Wasser mit der Kammer mit wie ein starrer Körper und der Betrag seiner Geschwindigkeit  $U$  in einem Abstand  $r$  von der Drehachse ist  $\Omega r$ .

Wird nun ein kleines Luftbläschen in die Kammer gegeben, so stabilisiert sich seine Position minimal unterhalb der Horizontalen durch die Drehachse in einem bestimmten Abstand  $r$ . Dieser lässt sich präzise mit Hilfe einer Traverse messen, so dass man daraus die Geschwindigkeit des Wassers erhält, mit der das Bläschen angeströmt wird. Dies ist genau die Aufstiegs geschwindigkeit, mit der ein Einzelbläschen im ruhenden Wasser einer Blasensäule aufsteigen würde, bei welcher der Archimedische Auftrieb des Bläschens gerade durch den Strömungswiderstand kompensiert wird. Das Kräftegleichgewicht wird genauer beschrieben in Peters et al 2004. Der Winkel  $\varphi$  ist dabei für die von uns beobachteten Bläschen so klein, dass er im Folgenden nicht weiter diskutiert wird und stets als Null angenommen werden kann.

Zur Untersuchung seiner Asphärität wurde ein Bläschen mit einem Anfangsdurchmesser von etwa 1,5 mm in die Kammer gegeben. Aufgrund der Diffusion der Luft ins Wasser wurde das Bläschen mit der Zeit immer kleiner, bis es nach mehr als eineinhalb Stunden schließlich ganz verschwand. So ließ es sich über einen ganzen Größenordnungsbereich bis zu etwa 0,3 mm beobachten. Natürlich ließe sich die Abweichung von der Sphärität auch durch die scharfe Abbildung mit einer Kameraoptik untersuchen. Dies ist jedoch aufgrund der geringen Größe und der geringen Asphärität sehr schwierig und unpräzise. Daher wurde ein interferometrischer Weg gewählt.

Zur Bestimmung des Achsenverhältnisses wurde ein Bläschen mit einem Laser beleuchtet und sein Streulicht in Vorwärtsstreuung auf einem halbtransparenten Schirm aufgefangen.

Das Interferenzmuster, das die Form von Beugungsringen hat, wurde mit einer CCD-Kamera vom Schirm abfotografiert (Abb. 3). Wäre das Bläschen tatsächlich eine exakte Kugel, so müsste sich diese Symmetrie auch im Beugungsbild zeigen. Es entstehen aber nicht etwa exakt kreisförmige Beugungsringe, sondern mehr oder weniger stark deformierte Ellipsen (Abb. 4), deren Achsenverhältnis von der Größe des Bläschens abhängt.

Die Streuung von Licht an sphäroiden Objekten kann zwar analytisch, ähnlich der Rechnung von Mie 1908, als exakte Lösung der Maxwell-Gleichungen berechnet werden, siehe Asano et al 1975 oder Asano 1979. Die Theorie ist jedoch bereits in diesem einfachsten Fall eines nichtsphärischen Objektes so viel komplizierter als die Mie-Theorie, dass sie nur schwer praktisch umzusetzen ist. Daher ist man in der Praxis auf Näherungen angewiesen. Die einfachste ist die Fraunhofer-Beugung von Laserlicht am Bläschen.

Dazu wird das Streulicht des Bläschens in einem schmalen Winkelbereich um exakte Vorwärtsstreuung ( $\theta=0$ ) im Fernfeld beobachtet. Dieser Bereich wird dominiert durch die Beugung des Lichts am Bläschen: Der Laser trifft auf das Bläschen als Hindernis. Diejenigen Strahlen, die dabei das Bläschen treffen, werden von diesem durch die Brechung des Lichts im Wesentlichen in andere Richtungen gestreut und somit aus der Vorwärtsrichtung entfernt. Diejenigen Strahlen des Lasers, die das Bläschen unabgelenkt verfehlen, werden dagegen auf ihrem Weg zum Schirm gebeugt. Man kann sich somit für sehr kleine Streuwinkel  $\theta$  das Bläschen auch durch eine zum Laser senkrecht stehende, kreis- oder ellipsenförmige Scheibe ersetzt denken, welche die Form der Projektionsfläche bzw. des geometrischen Schattens des Bläschens hat.

