

INTERFERENZMUSTER AUSGEWÄHLTER STREULICHTORDNUNGEN ALS GRUNDLAGE FÜR PDA- MESSUNGEN AN SPHÄRISCHEN UND SPHÄROIDEN PARTIKELN

Heinrich Krambeer

Institut für Allgemeine Elektrotechnik, Albert-Einstein-Strasse 2, 18051 Rostock

Zusammenfassung

Der Beitrag hat die Analyse von Interferenzfeldern in PDA-Meßsystemen (PDA = Phasen-Doppler-Anemometer) für Messungen an kugel- und ellipsoidförmigen Partikeln oder Tropfen zum Inhalt. Auf der Grundlage analytischer Beziehungen für die Phase der Interferenzanteile einzelner Streulichtordnungen, insbesondere der Reflexion und der Brechung erster Ordnung, wird der Einfluß einer Verformung (Abweichung von der Kugelform) und der Achsenorientierung von Partikeln im Meßvolumen auf die Struktur der Interferenzfelder dargestellt, um daraus Rückschlüsse für eine zweckmäßige Anordnung der optischen Empfänger sowie Signalerfassung und Verarbeitung zu ziehen.

Einleitung

Auf der vorjährigen Fachtagung „Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik“ in Karlsruhe wurde über die Erweiterung der bislang für kugelförmige Partikel gültigen klassischen PDA-Formeln auf rotationsellipsoidförmige (sphäroide) Partikel mit beliebiger Achsenorientierung berichtet [3]. Die Annahme verformter und in der Strömung beliebig orientierter Partikel führt zu der Notwendigkeit, an Stelle des unter Annahme kugelförmiger Partikel zu messenden Radius bzw. Durchmessers (und eventuell noch der Brechzahl) mehrere Parameter zu ermitteln, die dem Modell der Verformung entsprechen und auch die Orientierung beschreiben. Selbst wenn nicht alle Parameter bei der jeweiligen Meßaufgabe von Interesse sind, muß doch die Anzahl der nichtredundanten Meßwerte mindestens der Anzahl der unbekannt Parameter gleich sein. Die Meßwerte können sowohl aus den Zeitfunktionen der PDA-Signale als auch durch eine Erfassung der räumlichen Struktur des Streulichts zu einem bestimmten Zeitpunkt (einschließlich der Kombination beider Möglichkeiten) gewonnen werden. Insbesondere die Gewinnung von Meßsignalen an unterschiedlichen Positionen im Raum soll nachfolgend im Vordergrund stehen. Dies bedingt die Ergänzung bzw. Veränderung der bisher verwendeten Meßaufbauten durch weitere, geeignet positionierte oder strukturierte Empfänger (CCD- oder CMOS-Sensorarrays).

Es ist deshalb notwendig, auf der Grundlage der Phasenbeziehungen für Brechung und Reflexion 1.Ordnung die entsprechenden Interferenzmusterschnitte für diejenigen Raumbereiche, in denen diese von ihrer Intensität her dominieren, in Abhängigkeit von den geometrischen Daten des PDA-Aufbaus sowie der Lage und Größe der Partikel zu berechnen, um die sich ergebenden meßtechnischen Möglichkeiten zu beurteilen und dem erwarteten Parameterbereich anzupassen. Im Beitrag werden entsprechende Analysen vorgestellt. Es zeigt sich, daß die von sphäroiden Partikeln verursachten Interferenzmuster

und Streulicht-Ortsfrequenzen im Vergleich zu denjenigen sphärischer Partikel in spezifischer Weise abweichen.

Interferenzfelder für kugelförmige Partikel

Für Vergleichszwecke werden auch die Interferenzanteile in Streulichtordnungen für kugelförmige (sphärische) Partikel berechnet und dargestellt. Zugrundegelegt wird sendeseitig der Standard-PDA-Aufbau, siehe u. a. Albrecht et al. 2003 [1]. Für die Phase des Interferenzterms der Streulichtintensität auf einer Empfängerapertur gilt unter Voraussetzung kugelförmiger Partikel für den Zeitpunkt $t=0$ bzw. unter Bezug auf die Phasenlage des Signal auf der optischen Achse für den Reflexionsmodus, vgl. [2], [3]:

$$\Phi_R = R \cdot k_M \left\{ \sqrt{2(1 - \vec{r}_{E0} \vec{k}_{10})} - \sqrt{2(1 - \vec{r}_{E0} \vec{k}_{20})} \right\}, \quad (1.a)$$

wobei k_M die Wellenzahl (Ortskreisfrequenz, Betrag des Wellenzahlvektors) des Laserlichts im Fluid, \vec{k}_{01} , \vec{k}_{02} die Richtungsvektoren der Laserstrahlen, \vec{r}_{E0} der Richtungsvektor eines Empfängers und R der Radius der Partikel sind. Unter Verwendung der Richtungswinkel der Empfängerposition (Elevationswinkel ψ und Off-Axis-Winkel φ) und des Schnittwinkels ϱ der Laserstrahlen wird daraus die häufig verwendete Formel

$$\Phi_R = \sqrt{2} k R \left\{ \sqrt{1 + \sin\left(\frac{\varrho}{2}\right) \sin\psi - \cos\left(\frac{\varrho}{2}\right) \cos\varphi \cos\psi} - \sqrt{1 - \sin\left(\frac{\varrho}{2}\right) \sin\psi - \cos\left(\frac{\varrho}{2}\right) \cos\varphi \cos\psi} \right\} \quad (1.b)$$

Für Brechung 1. Ordnung gilt mit n als relativem Brechungsindex des Partikelmaterials

$$\Phi_{B1} = 2k_M R \left\{ -\sqrt{1 + n^2 - n\sqrt{2(1 + \vec{k}_{01} \vec{r}_{E0})}} + \sqrt{1 + n^2 - n\sqrt{2(1 + \vec{k}_{20} \vec{r}_{E0})}} \right\} \quad (2.a)$$

bzw.

$$\Phi_{B1} = 2k_M R \left\{ \begin{array}{l} -\sqrt{1 + n^2 - n\sqrt{2\left(1 - \sin\left(\frac{\varrho}{2}\right) \sin\psi + \cos\left(\frac{\varrho}{2}\right) \cos\varphi \cos\psi\right)}} + \\ + \sqrt{1 + n^2 - n\sqrt{2\left(1 + \sin\left(\frac{\varrho}{2}\right) \sin\psi + \cos\left(\frac{\varrho}{2}\right) \cos\varphi \cos\psi\right)}} \end{array} \right\} \quad (2.b)$$

Die Interferenzanteile werden nachfolgend als Kosinusfunktionen der entsprechenden Phase raumwinkelabhängig berechnet, d. h. die großräumige Ortsabhängigkeit der Intensität wird nicht mit dargestellt. Die Bilder 1 und 2 zeigen die daraus berechneten Interferenzmuster für eine kugelförmige Partikel im Zentrum des Meßvolumens, wie man sie auch experimentell leicht beobachten kann, wobei die Wertebereiche für die Winkel so gewählt sind, daß jeweils die entsprechenden Streulichtordnungen dominieren.

Bild 1 entspricht der Projektion des Interferenzstreifenmusters des Meßvolumens durch die reflektierende Oberfläche der Partikel in den Raum in einem bestimmten Winkelbereich, wobei die Krümmung der Oberfläche eine Aufweitung und charakteristische Verzerrung des Feldes bewirkt.

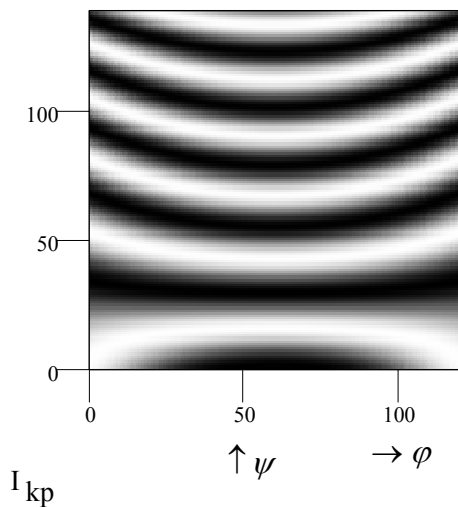


Abb. 1: Interferenzfeld bei Reflexion an einer sphärischen Partikel

Raumwinkelbereich:

$$+80^\circ \leq \psi \leq +140^\circ; \quad -60^\circ \leq \varphi \leq +60^\circ$$

$$R = 60 \mu\text{m}; \quad \lambda_M = 533 \text{ nm}, \quad \vartheta = 7^\circ$$

