Untersuchung von Übergangszonen barokliner Wellen mit LDA und Strömungsvisualisierung

Thomas von Larcher und Christoph Egbers

Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungslehre

Brandenburgische Technische Universität Cottbus, Postfach 101344, 03013 Cottbus

larcher@las.tu-cottbus.de

http://www.tu-cottbus.de/las

Wir präsentieren experimentelle Untersuchungen zur Stabilität barokliner Wellen in einem starr rotierenden, von innen gekühlten Zylinderspalt mit einer freien Oberfläche. Als Versuchsflüssigkeit wird de-ionisiertes Wasser verwendet. Unsere Experimente erfolgen insbesondere in Übergangszonen zwischen verschiedenen Strömungsregimen, in denen sowohl periodische Strömungen als auch Strömungsmuster mit komplexerer Dynamik gefunden werden. Durch die Visualisierung der Oberflächenströmung ist eine erste Beschreibung der beobachteten Strömungszustände möglich. Thermographische Verfahren werden für Messungen der Oberflächentemperaturverteilung und ihres zeitabhängigen Verhaltens eingesetzt. Die Auswertung von LDA Geschwindigkeitszeitreihen ermöglicht eine Charakterisierung der den Strömungsmustern zugrunde liegenden Dynamik.

1 Einführung

Barokline Wellen haben eine wichtige Funktion für den Transport von Wärme und Impuls in der Erdatmosphäre und in den Ozeanen. Auch Strömungen in der Atmosphäre erdähnlicher Planeten können von derartigen Instabilitäten beeinflusst sein. Die komplexen Vorgänge können sowohl in der Theorie als auch im Experiment im Detail kaum nachgebildet werden. Numerische Ansätze, die Dynamik von voll entwickelten baroklinen Wellen zu simulieren, sind aufgrund der Nichtlinearität der zu Grunde liegenden Gleichungen nur eingeschränkt möglich. Deswegen ist die Durchführung von Experimenten zum Verständnis der grundlegenden dynamischen Prozesse wichtig.

Beginnend mit ersten systematischen Untersuchungen im Jahr 1958 [4] werden Untersuchungen zur Stabilität und insbesondere zum zeitabhängigen Verhalten barokliner Wellen sowohl experimentell als auch numerisch und theoretisch seit mehr als vier Jahrzehnten durchgeführt. Seit Beginn der 90er Jahre werden mathematische Methoden der nichtlinearen Zeitreihenanalyse auch in Experimenten zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens derartiger Strömungen eingesetzt (vgl. z.B. [7]). In der jüngeren Vergangenheit haben Untersuchungen vor allem die Analyse von Übergangszonen zwischen unterschiedlichen Strömungszuständen zum Ziel [3, 9]. Jüngste numerische Untersuchungen umfassen sowohl lineare Stabilitätsanalysen [5] als auch Untersuchungen mit gasförmigen Versuchsfluiden (Luft) [6, 8].

2 Experimente

Experimentelle Untersuchungen zur baroklinen Instabilität erfolgen typischerweise in einem von innen gekühlten, rotierenden Zylinderspalt. In Analogie zur Erde kann die äussere Wand dann als warmer Äquator betrachtet werden. Abbildung 1 erklärt schematisch Ursache und

Wirkung eines baroklinen Zustands auf die Bewegungsvorgänge in einem Fluid. Der horizontale Temperaturunterschied zwischen Innen- und Aussenwand führt dazu, dass Temperaturund Druckgradient ∇T bzw. ∇p nicht parallel gerichtet sind. Dieser energetisch instabile Zustand bewirkt im Fluid eine konvektive Ausgleichsbewegung. Durch die Rotation des Zylinderspalts treten Corioliskräfte auf, die eine Ablenkung der ursprünglich radial gerichteten Oberflächenströmung bewirken. Nach Überschreiten des Instabilitätspunktes bilden sich barokline Wellen unterschiedlicher Wellenzahl m.