Eine homogene elektromagnetische Welle lässt sich in ihren Zeitanteil  $\exp(i\omega t)$  und eine komplexe, ortsabhängige Feld-Amplitude zerlegen. Bei der Beugungstheorie nach Kirchhoff handelt es sich um eine skalare Theorie, so dass der Vektorcharakter des elektrischen bzw. magnetischen Feldes hier nicht berücksichtigt wird. Sei die Amplitude des elektrischen Feldes innerhalb einer Blendenebene B bekannt, so erhält man die elektrische Feld-Amplitude auf einem zur Blendenebene im Abstand a parallelen Schirm aus dem Kirchhoffschen Beugungsintegral. Im Fernfeld ( $a > 2d^2/\lambda$ ) vereinfacht sich dieses zum Fraunhofer-Beugungsintegral, welches sich auf einfache Weise als Fouriertransformation der Feldverteilung in der Blendenebene darstellen lässt, siehe Goodman 1968.

Sei das Bläschen zunächst exakt kugelförmig mit Durchmesser d. Die Beugung an der zugehörigen Kreisscheibe lässt sich mit Hilfe des Babinet'schen Prinzips auf den komplementären Fall, d.h. den bekannteren Fall der Beugung an einer Lochblende desselben Durchmessers zurückführen, siehe etwa van de Hulst 1957. Im Falle der Beugung einer ebenen, elektromagnetischen Welle an einer Kreisscheibe erhält man daher die übliche Besselfunktion  $J_1$  dividiert durch ihr Argument und somit für die Intensitätsverteilung  $I(\theta)$ :

$$\frac{I(\theta)}{I(0)} = \frac{4 J_1^2(x \sin \theta)}{(x \sin \theta)^2} \quad \text{für kleine Winkel } \theta$$

mit dem Mie-Parameter  $x = \pi d / \lambda$ , der Wellenlänge  $\lambda$  des Lasers und der Intensität  $I(0)$  bei  $\theta=0$ .

Die Beugung ist dabei unabhängig von der Polarisierung des einfallenden Lichts und die Intensitätsverteilung auf dem Schirm rotationssymmetrisch um die optische Achse, also somit lediglich von  $\theta$  abhängig. In der Tat lässt sich dies leicht mit Hilfe der Mie-Theorie für den sphärischen Fall und in einem hinreichend kleinen Winkelbereich um  $\theta=0$  überprüfen.

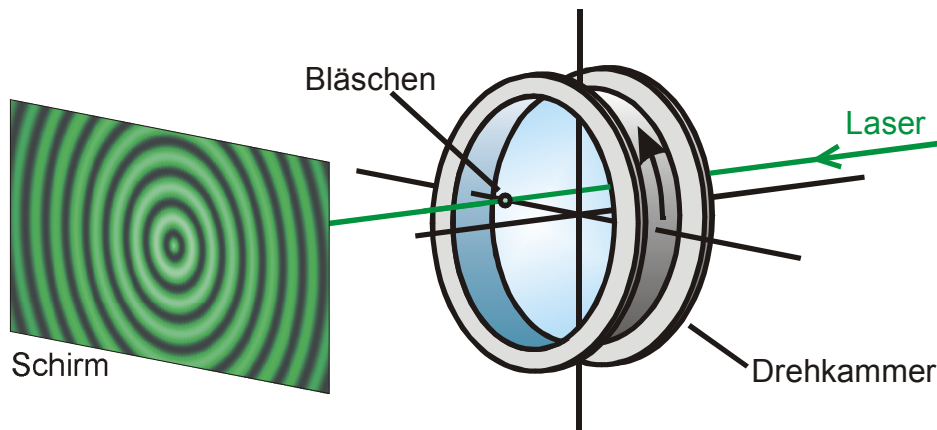


Abb. 2: Optische Bestimmung der Deformation eines Einzelbläschens mit Hilfe eines am Bläschen gebeugten Laserstrahls (unmittelbare Vorwärtsstreuung)