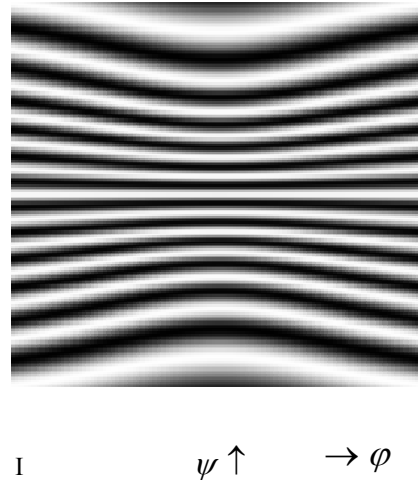


Abb. 2: Interferenzfeld bei Brechung

1. Ordnung durch eine sphärische Partikel

Raumwinkelbereich:

$$-60^\circ \leq \psi \leq +60^\circ; \quad -60^\circ \leq \varphi \leq +60^\circ$$

$$R = 20 \mu\text{m}; \quad \lambda_M = 533 \text{ nm}, \quad \vartheta = 7^\circ, \quad n = 1,5$$

Damit erhält man für größere Partikel und Schnittwinkel ϑ der Sendestrahlen geringere Streifenabstände, also eine größere Ortsfrequenz bei Abtastung des Musters in Richtung der x -Achse bzw. größere Winkelfrequenz bei Variation des Elevationswinkels ψ . Für Reflexion und negative Elevationswinkel ergibt sich ein an der Achse $\psi = 0$ gespiegeltes Interferenzbild, welches hier nicht gesondert dargestellt wird. Bild 2 zeigt das entsprechende Interferenzmuster für Brechung 1. Ordnung.

Interferenzfelder für ellipsoidförmige Partikel

Für die Interferenzphase auf einem Empfänger im Streufeld einer ellipsoidförmigen Partikel kann für Reflexion die folgende Beziehung angegeben werden:

$$\Phi_R = b k_M \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2(1 - \vec{k}_{10} \vec{r}_{E0}) + \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) [\vec{m}_1 (\vec{r}_{E0} - \vec{k}_{10})]^2 + \left(\frac{c^2}{b^2} - 1\right) [\vec{m}_3 (\vec{r}_{E0} - \vec{k}_{10})]^2} \\ - \sqrt{2(1 - \vec{k}_{20} \vec{r}_{E0}) + \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) [\vec{m}_1 (\vec{r}_{E0} - \vec{k}_{20})]^2 + \left(\frac{c^2}{b^2} - 1\right) [\vec{m}_3 (\vec{r}_{E0} - \vec{k}_{20})]^2} \end{array} \right\} \quad (3)$$

Die Formelzeichen $\vec{k}_{01}, \vec{k}_{02}$ sowie \vec{r}_{E0} haben die gleiche Bedeutung wie in den Gln. (1) und (2). a, b, c bezeichnen die Ellipsoid-Halbachsen in x -, y - und z -Richtung, \vec{m}_1 und \vec{m}_3 die erste und die dritte Spalte einer Transformationsmatrix, mit deren Hilfe die Verdrehung des mit dem Ellipsoid verbundenen Koordinatensystems (Ortsvektor $\vec{r}_S = (x_S \ y_S \ z_S)$) gegenüber dem Koordinatensystem des Meßaufbaus ($\vec{r} = (x \ y \ z)$) beschrieben wird:

$$\vec{r} = (M) \cdot \vec{r}_s = [\vec{m}_1 \quad \vec{m}_2 \quad \vec{m}_3] \cdot \vec{r} \quad (4)$$

Für die Festlegung der Transformationsmatrix (M) können z. B. die drei Euler-Winkel herangezogen werden. Für ein Rotationsellipsoid ($c = b$) ergibt sich eine Vereinfachung auf Basis nur zweier Winkel, vgl. Lock 1996 [4]:

$$\Phi_R = b k_M \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{2(1 - \vec{k}_{10} \vec{r}_{E0}) + \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) [\vec{m}_1 (\vec{r}_{E0} - \vec{k}_{10})]^2} \\ - \sqrt{2(1 - \vec{k}_{20} \vec{r}_{E0}) + \left(\frac{a^2}{b^2} - 1\right) [\vec{m}_1 (\vec{r}_{E0} - \vec{k}_{20})]^2} \end{array} \right\} \quad (5)$$

mit $\vec{m}_1 = (\cos \gamma \quad \sin \delta \sin \gamma \quad \cos \delta \sin \gamma)^T$; erste Spalte der Matrix (M).