Abbildung 1: Links: Physikalische Definition der baroklinen Instabilität, Mitte: Konvektionszelle im innen gekühlten, nicht-rotierenden Zylinderspalt. Rechts: Axialsymmetrische Oberflächenströmung unterhalb (oben) und barokline Welle der Wellenzahl m = 4 oberhalb des Instabilitätspunktes (unten).

Die bestimmenden Parameter, Rotationsrate Ω und horizontaler Temperaturgradient ΔT , werden mit der dimensionslosen Taylor-Zahl Ta, $Ta \propto \Omega^2$, und der thermischen Rossby-Zahl $Ro, Ro \propto \Delta T/\Omega^2$, beschrieben. Die physikalischen Eigenschaften des Fluides werden in der Prandtl-Zahl $Pr, Pr = \nu/\kappa$, zusammengefasst (ν = kinematische Viskosität, κ = Temperaturleitfähigkeit).

Unabhängig von den Randbedingungen des Experimentaufbaus können grundsätzlich drei charakteristische Strömungsregime bestimmt werden. Abbildung 2 zeigt das typische Existenzbereichsdiagramm für Wasser (nach [2]). In der ersten Übergangszone von der axialsymmetrischen Grundströmung zum Bereich stabiler barokliner Wellen werden sowohl regelmäßige, periodische Strukturen als auch Strömungszustände mit komplexerer Dynamik (z.B. oszillierende Moden, Modeninteraktionen) und im Bereich periodischer barokliner Wellen Hystereseeigenschaften beobachtet (vgl. z.B. [3], [9]).

Das Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung von Übergängen zwischen verschiedenen Strömungsregimen. Visuelle Beobachtungen der Oberflächenströmung erlauben eine Beschreibung der gefundenen Strömungszustände. Thermographische Messungen werden für die Messung der Oberflächentemperaturverteilung und ihres zeitabhängigen Verhaltens eingesetzt. Geschwindigkeitszeitreihen werden mit der LDA Technik aufgenommen. Die Auswertung mit linearen und nichtlinearen Methoden der Zeitreihenanalyse ermöglicht die Beschreibung der den Strömungsmustern zugrunde liegenden Dynamik.



Abbildung 2: Existenzbereichsdiagramm im Parameterraum für Wasser nach [2]. Die axialsymmetrische Grundströmung (*upper* bzw. *lower symmetrical*) geht nach Überschreiten des ersten Instabilitätspunktes über in den Bereich der baroklinen Wellen (*,steady' waves*). Bei weiterer Erhöhung der Rotationsrate erfolgt der Übergang in die irregulär gestörte Strömung (*irregular flow*).

3 Experimentaufbau

Der mechanische Aufbau Unser Versuchsaufbau (vgl. Abb. 3) besteht aus einem Tank mit drei konzentrischen Zylindern, die auf einer drehbar gelagerten Bodenplatte montiert sind. Mittlerer und äusserer Zylinder sind aus Borosilikatglas, der innere Zylinder ist aus schwarz eloxiertem Aluminium gefertigt. Die Oberfläche des Untersuchungsraumes, der mittlere Zylinderspalt, ist frei. Die Wanddicke aller Zylinder beträgt 5,0 mm mit einer Genauigkeit von $\pm 0,5$ mm für den Innen- und $\pm 0,8$ mm für den mittleren und äusseren Glaszylinder. Der Aufbau ist so konzipiert, dass Innenzylinder unterschiedlicher Größe einsetzbar sind und so verschiedene Spaltweiten realisiert werden können.

Die Strömungszustände reagieren gegenüber Änderungen der Randbedingungen sehr empfindlich. Der Eintrag externer Schwingungen wird weitgehend dadurch unterbunden, dass der gesamte Versuchsaufbau auf einer 80 kg schweren Aluminiumplatte steht, die wiederum auf einer 100 mm mächtigen Schaumstoffschicht liegt. Das Labor ist mit einer Klimaanlage ausgestattet, mit der die Raumtemperatur kontrollierbar ist. Zusätzlich ist das Experiment in eine "Klimakammer" eingebettet, in der die Umgebungstemperatur aktiv gesteuert werden kann.