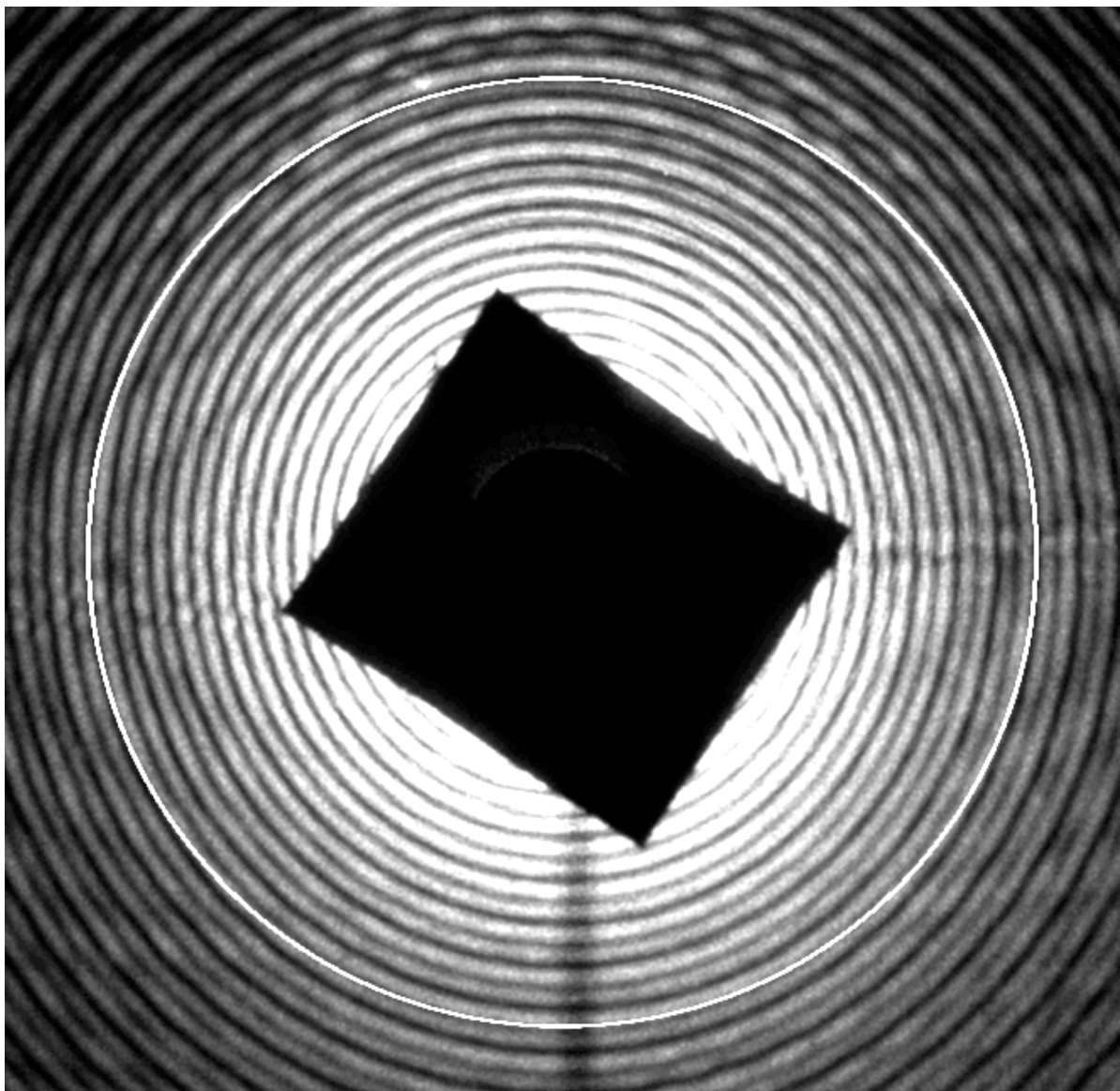


Abb. 3: Deformierte Beugungsringe in Vorwärtsstreuung. Das zentrale Beugungsmaximum musste wegen seiner extrem hohen Intensität ausgeblendet werden (schwarzes Quadrat). In weiß wurde zum Vergleich ein exakter Kreis eingezeichnet, durch den ein Beugungsring hindurch tritt. Diese geringe Deformation ist mit herkömmlicher Kameraoptik kaum zu erkennen.

Wesentlich ist nun jedoch insbesondere, dass der unmittelbare Vorwärtsstrebereich als reine Beugung interpretiert werden kann und daher die Eigenschaften der Fouriertransformation erbt. Die wichtigste Eigenschaft ist, dass eine Stauchung der Blende bzw. des Bläschens in einer Richtung um einen bestimmten Faktor im Beugungsmuster in derselben Richtung eine Streckung um denselben Faktor bewirkt, siehe Goodman 1968. Die leicht oblate Form des Bläschens entsteht durch Stauchung der vertikalen Achse einer Kugel. Daher wird die Besselfunktion vertikal um den entsprechenden Faktor gestreckt und die Beugungsringe sind etwas höher als sie breit sind. Somit gibt das Verhältnis  $\chi$  der langen zur kurzen Achse der Beugungsringe unmittelbar Auskunft über das Achsenverhältnis Breite zu Höhe,  $\chi=b/h$ , des Bläschens.

Man kann zeigen, dass dabei der Austritt des gebeugten Lichts aus dem Wasser der Drehkammer durch die Glasscheiben in Luft, was mit zwei Brechungsindexsprüngen verbunden ist, lediglich die absolute Größe der Beugungsringe beeinflusst, nicht jedoch deren Achsenverhältnis. Die Idee dabei ist, dass der Laserstrahl eine elektromagnetische Störung in einer vertikalen Ebene durch das Bläschen hervorruft. Diese Störung breitet sich nach dem Huygensschen Prinzip wellenförmig in Richtung des