Der Winkel γ beschreibt die Neigung (Nutation) der a – Halbachse gegenüber der x – Koordinate, δ die Drehung des Ellipsoids um die x – Achse, siehe Krambeer 2004 [3]. Für Brechung 1. Ordnung ist für ein Ellipsoid keine analytische Lösung angebar. Die Phasenwerte und damit die Interferenzfelder sind auf numerischem Wege zu berechnen. Nachfolgend werden die Verhältnisse bei Reflexion an rotationssymmetrischen Partikeln näher illustriert und erläutert. Insbesondere werden die Einflüsse unterschiedlicher Achsenverhältnisse für volumengleiche Partikel und einer Verdrehung der Achsen erkennbar.

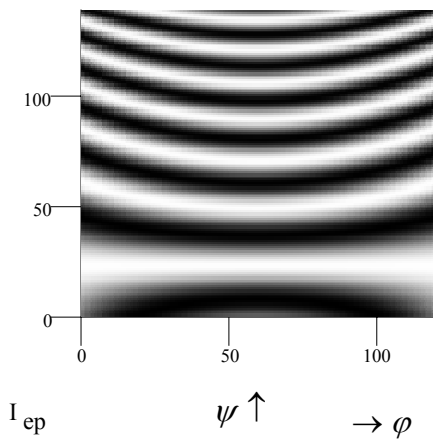


Abb. 3.a: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$+80^\circ \leq \psi \leq +140^\circ; \quad -60^\circ \leq \varphi \leq +60^\circ$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; \quad b = 52,4 \mu\text{m}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \quad \vartheta = 7^\circ; \quad \delta = 0^\circ; \quad \gamma = 0^\circ$$

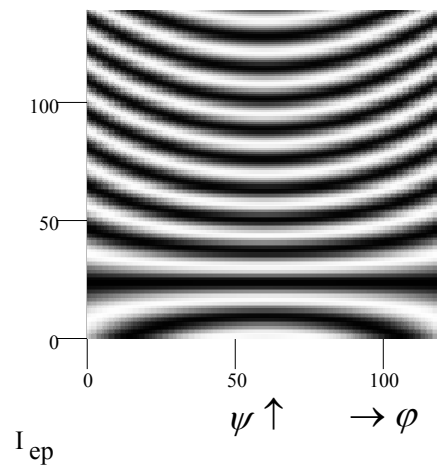


Abb. 4.a: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$+80^\circ \leq \psi \leq +140^\circ; \quad -60^\circ \leq \varphi \leq +60^\circ$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; \quad b = 52,4 \mu\text{m}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \quad \vartheta = 7^\circ; \quad \delta = 0^\circ; \quad \gamma = 45^\circ$$

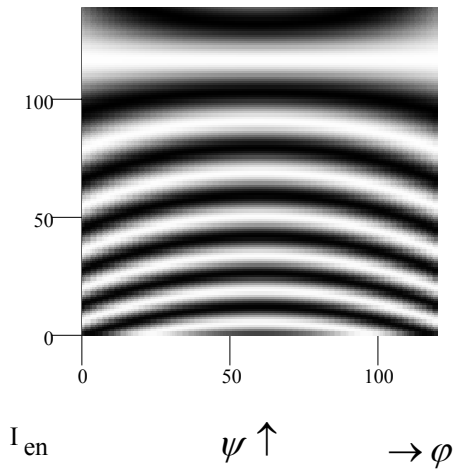


Abb. 3.b: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$-140^{\circ} \leq \psi \leq -80^{\circ}; -60^{\circ} \leq \varphi \leq +60^{\circ}$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^{\circ}; \delta = 0^{\circ}; \gamma = 0^{\circ}$$