Sensorik und Regelung Die Temperatur des Innenzylinders wird mit einem Thermostaten vom Typ JULABO F25 reguliert (PID Regelung, Anzeigeauflösung 0,01 K, Temperaturkonstanz $\pm 0,01$ K), der über eine serielle Schnittstelle (RS 232) mit einem PC gesteuert werden kann. Zuführung und Ableitung werden von unten durch die Drehachse des Systems geführt. Die Temperatur im äusseren Zylinder wird mit einer Wärmeschlange geregelt (ebenfalls PID Regelung), die am Boden befestigt ist. Um hier die Ausbildung eines Temperaturgradienten zu vermeiden, wird mit einer Durchflusspumpe (maximaler Volumenstrom 20 l/min) eine Zirkulationsströmung induziert. Als Kühl- bzw. Heizmedium im Innen- und Aussenzylinder wird de-ionisiertes Wasser verwendet.



Abbildung 3: Schematische Zeichnung des Versuchsaufbaus, Bild des Experimentaufbaus im Labor und Aufsicht auf den Tank mit LDA Kopf. Messungen der Oberflächentemperaturverteilung werden mit einer feststehenden Infrarotkamera durchgeführt.

In die Wand des Innenzylinders sind zwei Temperaturfühler (Typ AD 590) auf verschiedenen vertikalen Niveaus eingelassen. Ein weiterer Sensor (Pt 100) ist in der Mitte des Innenzylinders angeordnet und dient gleichzeitig als externer Fühler für den Thermostaten. Für die Temperaturmessung an der Aussenwand des Zylinderspalts werden vier Temperatursensoren (AD 590) im Abstand von $\pi/2$ in Umfangsrichtung und vertikal in der Mitte eingesetzt. Das Auflösungsvermögen der Temperatursensoren beträgt im Raumtemperaturbereich ± 0.07 K (AD 590) bzw. ± 0.1 K (Pt 100).

Die Umgebungstemperatur wird in der Klimakammer mit zwei weiteren Temperatursensoren (AD 590) gemessen und kann mit einem Heissluftgebläse aktiv gesteuert werden.

Die Rotation des Zylindertanks erfolgt mit einem Gleichstrommotor, Motorkonstanz 0,1%, Signalübertragung mit einer 12 bit D/A-Wandlerkarte, über einen Riemenantrieb. Der Antriebsmotor ist für den Bereich 0-75 UPM (UPM=Umdrehungen pro Minute) kalibriert.

Die Experiment wird mit einem selbst entwickelten LabVIEW® Programm gesteuert, das eine automatisierte, skriptbasierte Abarbeitung von Parametervariationen ermöglicht. Die Signalübertragung der sechs Temperatursensoren im Wellentank und der Rotationsrate erfolgt über ein Schleifringsystem und eine am Lehrstuhl gefertigte Elektronik. Die Signale für Raumtemperatur (2x), sowie die Sensoren für die Badtemperatur im Thermostaten (1x) als auch die Wassertemperatur im Innenzylinder (1x) werden über eine weitere Elektonik abgefragt. Für die spätere Auswertung der Messreihen werden die Werte aller Temperatursensoren sowie die reale Rotationsrate automatisiert minütlich in eine Protokolldatei geschrieben.

Messmethodik Visuelle Beobachtungen der Oberflächenströmung werden mit einer mitrotierenden USB-Kamera durchgeführt, die an einem separaten Drehteller etwa 500 mm über dem Wellentank befestigt ist. Der Antrieb erfolgt über eine Transmissionswelle und einen weiteren Riemenantrieb ebenfalls mit dem Gleichstrommotor des Tanks. Dadurch ist die gleichförmige Rotation von Kamera und Versuchskammer gewährleistet. Für die Visualisierung werden Aluminiumpartikel mit einer Größe von ungefähr 75 μm verwendet (Aluminium, phlegmatisiert, etwa 2% Fett). Da sich die Strömung im rotierenden Koordinatensystem auch im Bereich der irregulären Strömung noch relativ langsam ändert, ist ein Aufnahmeintervall von 30 s ausreichend, um die Strömungszustände ausreichend beschreiben zu können. Neben Momentaufnahmen können auch Filme beliebiger Länge im AVI Format aufgenommen werden.