Schirms aus. Dieser Weg wird in drei Anteile zerlegt: Den Weg durch das Wasser, den Weg durch die Glasscheibe und den Weg durch die Luft. In jedem einzelnen Teilabschnitt kann die elektromagnetische Störung jeweils ungehindert propagieren. Sofern alle Grenzflächen zwischen den Medien und der Schirm senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lasers orientiert sind, kann die Propagation des Lasers mit dem Kirchhoffschen Integral von einer Ebene zur nächsten beschrieben werden, wobei jeweils die dem Brechungsindex des Mediums entsprechende Laserwellenlänge zu berücksichtigen ist. In diesem Fall kann dieses jedoch nicht einfach durch das Fraunhofer-Beugungsintegral angenähert werden, da sich die Glasscheiben im Nahfeld des Bläschens befinden. Lediglich die Fresnel-Approximation des Kirchhoffschen Integrals ist möglich. Es zeigt sich, dass sich die drei Fresnel-Integrale über die einzelnen Wegstücke zu einem einzigen für die Vakuumwellenlänge des Lasers zusammenfassen lassen, jedoch mit einer anderen, effektiven Entfernung des Bläschens zum Schirm. Das am Bläschen gebeugte Licht scheint dadurch einen virtuellen Ursprung zu haben, der sich etwas näher am Schirm befindet als das tatsächliche Bläschen.

In gewissen Zeitabständen wurde der Schirm abfotografiert. Zusätzlich wurde bei jeder Aufnahme die Position des Bläschens in der Drehkammer vermessen, so dass die Geschwindigkeit  $U$  der Anströmung bekannt ist und mit Hilfe der vorhergehenden Messung (Abb. 4) auf den Durchmesser  $d$  geschlossen werden kann. In jeder Aufnahme wurden anschließend mehrere Beugungsringe ausgewertet und jeweils deren Verhältnis  $\chi$  der längeren zur kürzeren Achse (jeweils in Pixeln) bestimmt.