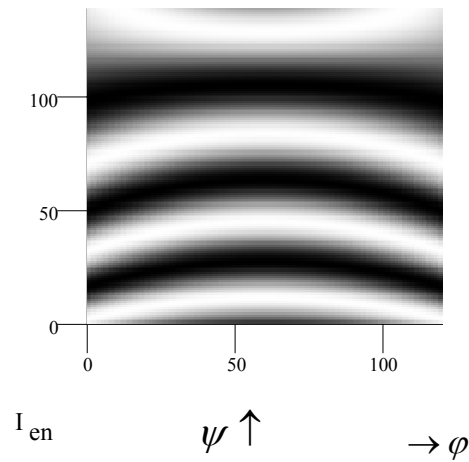


Abb. 4.b: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$-140^{\circ} \leq \psi \leq -80^{\circ}; -60^{\circ} \leq \varphi \leq +60^{\circ}$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^{\circ}; \delta = 0^{\circ}; \gamma = 45^{\circ}$$

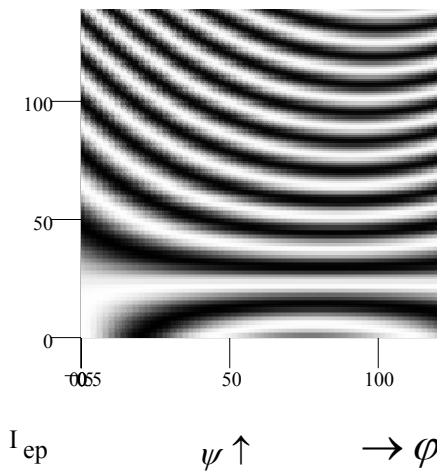


Abb. 5.a: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$+80^{\circ} \leq \psi \leq +140^{\circ}; -60^{\circ} \leq \varphi \leq +60^{\circ}$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^{\circ}; \delta = 45^{\circ}; \gamma = 45^{\circ}$$

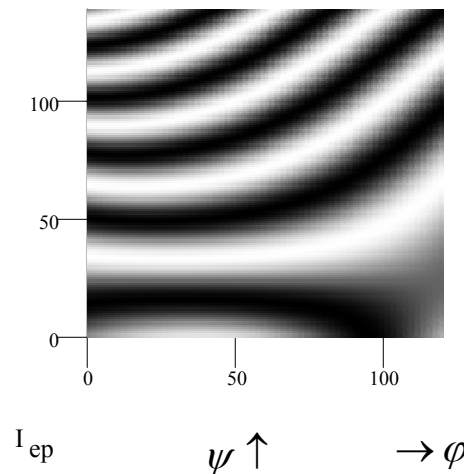


Abb. 6.a: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$+80^{\circ} \leq \psi \leq +140^{\circ}; -60^{\circ} \leq \varphi \leq +60^{\circ}$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^{\circ}; \delta = 45^{\circ}; \gamma = 45^{\circ}$$

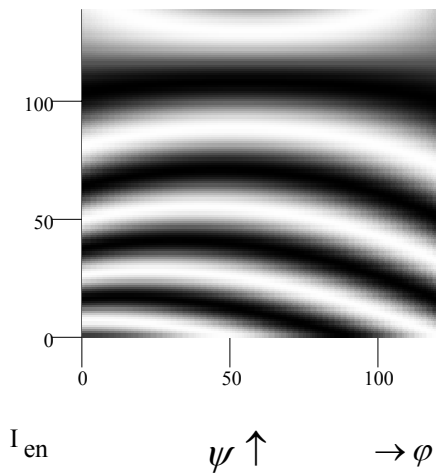


Abb. 5.b: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$-140^{\circ} \leq \psi \leq -80^{\circ}; \quad -60^{\circ} \leq \varphi \leq +60^{\circ}$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; \quad b = 52,4 \mu\text{m}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \quad \vartheta = 7^{\circ}; \quad \delta = 45^{\circ}; \quad \gamma = 45^{\circ}$$