Thermographische Messungen der Oberflächentemperaturverteilung werden mit einer feststehenden, hochauflösenden Infrarot (IR)-Kamera der Firma VARIOSCAN (240 Zeilen pro Bild, 360 Pixel pro Zeile, A/D-Wandlung 16 bit) mit einem Aufnahmeintervall von ebenfalls 30 s durchgeführt. Der Betrieb erfolgt über eine Ethernet Verbindung mit einem separaten PC. Dadurch ist eine Rotation der IR-Kamera analog zur mitrotierenden USB-Kamera ausgeschlossen. Die Arbeitswellenlänge der Kamera beträgt 8-12 μm , die Temperaturauflösung 0,03 K und die absolute Messgenauigkeit ist kleiner als $\pm 2 K$ (Messbereichsendwert bis 100°C). Die Messungen werden mit einer firmeneigenen Analysesoftware ausgewertet und die Bilder zur Weiterverarbeitung in verschiedene Formate konvertiert.

Quantitative Messungen der Strömungsgeschwindigkeit werden mit einem ortsfesten 1-D Laser-Doppler-Anemometer (LDA) der Firma DANTEC im Rückstreumodus durchgeführt. Um eine genügende Entkopplung des Experimentaufbaus zu gewährleisten, ist das LDA an einem separaten Gestell befestigt. Zeitreihen der radialen Geschwindigkeitskomponente werden in der Spaltmitte maximal 10 mm unterhalb der Oberfläche aufgenommen. Als Tracer werden runde Partikel (Material: Polyamide 12) mit einer mittleren Größe von 5 μm und einer Dichte von 1,03 g/cm^3 verwendet. Die Signalverarbeitung erfolgt mit einem Burst Spectrum Analyser (BSA).

4 Ergebnisse

Die im Folgenden präsentierten Ergebnisse resultieren aus Untersuchungen bei einer Spaltweite von 75 mm und einer Fluidhöhe von 135 mm. Als Versuchsflüssigkeit wird de-ionisiertes Wasser mit einer kinematischen Viskosität von $\nu = 1,004 \, mm^2/s$ (bei $T_{Raum} = 21^{\circ}$ C) eingesetzt.

Abbildung 4 zeigt das Stabilitätsdiagramm für einen horizontalen Temperaturgradienten von $\Delta T=7,5$ K, bestimmt aus visuellen Beobachtungen und thermographischen Messungen. Die kritische Taylor-Zahl wird bei $Ta_c = 6, 33 \cdot 10^6$ erreicht. Im Bereich der stabilen Wellen werden Moden mit einer Wellenzahl bis m = 4 beobachtet (s. Abb. 5). Im Übergangsbereich von m = 3 und m = 4 zeigen die Strömungszustände ein Hystereseverhalten. In der ersten Übergangszone werden sowohl komplexe Strukturen, gekennzeichnet mit 2/3I, als auch stabile Wellen der Wellenzahl m = 2 beobachtet. Abbildung 6 zeigt beispielhaft den Verlauf einer Modeninteraktion zwischen m = 2 und m = 3 im Bereich der ersten Übergangszone bei $Ta = 9, 37 \cdot 10^6$. Die zweite Übergangszone der irregulär gestörten Strömung ist gekennzeichnet durch strukturelle Störungen (SV) des großräumigen Jet-Streams, der bei Erhöhung der Taylor-Zahl mehr und mehr durch das Auftreten von kleinskaligen Wirbeln gestört wird. Thermographische Messungen zeigen hier eine Koexistenz des großskaligen Jet-Streams mit kleinräumigen Wirbeln, deren dynamisches Verhalten mit weiterer Erhöhung der Taylor-Zahl ansteigt.