## Ergebnisse

In Abb. 5 ist die gemessene Abweichung von der Sphärizität  $\chi-1$  in Abhängigkeit von der Größe  $d$  des Bläschens in Prozent dargestellt. Zum Vergleich wurde eine theoretische Kurve eingezeichnet, für die Moore 1959 folgende Abhängigkeit von der Weberzahl angibt:

$$\chi - 1 = \frac{9}{64} We + O(We^2) \quad \text{mit der Weberzahl} \quad We = \frac{\rho U^2 d}{\sigma}.$$

Dabei ist  $\rho$  die Dichte des Wassers,  $U$  die Aufstiegsgeschwindigkeit des Bläschens,  $d$  sein Durchmesser, der sich mit Hilfe von Abb. 4 aus  $U$  ergibt, und  $\sigma$  die Oberflächenspannung von Wasser, wofür schlicht der Literaturwert  $\sigma=0,0727$  N/m eingesetzt wurde.

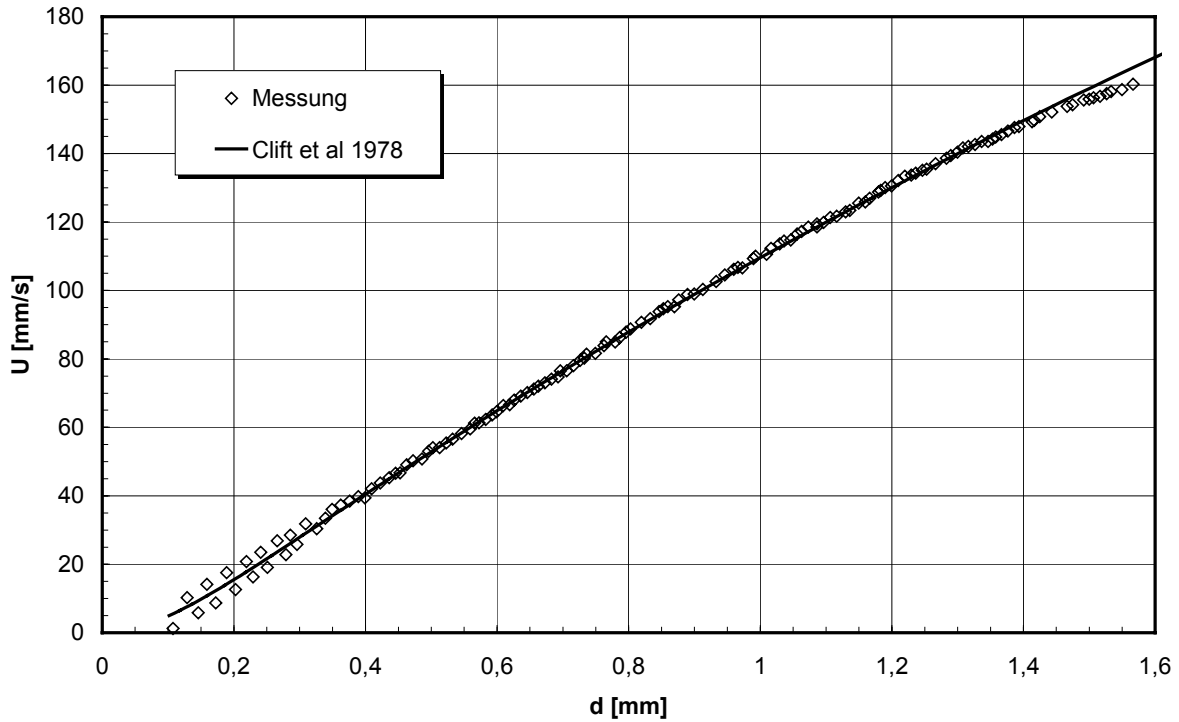


Abb. 4: Mit der in Peters et al 2004 beschriebenen Methode gemessene Aufstiegsgeschwindigkeit eines Luftbläschens in gefiltertem und durch einen Ionentauscher gereinigtem Wasser bei  $20^{\circ}\text{C}$  und  $\Omega=1,83\text{s}^{-1}$  in Abhängigkeit von seinem Durchmesser. Zusätzlich eingezeichnet ist eine empirische Kurve für starre Kügelchen von Langmuir und Blodgett, entnommen aus Clift et al 1978, Kapitel 5, Abschnitt II, S. 111