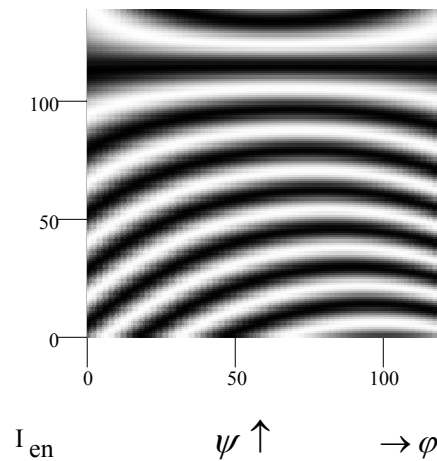


Abb. 6.b: Interferenzfeld, Reflexion, Rotationsellipsoid

$$-140^{\circ} \leq \psi \leq -80^{\circ}; \quad -60^{\circ} \leq \varphi \leq +60^{\circ}$$

$$a = 78,6 \mu\text{m}; \quad b = 52,4 \mu\text{m}; \quad \frac{a}{b} = \frac{2}{3}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \quad \vartheta = 7^{\circ}; \quad \delta = 45^{\circ}; \quad \gamma = 45^{\circ}$$

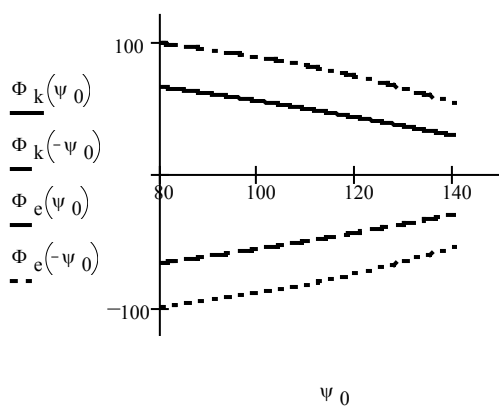


Abb. 7.a: Phasenwerte $\Phi_k(\psi, 0)$ für Kugel und $\Phi_e(\psi, 0)$ für das Ellipsoid als Funktion des Elevationswinkels

$$80^{\circ} \leq \psi \leq 140^{\circ} \text{ sowie } -80^{\circ} \geq \psi \geq -140^{\circ}; \quad \varphi = 0$$

$$R = 60 \mu\text{m}, \quad a = 78,6 \mu\text{m}; \quad b = 52,4 \mu\text{m}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \quad \vartheta = 7^{\circ}; \quad \delta = 0; \quad \gamma = 0$$

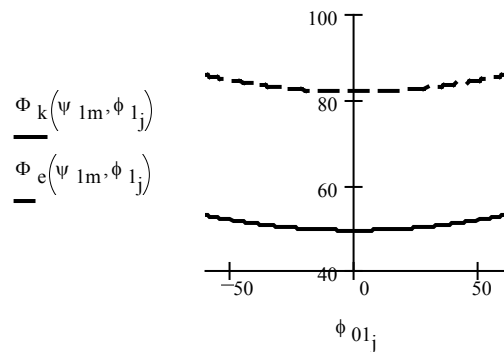


Abb. 7.b: Phasenwerte $\Phi_k(\psi_m, \varphi)$ für die Kugel und $\Phi_e(\psi_m, \varphi)$ für das Ellipsoid als Funktion des Off-Axis-Winkels

$$\psi = \psi_m = 110^{\circ}; \quad -60^{\circ} \leq \varphi \leq 60^{\circ}$$

$$R = 60 \mu\text{m}, \quad a = 78,6 \mu\text{m}; \quad b = 52,4 \mu\text{m}; \quad \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \quad \vartheta = 7^{\circ}; \quad \delta = 0; \quad \gamma = 0$$

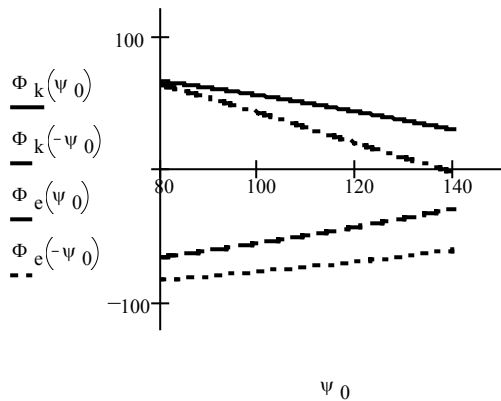


Abb. 8.a: Phasenwerte $\Phi_k(\psi, 0)$ für Kugel und $\Phi_e(\psi, 0)$ für das Ellipsoid als Funktion des Elevationswinkels

$$80^\circ \leq \psi \leq 140^\circ \text{ bzw. } -80^\circ \geq \psi \geq -140^\circ; \varphi = 0$$

$$R = 60 \mu\text{m}, a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^\circ; \delta = 0; \gamma = 45^\circ$$