Die lineare Analyse der LDA Geschwindigkeitszeitreihen gibt bereits erste Eindrücke über die zugrunde liegende Dynamik des gemessenen Strömungszustandes. Die Autokorrelation eines periodischen Signals bzw. einer irrgulär gestörten Strömung ist ebenfalls periodisch bzw. fällt mit der Zeit ab. Das Abklingverhalten gibt Hinweise auf den Grad der Irregularität. Das Leistungsspektrum einer niederdimensional chaotischen Strömung zeigt üblicherweise verbreiterte Peaks. Für die nichtlineare Auswertung der Geschwindigkeitszeitreihen wird der Attraktor des Systems mit der Methode der zeitverzögerten Koordinaten rekonstruiert [10]. Dessen geometrische Struktur kann dann mit der Berechnung von Korrelationsdimension D_2 und punktweiser Dimension D_p beschrieben werden. Die Berechnung von Lyapunov-Exponenten erlaubt eine weitere Charakterisierung des Strömungszustandes. Vereinfacht ausgedrückt beschreibt ein positiver größter Lyapunov-Exponent (λ_1) eine gestörte bzw. chaotische Strömung, für Strömungen mit einfacher periodischer Struktur ist der größte Lyapunov-Exponent gleich Null. Die Anwendung nichtlinearer Analysemethoden in strömungsmechanischen Experimenten wird detailliert beschrieben in [1] und [11].

Abbildung 7 zeigt die Zeitreihenanalyse von Geschwindigkeitsmessungen an verschiedenen Parameterpunkten. In der ersten Spalte ist eine Messung im Bereich der axialsymmetrischen Grundströmung (m = 0) nahe des Instabilitätspunktes dargestellt. Die Autokorrelationsfunktion klingt schnell ab, das Leistungsspektrum zeigt keinen signifikanten Peak. Der rekonstruierte Attraktor zeigt bereits erste, leichte Anzeichen eines periodischen Orbits. Die visuellen Beobachtungen zeigen hier noch keine Wellenstruktur.

Die zweite und dritte Spalte zeigt zwei Messungen im Bereich der stabilen Wellen. Die Autokorrelationsfunktion verläuft jeweils periodisch, ist bei $Ta = 7,65 \cdot 10^7$ aber leicht abklingend. In den Leistungsspektren ist bei beiden Messungen ein signifikanter Peak mit seinen höheren Harmonischen zu beobachten, bei $Ta = 7,65 \cdot 10^7$ gibt es zusätzlich weitere, kleinere Peaks. Der rekonstruierte Attraktor ist bei $Ta = 1,55 \cdot 10^7$ weitgehend ungestört, bei $Ta = 7,65 \cdot 10^7$ dagegen leicht gestört. Einen deutlichen Unterschied gibt es in den dynamischen Maßgrößen, aus deren Berechnung auf eine nahezu ungestörte Strömung bei $Ta = 1,55 \cdot 10^7$ bzw. auf eine Strömung mit leichten strukturellen Störungen bei $Ta = 7,65 \cdot 10^7$ geschlossen werden kann.

Mit weiterer Erhöhung der Taylor-Zahl zeigen Zeitreihenanalysen zunehmend aklingende Autokorrelationen sowie ansteigende Dimensionswerte und Lyapunov-Exponenten, d.h. typische Hinweise auf gestörte Strömungen (vgl. Abb. 7, rechts). Die thermographischen Messungen zeigen in diesem Parameterbereich einen zunehmenden Einfluss von kleinskaligen Wirbeln und deren Koexistenz mit dem großräumigen Jet-Stream.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Die Anwendung und Kombination von verschiedenen Messverfahren ermöglicht die Beschreibung und Analyse von baroklinen Wellen insbesondere in Übergangszonen zwischen verschiedenen Strömungsregimen. In der ersten Übergangszone können periodische Strömungen als auch Strömungszustände mit komplexerer Dynamik beobachtet werden. Die Analyse von LDA Geschwindigkeitsmessungen erlaubt die Charakterisierung des dynamischen Verhaltens der beobachteten Strömungen.

Die Auswertung von LDA Daten aus Messungen in der ersten Übergangszone soll weitere Aufschlüsse zum Übergangsszenario von der axialsymmetrischen Grundströmung zu stabilen baroklinen Wellen ermöglichen. Von großem Interesse ist auch die Analyse des Übergangs in die ungeordnete, irregulär gestörte Strömung.