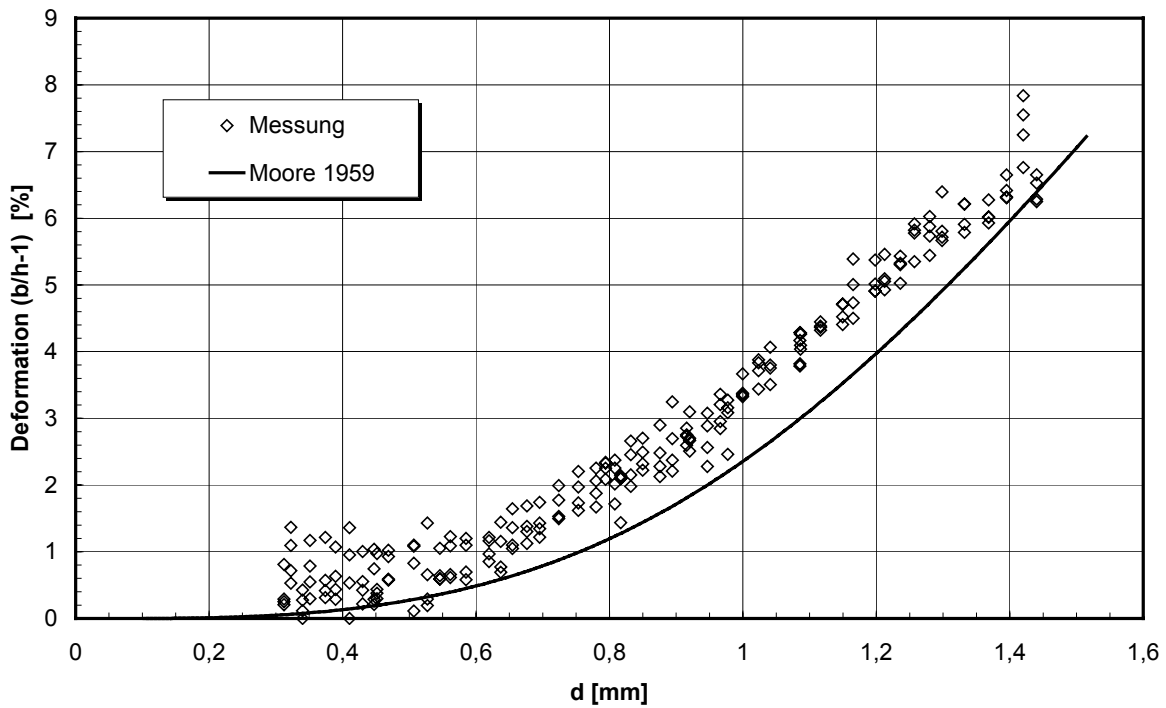


Abb. 5: Deformation eines Luftbläschens in gefiltertem und durch einen Ionentauscher gereinigtem Wasser bei  $20^{\circ}\text{C}$  und  $\Omega=1,83\text{s}^{-1}$  in Abhängigkeit von seinem Durchmesser. Zum Vergleich ist zusätzlich eine theoretische Kurve von Moore 1959 für Bläschen mit einer frei beweglichen Oberfläche eingezeichnet.