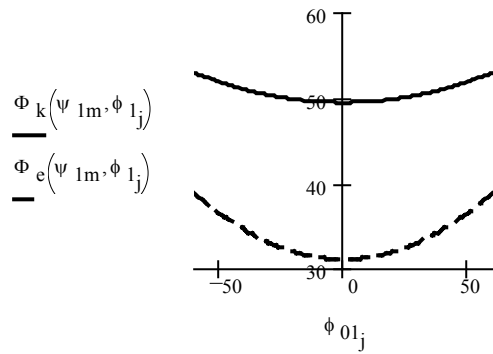


Abb. 8.b: Phasenwerte $\Phi_k(\psi_m, \varphi)$ für die Kugel und $\Phi_e(\psi_m, \varphi)$ für das Ellipsoid als Funktion des Off-Axis-Winkels

$$\psi = \psi_m = 110^\circ; -60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$$

$$R = 60 \mu\text{m}, a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^\circ; \delta = 0; \gamma = 45^\circ$$

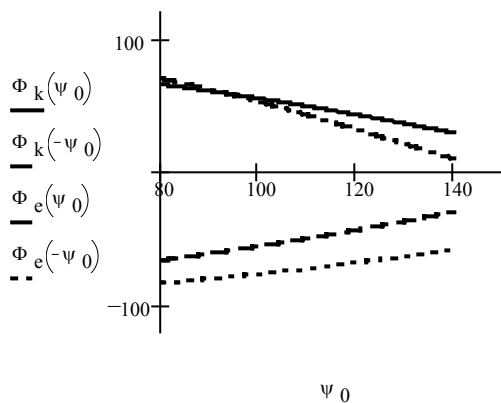


Abb. 9.a: Phasenwerte $\Phi_k(\psi, 0)$ für Kugel und $\Phi_e(\psi, 0)$ für das Ellipsoid als Funktion des Elevationswinkels

$$80^\circ \leq \psi \leq 140^\circ \text{ bzw. } -80^\circ \geq \psi \geq -140^\circ; \varphi = 0$$

$$R = 60 \mu\text{m}, a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^\circ; \delta = 45^\circ; \gamma = 45^\circ$$

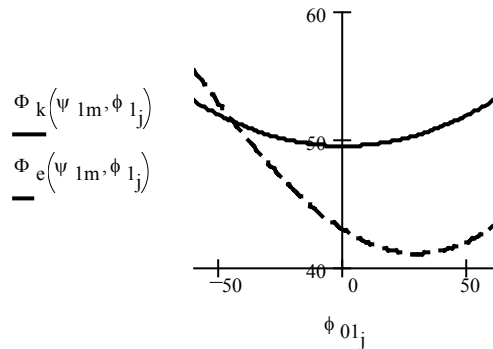


Abb. 9.b: Phasenwerte $\Phi_k(\psi_m, \varphi)$ für die Kugel und $\Phi_e(\psi_m, \varphi)$ für das Ellipsoid als Funktion des Off-Axis-Winkels

$$\psi = \psi_m = 110^\circ; -60^\circ \leq \varphi \leq 60^\circ$$

$$R = 60 \mu\text{m}, a = 78,6 \mu\text{m}; b = 52,4 \mu\text{m}; \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$$

$$\lambda_M = 533 \text{ nm}; \vartheta = 7^\circ; \delta = 45^\circ; \gamma = 45^\circ$$

Die Abbildungen verdeutlichen in der Gegenüberstellung der Ergebnisse für volumengleiche kugel- und ellipsoidförmige Partikel folgende Sachverhalte. Wenn ein Rotationsellipsoid im x, y, z -Koordinatensystem so orientiert ist, daß seine Rotationsachse (a -Halbachse) auf der x -Achse liegt, so erhält man zur Ebene $\psi \equiv 0$ spiegelbildliche Interferenzbilder, vgl. Abb. 3.a und 3.b. Die Information über die Halbachsen und Abweichung von der Kugelform steckt vor allem in der Variation der Ortsfrequenz in ψ -Richtung, d. h. in der Krümmung der