Abbildung 4: Stabilitätsdiagramm für $\Delta T = 7, 5 K$. In der ersten Übergangszone werden stabile, periodische Wellen mit m = 2 als auch Moden mit komplexerer Dynamik (2/3I) beobachtet. Der Übergang zur irregulär gestörten Strömung verläuft glatt, der großskalige Jet-Stream ist zunehmend strukturellen Störungen unterworfen.



Abbildung 5: Messungen der Oberflächentemperatur bei verschiedenen Rotationsraten. Die Bilder zeigen die axialsymmetrische Grundströmung, stabile Wellen der Wellenzahl m = 2 bis m = 4 sowie eine gestörte m = 4 Mode bei $Ta = 2, 21 \cdot 10^8$. Zu beachten ist die asymmetrische Verteilung der globalen Strömung bei $Ta = 7, 65 \cdot 10^7$.



Abbildung 6: Modeninteraktion von m = 2 und m = 3 Anteilen bei $Ta = 9,37 \cdot 10^6$. Oben: Bilder der Oberflächenströmung zu verschiedenen Zeiten t, unten: Thermographische Messungen. Der zeitliche Bildabstand beträgt jeweils $\Delta t = 30 s$.

Literatur

- [1] Buzug T 1994 Analyse chaotischer Systeme, BI-Wiss.-Verl., ISBN 3-411-16681-9
- [2] Fowlis W W and Hide R 1965 Thermal Convection in a Rotating Annulus of Liquid: Effect of Viscosity on the Transition Between Axisymmetric and Non-Axisymmetric Flow Regimes, J. Atmos. Sci., 22 541-558.
- [3] Früh W-G and Read P L 1997 Wave interactions and the transition to chaos of baroclinic waves in a thermally driven rotating annulus, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A* 355 101-153
- [4] Hide R 1958 Experimental study of thermal convection in a rotating liquid, *Phil. Trans.* R. Soc. Lond. A 250 441-478
- [5] Lewis G M and Nagata W 2004 Linear stability analysis for the differentially heated rotating annulus, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **98** 279-299
- [6] Randriamampianina A, Früh, W-G, Maubert P and Read P L 2004 DNS of bifurcations to low-dimensional chaos in an air-filled rotating baroclinic annulus, J. Fluid Mech., submitted
- [7] Read P L, Bell M J, Johnson D W and Small R M 1992 Quasi-periodic and chaotic flow regimes in a thermally driven, rotating fluid annulus, *J. Fluid Mech.* **238** 599-632
- [8] Read P L, Maubert P, Randriamampianina A and Früh W-G 2004 DNS of transitions towards structural vacillation in an air-filled, rotating baroclinic annulus, *J. Fluid Mech.*, submitted
- [9] Sitte B and Egbers C 2000 Higher order dynamics of baroclinic waves, *Physics of Ro*tating Fluids, Proc. 11th Int. Couette-Taylor Workshop, Pfister, Egbers (Eds.), Lecture Notes in Physics, **549**, (Springer)
- [10] Takens F 1980 in: Dynamical systems and turbulence, Rand, Young (Eds.), Lecture Notes in Math. 898, (Springer)
- [11] Wulf P 1997 Untersuchungen zum laminar-turbulenten Übrgang im konzentrischen Kugelspalt, *Fortschr.-Ber. VDI*, Reihe 7, Nr. 333, VDI Verlag GmbH



Abbildung 7: Zeitreihenanalyse von Geschwindigkeitsmessungen bei verschiedenen Rotationsraten. Von links: Messung im Bereich der axialsymmetrischen Grundströmung, der stabilen baroklinen Wellen etwas oberhalb der ersten und nahe der zweiten Übergangszone sowie im Bereich der irregulär gestörten Strömung. Von oben: Kennzahlen und berechnete Maßgrößen, Ausschnitt aus gefilterter Geschwindigkeitszeitreihe, Autokorrelationsfunktion und Leistungsspektrum sowie rekonstruierter Attraktor.