Die Genauigkeit dieser Methode zur Bestimmung der Deformation lässt sich am besten aus der Streuung der Messwerte ablesen. Einerseits führen Ablesefehler zur einer typischen Abweichung von etwas mehr als einem halben Prozent. Besonders auffällig ist jedoch die absolute Verschiebung gegenüber der theoretischen Kurve. In der Tat wäre zu erwarten, dass die Deformation bei verschwindendem Durchmesser ebenfalls gegen Null geht. Die Messwerte liegen im Schnitt jedoch etwa 0,8% über der theoretischen Kurve. Trotz sorgfältiger Ausrichtung aller optischen Komponenten ist ein systematischer Messfehler hier nicht auszuschließen. Auch ein Einfluss durch die Rotation der Kammer ist denkbar. Es ist insbesondere auch plausibel, dass die oberflächenaktiven Substanzen die Form der Oberfläche stark beeinflussen und deren Deformation gegenüber der Theorie von Moore für saubere Bläschen mit beweglicher Oberfläche deutlich verändern. Qualitativ stimmt der Verlauf jedoch sehr gut mit der Kurve von Moore überein.

### **Zusammenfassung und Ausblick**

Mit Hilfe der Beugung von Laserlicht an einem Bläschen in Vorwärtsstreuung lässt sich dessen Abweichung von der Sphärizität auch für sehr kleine Bläschen ( $d < 1,5 \text{ mm}$ ) untersuchen. Die Deformation erreicht in unserem Messbereich Werte bis zu 7%, eine in hydrodynamischen Betrachtungen sicher nicht mehr zu vernachlässigende Größenordnung. Die theoretischen Ergebnisse von Moore zeigen tendenziell eine sehr gute Übereinstimmung mit unseren Daten.

Genauer zu untersuchen bleibt der Einfluss der Gaußschen Intensitätsverteilung des Laserstrahls und die Frage, wie weit die Mie Theorie auf unsere deformierten Bläschen angewendet werden kann.

### **Literatur**

- Allen, H.S., 1900: „The motion of a sphere in a viscous fluid“, *Phil. Mag.*, Vol. 50, pp. 323-338
- Asano, S., Yamamoto, G., 1975: „Light scattering by a spheroidal particle“, *Appl. Opt.*, Vol. 14, No. 1, pp. 29-49
- Asano, S., 1979: „Light scattering properties of spheroidal particles“, *Appl. Opt.*, Vol. 18, No. 5, pp. 712-723
- Bachhuber, C., Sanford C., 1974: „The rise of small bubbles in water“, *J. Appl. Phys.*, Vol. 45, No. 6, pp. 2567-2569
- Clift, R., Grace, J.R., Weber, M.E., 1978: „Bubbles, Drops, and Particles“, Academic Press, New York
- Goodman, J.W., 1968: „Introduction to Fourier Optics“, McGraw-Hill, New York
- Hadamard, J.S., 1911: „Mouvement permanent lent d'une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux“, *Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris)*, Vol 152, pp. 1735-1738
- Hulst, H.C. van de, 1957: „Light Scattering by Small Particles“, Wiley, New York
- Mie, G., 1908: „Beiträge zur Optik trüber Medien, speziell kolloidaler Metallösungen“, *Annalen der Physik*, Vol. 25, No. 3, pp. 377-445
- Moore, D.W., 1959: „The rise of a gas bubble in a viscous liquid“, *J. Fluid Mech.*, Vol. 6, pp. 113-130
- Peebles, F.N., Garber, H.J., 1953: „Studies on the motion of gas bubbles in liquids“, *Chem. Eng. Progress*, Vol. 49, No. 2, pp. 88-97
- Peters, F., Biermann, S., 2004: „Streulichtuntersuchungen an einem kleinen, levitierten Bläschen“, in „Lasermethoden in der Strömungsmesstechnik: 12. Fachtagung der GALA e.V.“, B. Ruck (ed.), GALA e.V., Karlsruhe
- Rybczynski, W., 1911: „Über die fortschreitende Bewegung einer flüssigen Kugel in einem zähen Medium“, *Bull. Acad. Sci. Cracovie, Ser. A*, pp. 40-46