Phasenverläufe bzw. Änderung der Ortsfrequenz des Interferenzmusters in ψ -Richtung (vgl. Abb. 7.a). Eine Neigung sphäroider Partikel (Winkel $\gamma \neq 0$) hat eine Unsymmetrie der Interferenzbilder bezüglich der Achse $\psi \equiv 0$ (vgl. Abb. 4.a und 4.b) und unterschiedliche Neigungen der Phasenverläufe in den beiden Empfängerbereichen oberhalb und unterhalb der Streuebene zur Folge (vgl. Abb. 8.a). Denn z.B. wird bei γ -Werten im ersten Quadranten ein oberhalb der Streuebene mit $\psi > 0$ angeordneter Empfänger für eine prolate Partikel einen Reflexionsbereich mit geringerer Krümmung „sehen“, ein Empfänger mit $\psi < 0$ gleichzeitig einen Bereich größerer Krümmung. Für eine oblate Partikel gilt das Entgegengesetzte. Eine zusätzliche Drehung der Partikel ($\delta \neq 0$ bei gleichzeitiger Neigung) bewirkt zusätzlich eine Unsymmetrie bezüglich der Ebene $\varphi \equiv 0$, die sich besonders deutlich im Phasenverlauf als Funktion des Off-Axis-Winkels φ (siehe Abb. 9.b) abzeichnet. Eine Drehung ohne Neigung hätte natürlich keine Auswirkungen.

Schlußfolgerungen

Es wurde deutlich, daß für PDA-Messungen an von der Kugelform abweichenden Partikeln an Stelle bisher zweier oder dreier Phasendifferenzwerte besser Phasenverläufe bzw. Ortsfrequenzen und Ortsfrequenzänderungen sowohl in ψ - als auch in φ -Richtung zu erfassen sind. Die meßtechnische Anwendung erfordert deshalb Abänderungen des üblichen PDA-Aufbaus, wobei die diskreten Einzelempfänger durch optoelektronische Arrays, z. B. durch CCD-Zeilen, ergänzt bzw. ersetzt werden, vgl. auch [5]. Dann ist jeweils eine „Schnappschußaufnahme“ eines geeignet gewählten Ausschnitts des Interferenzmusters auszulösen, wenn sich ein Partikel im Meßvolumen befindet, und danach zur Extraktion der Partikelparameter auszuwerten. Numerische Simulationen waren in dieser Hinsicht erfolgreich. Die weitere Entwicklung der Kameradaten kann die Anwendbarkeit dieses Prinzips eröffnen, insbesondere, wenn Bildverstärker eingesetzt und für die Auswertung dem Ortsfilterprinzip entsprechende Ausleseverfahren herangezogen werden. Eine Anwendung kommt zunächst für relativ langsame Partikelbewegungen, wie z. B. für die Analyse von Tropfenformen, in Betracht. Der Brechungsmodus konnte hier aus Platzgründen nicht näher beleuchtet werden; jedoch sind die Schlußfolgerungen ähnlich.

Literatur

- [1] Albrecht, H. - E.; Boris, M.; Demarche, N.; Tropea, C.; 2003: Laser Doppler and phase Doppler measurement techniques. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag
- [2] Krambeer, H., 2003: Untersuchungen zur Anwendung der Phasen-Doppler-Anemometrie auf sphäroide Partikel im Reflexionsmodus. 11. Gala-Fachtagung Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik. PTB Braunschweig. S. 35.1-35.6
- [3] Krambeer, H., 2004: Strahlenoptische Modelle der Phasen-Doppler-Anemometrie für kugel- und ellipsoidförmige Partikel. 12. Gala-Fachtagung Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik. Karlsruhe. S. 48.1-48.8
- [4] Lock, J.A., 1996: Ray scattering by an arbitrarily oriented spheroid. I. Diffraction and specular reflection. Applied Optics No. 35, Vol. 3, S. 500 – 514
- [5] Schelinsky, B.; Krambeer, H., 2003: Use of CCD sensors for two-dimensional optical particle sizing with an extended phase Doppler system. Meas. Sci. Technol. Vol. 14, pp. 500 – 507